1. Kumisäie (12 pistettä)

Kimmoisasta kumista valmistettuja säikeitä (kuituja) voidaan venyttää pituuteen l, paljon pitemmiksi kuin niiden vapaan (venyttämättömän) säikeen pituus l_0 on. Tällaisilla kumeilla säikeen nettotilavuus ei muutu (pysyy vakiona).

1) Lausu tällaisen deformoidun säikeen poikkipinta-ala S sen pituuden l ja alkutilan dimensioiden l_0, S_0 avulla. (1 piste)

2) Kun kimmoisan materiaalin deformoituminen on vähäistä, venyttävä voima F ja deformaatio (venymä)x riippuvat toisistaan Hooken lain $F = k_0 x$ mukaisesti, missä jäykkyys on $k_0 = E_0 S_0 / l_0$ ja E_0 on kumin Youngin moduuli (kimmomoduuli). Kun ei ole kyse pienistä (vaan mahdollisesti suurista, $l \gg l_0$) kimmoisen kumin deformaatioista Hooken laki on korvattava epälineaarisella yhtälöllä $F(l) = a + \frac{b}{l}$ (tämän lain voimassaolon pätemättömyyttä pituuden l hyvin suurilla arvoilla ei tarkastella tässä tehtävässä. Lausu vakiot a ja b suureiden l_0, S_0, jaE_0 avulla. (2 pistettä)

3) Oletetaan, että jokin voima venyttää tällaisen säikeen pituuteen l. Venyttävän voiman vähäinen muuttuminen ΔF aiheuttaa pienen muutoksen pituudessa $\Delta l \ll l$. Lausu ΔF suureiden l, l_0, S_0, E_0, ja Δl avulla. (1 piste)

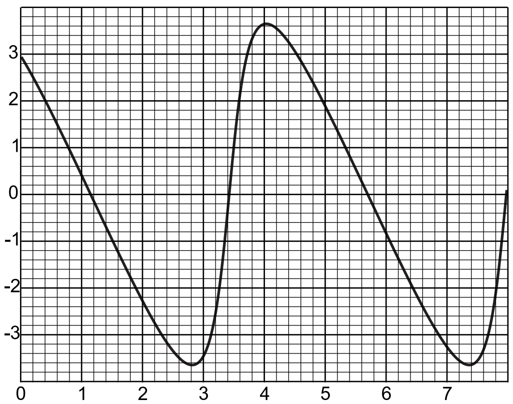
4) Kiinnitetään pieni kappale säikeen toiseen päähän ja systeemi laitetaan pyörimään säikeen toisen pään ympäri. Lausu säikeen pituus l suureiden l_0, S_0, E_0, ja kappaleen kineettisen energian K avulla (säikeen kineettinen energia ja paino voidaan jättää ottamatta huomioon), kun kappale on ympyräliikeessä.(1.5 pistettä)

5) Analysoidaan kappaleen vähän ympyräliikkeestä poikkeavaa liikettä. Kuvataan systeemin liikettä säikeen pituuden muutoksen $r(t) = l(t) - l(0)$, sekä kappaleen radiaalisen $v_r(t)$ ja tangenttiaalisen $v_t(t)$ nopeuden avulla (tarkoittaa siis säikeen suuntaista ja sitä vastaan kohtisuorassa olevia nopeuskomponentteja). Merkitään kyseisten suureiden alkuarvoja $L \equiv l(0)$, $V_r \equiv v_r(0)$, ja $V_t \equiv v_t(0)$. Arvot L and V_t on valittu niin, että jos radiaalisen nopeuden alkuarvo olisi nolla, olisi ympyräliikettä. Kirjoita kaksi toisistaan riippumatonta yhtälöä, jotka liittävät suureet $r(t)$, $v_r(t)$, ja $v_t(t)$ toisiinsa (käytä myös kappaleen massaa m, ja parametrejä $L, V_r, V_t, l_0, S_0, E_0$). (4 pistettä)

6) Määritä suureiden $r(t)$ ja $v_r(t)$ välinen relaatio (sisältäen myös parametrit L, V_r, V_t, l_0, S_0, E_0) olettaen, että $|r| \ll L$, ja määritä säikeen pituuden muutoksen $r(t)$ pienten värähtelyjen jaksonaika T. Yksinkertaista jaksonajan T lauseke tapauksessa $L \gg l_0$. (2.5 pistettä)

2. Planeetat(6 pistettä)

Kaksi planeettaa liikkuu ympyräradoilla tähden ympäri; tähden massa $M = 2.0 \cdot 10^{30}$ kg; gravitaatiovakio $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/kg \cdot s^2}$. Planeetan ja tähden välisen toisesta planeetasta katsotun kulmaetäisyyden riippuvuus ajasta on esitetty oheisessa kuvassa.



