Nordic-Baltic Physics Olympiad 2017

1. LOHIKÄÄRME (5 pistettä) — *Aigar Vaigu*. Ohessa on kuva lohikäärmeestä veden alla (erilliseltä paperilta löydät isomman kuvan tilanteesta). Lohikäärmeen pituus on $l = 8\,\mathrm{cm}$ ja korkeus $h = 3\,\mathrm{cm}$. Kulhon pohjan halkaisija on $d = 10\,\mathrm{cm}$. Pöydän ja kulhon reunan välinen kulma on $\alpha = 60^\circ$. Veden taitekerroin on $n = 1.33$. Kuva on otettu siten, että kamera osoitti tarkalleen veden pintaa myöten. Katsottaessa veden pinnasta heijastuvaa kuvaa määrittelemme kulmaksi horisontin ylä- tai alapuolella kulman joka muodostuu veden pinnan (tai minka tahansa vaakasuoran pinnan) ja kuvasta silmään piirretyn suoran linjan välille.

i) *(2 pistettä)* Mikä on pienin kulma horisontin alapuolella josta lohikäärmeen heijastuksen veden pinnasta pystyy näkemään?

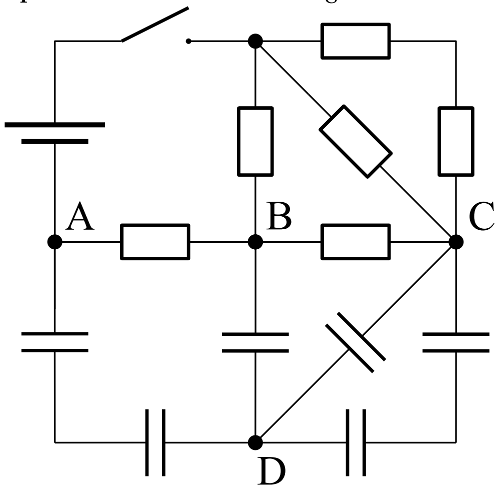
ii) *(3 pistettä)* Mikä on suurin kulma horisontin yläpuolella josta tämän heijastuksen voi nähdä?

2. KOMEETTA (8 pistettä) — *Jaan Kalda*. Erään komeetan rata leikkaa maapallon radan (voimme olettaa että maapallon rata on ympyrä ja että sen säde on $R_0 = 1{,}5 \times 10^8\,\mathrm{km}$) kulmassa $\alpha = 45^\circ$. Lisäksi tiedetään, että komeetan ja maapallon radat ovat samassa tasossa.

i) *(3 pistettä)* Laske komeetan perihelin etäisyys $R_{\min}$ auringosta (toisin sanoen komeetan radan lyhin etäisyys aurinkoon). Komeetan aphelin A etäisys auringosta (komeetan radan kauimmainen etäisyys auringosta) voidaan olettaa olevan paljon suurempi kuin R_0.

ii) *(5 pistettä)* Kuinka monen päivän ajan t on komeetan etäisyys auringosta vähemmän kuin R_0?

3. VASTUKSET JA KONDENSAATTORIT (5 pistettä) — *Mihkel Heidelberg*.



Kuvan mukainen sähköpiiri on koottu paristosta, kytkimestä, vastuksista ja kondensaattoreista. Vastuksien resistanssi on R, kondensaattorien kapasitanssi on C ja pariston jännite on U. Piste A on maadoitettu joten sen potentiaali on $0\,\mathrm{V}$. Alussa sähköpiirin kytkin on auki sekä kondensaattoreissa ei ole varausta.

i) *(2 pistettä)* Mikä pisteiden B ja C potentiaalien arvo sen jälkeen kun olemme sulkeneet sähköpiirin kytkimen ja odottaneet, että potentiaalit ovat stabiloituneet?

ii) *(3 pistettä)* Mikä on pisteen D potentiaali sen jälkeen kun olemme sulkeneet sähköpiirin kytkimen ja odottaneet, että potentiaalit ovat stabiloituneet?

4. GRAVITAATIOAALLOT (7 pistettä) — *Artūrs Bērziņš*.

Kaksoistähtijärjestelmän muodostamien gravitaatioaaltojen säteilyteho saadaan lausekkeesta $P(r,m_1,m_2) = \frac{32}{5}\frac{G^4}{c^5}\frac{(m_1m_2)^2(m_1+m_2)}{r^5}$, jossa r on toisiaan kiertävien massojen m_1 ja m_2 keskipisteiden etäisyys. Kaikkein suuritiheyksisin objekti on musta aukko. Mustan aukon kokoa voidaan kuvailla sen Scwarzschildin säteellä $r_s = \frac{2Gm}{c^2}$, missä m on mustan aukon massa.

i) *(2 pistettä)* Arvioi maksimiteho millä kaksoistähtijärjestelma voi muodostaa gravitaatioaaltoja.

Gravitaatioaaltojen mittaamiseen maapallolla käytetyt laitteistot toimivat mittaamalla niin sanottua gravitaatioaalto venymää $\varepsilon(t)$ aikayksikköä kohden. Tämä kuvaa aika-avaruuden deformaatiota eli suhteellista venymää (pituuden muutos pituusyksikköä kohden). Dataa analysoimalla voimme määrittää maksimivenymän ε ja sitä vastaavan aallontaajuuden f. Teoreettisen avaruusaika mallin avulla aallon energiatiheys u voidaan siten määrittää. Käytämme tässä analogiaa lineaariseen elastisuusteoriaan tutkiaksemme tätä mallia.