1) Mikä on planeettojen säteiden suhde k? (2 pistettä)

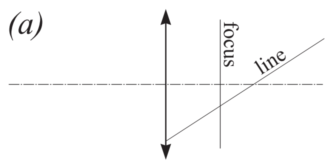
2) Mikä on pystyakselin yksikön suuruus (tai lausu se suureen k avulla, jos et löydä sitä)? (2 pistettä)

3) Kuinka suuret ovat planeettojen säteet, jos vaaka-akselin yksikkö on yksi vuosi? (2 pistettä)

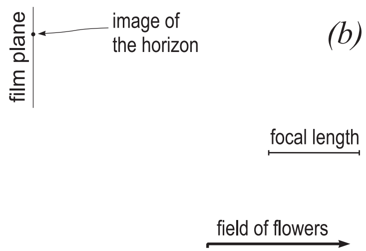
3. Tilt-shift (kallistuma-siirtymä) linssi (6 pistettä)

1) Osoita, että ohuen linssin muodostama kuva suorasta viivasta on myös suora viiva. Tarkastele vain kaksiulotteista geometriaa, ts. oleta, että linssin (optinen) pääakseli ja suora viiva ovat samassa (x, y) tasossa. Vihje: käytä koordinaatistoa, jonka origo yhtyy linssin keskipisteeseen ja esitä viivat algebrallisesti, esim. $y = ax + b$. Käytä ohuen linssin yhtälöä $f^{-1} = x^{-1} - x'^{-1}$ ($x > 0$ ja x' ovat pisteen ja sen kuvan x-koordinaatit). (2 pistettä)

2) Piirrä kuvaan *(a)*annetun suoran kuva ja merkitse, mitkä kuvan osat ovat virtuaalisia ja mitkä todellisia. (2 pistettä)



3) Valokuvaaja haluaa ottaa kuvan kukkapellosta. Saadakseen kuvan, jossa kaikki kukat (lähellä ja kaukana) ovat teräviä, hänen on käytettävä linssiä, joka pystyy kallistumaan ja siirtymään, jolla on TS-ominaisuudet (joko tavallista kameraa, jossa on TS-linssi, tai suuriformaattista kameraa, missä koko linssiosastoa voidaan vapaasti asetella). Kukkapelto (joka ulottuu äärettömyyteen) ja sen kaukana olevan reunan kuva on esitetty kuvassa *(b)*. Konstruoi linssin paikka sen polttoväli skaalana. (2 pistettä).

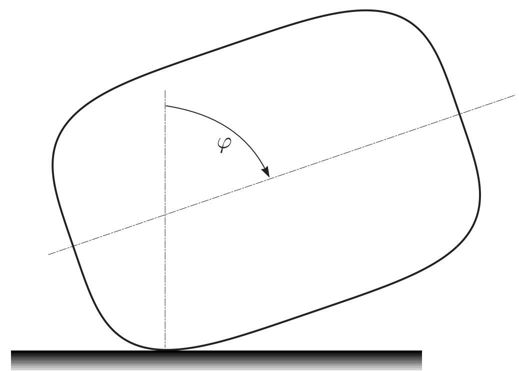


4. Läpinäkyvä kalvo (6 pistettä)

Paksu lasilevy on päällustetty ohuella läpinäkyvällä kalvolla. Systeemin läpäisyspektri on esitetty graafisesti (valo osuu kohtisuoraan levyyn). Kalvon taitekerroin $n \approx 1.3$. Määritä kalvon paksuus d.

5. Neljännen kertaluvun ellipsi (6 pistettä)

Yhtälö $\frac{x^4}{a^4} + \frac{y^4}{b^4} = 1$, missä a ja b ovat puoliakselien pituudet, määrittelee neljännen kertaluvun ellipsin. Tarkastele homogeenista sylinteriä, jonka poikkileikkaus on neljännen kertaluvun ellipsi. Sylinterin asento saadaan mittaamalla pystysuunnan ja pitemmän puoliakselin välinen kulma $0 \leq \varphi \leq \pi/2$, katso kuva.



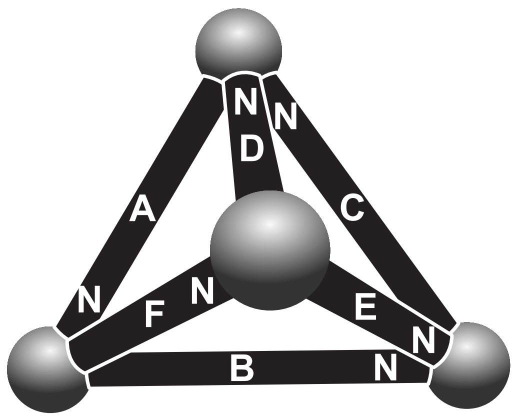
1) Määritä vaakatasolla olevan sylinterin tasapainoasemat. (3.5 pistettä)

2) Hahmottele gravitaatiovoiman ja pintareaktiovoimien nettomomentti kulman φ ($0 \leq \varphi \leq \pi/2$) funktiona. (1.3 pistettä)

3) Mitkä tasapainoasennot ovat stabiileja ja mitkä eivät ole? Perustele vastauksesi. (1.2 pistettä)

6. Magneetit (6 pistettä)

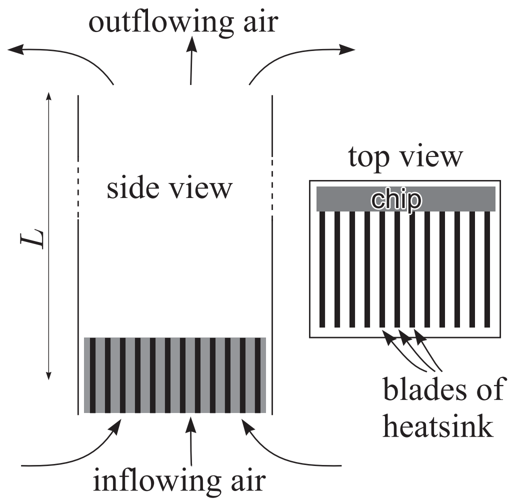
Tietyt magneettilelut on valmistettu ferromagneettisista palloista ja sylinterinmuotoisista kestomagneeteista. Näistä rakenneosista voidaan koota esimerkiksi tetraedri, katso kuva (kirjain “N” merkitsee magneetin pohjoisnapaa). Oletetaan, että kaikki nämä kestomagneetit ovat samanlaisia ja jokainen niistä luo magneettivuon Φ (kun kestomagneetin molemmat päät on kiinni suuressa U-muotoisesta ferromagneettisesta materiaalista valmistetussa kappaleessa, jolloin siis muodostuu suljettu ferromagneettinen viiva). Oletetaan lisäksi, että rakenneosasten materiaalin suuren magneettisen permeabiliteetin vuoksi kaikki magneettiset kenttäviivat rajoittuvat niiden sisään (ts. ympäröivässä aineessa magneettivuon tiheys $B = 0$).



1) Merkitään kunkin kestomagneetin (kuvassa magneetit A–F) magneettivuo seuraavasti Φ_A – Φ_F. Kirjoita yhtälöt, jotka sitovat magneettivuot Φ_A, Φ_B, ja Φ_C toisiinsa (ja mahdollisesti magneettivuohon Φ). (1 piste)
2) Kirjoita yhtälö, joka sitoo magneettivuot Φ_A, Φ_B, ja Φ_F toisiinsa (ja mahdollisesti magneettivuohon Φ). (1 piste)
3) Määritä suhde Φ_F/Φ_C. (1 piste)
4) Määritä kunkin kestomagneetin magneettivuo. (2 piste)
5) Mikä magneeteista on vaikeinta poistaa? Perustele vastauksesi. (1 piste)

7. Passiivinen ilman jäähdytyssysteemi (8 pistettä)

Tarkastellaan kuvassa esitettyä passiivista ilman jäähdytyssysteemiä. Kylmä ilma (normaaliolosuhteissa: $p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa}$, $T_0 = 293\,\mathrm{K}$) virtaa mikrosirun jäähdyttimen yli pystysuoraan putkeen, jonka pituus on $L = 1\,\mathrm{m}$ ja poikkipinta-ala $S = 25\ \mathrm{cm}^2$. Mikrosiru tuottaa lämpöä teholla $P = 100\,\mathrm{W}$. Putkesta tultuaan ilma joutuu kosketuksiin huoneen ilman kanssa. Oletetaan, että putkessa oleva ilma sekoittuu hyvin; putken sisällä olevan ilman ja jäähdyttimen aiheuttamat viskositeetti- ja turbulenssikitkat jätetään ottamatta huomioon. Ilmaa voidaan pitää ideaalikaasuna, jonka adiabaattikerroin (eksponentti) on $\gamma = 1,4$. Mikä on systeemistä ulosvirtaavan ilman lämpötila T?

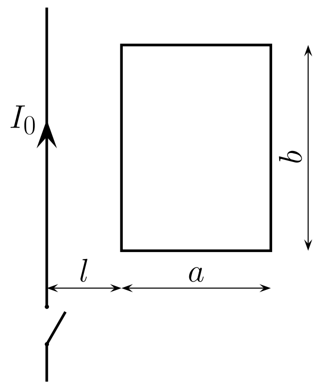


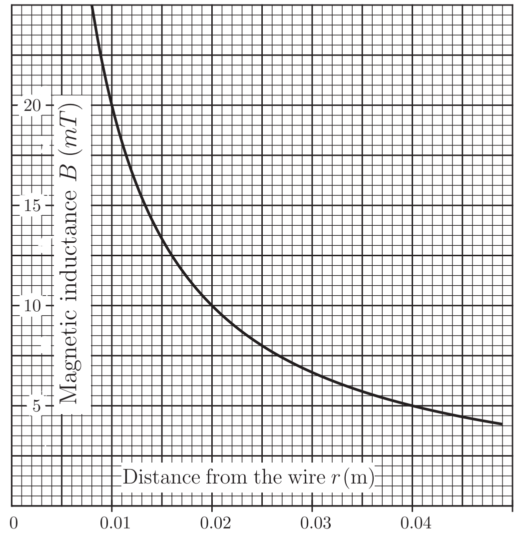
1) Miten ulosvirtaavan ilman tiheys ρ riippuu lämpötilasta T (tämä yhtälö voi sisältää myös edellä määriteltyjä parametreja)? (2 pistettä).
2) Miten ulosvirtaavan ilman nopeus v riippuu ulosvirtaavan ilman tiheydestä ρ (tämä yhtälö voi sisältää myös edellä määriteltyjä parametreja)? (2 pistettä).
3) Lausu mikrosirun tuottama lämpöteho P putkessa virtaavan ilman nopeuden v, ulosvirtaavan ilman lämpötilan T, ja tiheyden ρ avulla (tämä yhtälö voi sisältää myös edellä määriteltyjä parametreja). (2 pistettä).

4) kuinka suuri on ulosvirtaavan ilman lämpötila T? Laskuissa voit käyttää approksimaatiota $T - T_0 \ll T_0$? (2 pistettä)

8. Johdinsilmukka (7 pistettä)

Tarkastellaan suorakulmaista johdinsilmukkaa, jonka dimensiot ovat $a = 0,03\,\mathrm{m}$ ja $b = 1,0\,\mathrm{m}$, ja jonka toinen reuna on yhdensuuntainen etäisyydellä $l = 0,01\,\mathrm{m}$ olevan pitkän suoran johtimen kanssa, jossa kulkee virta $I_0 = 1000\,\mathrm{A}$, katso kuvio. Tämän virtajohtimen aiheuttama magneettivuon tiheys on esitetty oheisessa kuvassa etäisyyden funktiona. Silmukan ohminen resistanssi on $R = 1,0\,\Omega$, ja induktanssi on hyvin pieni.





1) Määritä silmukan läpi kulkeva magneettivuo Φ. (2 pistettä)
2) Tietyllä hetkellä pitkässä johtimessa kulkeva virta katkaistaan. Kuinka suuri nettovaraus Q virtaa johdinsilmukan poikkipinta-alan läpi? (3 pistettä)
3) Kuinka suuren nettoliikemäärän p silmukka saa virran katkaisun aikana (lausu tämä nettovarauksen Q ja annettujen suureiden avulla, jos et saanut laskettua nettovarauksen arvoa Q)? (2 pistettä)

9. Kokeellinen tehtävä (15 pistettä)

Musta laatikko sisältää epälineaarisen elementin (resistanssi) ja kondensaattorin, jotka on kytketty peräkkäin. Määritä kondensaattorin kapasitanssi C (5 pistettä)ja epälineaarisen elementin ominaiskäyrä $V - I$ (7 pistettä). Huomaa, että (a) elektrolyyttikondensaattori täytyy kytkeä oikein pariston napoihin merkitty mustaan laatikkoon); (b) ominaiskäyrä $V - I$ ei ole symmetrinen kohdassa $I = 0$. Tutki aluetta $I > 0$ kondensaattorin purkautuessa. Taulukoi mittaustuloksesi ja piirrä tarvittavat kuvaajat. (4 pistettä) Välineet: paristoja, johtimia, virta-jännitemittari, sekunttikello.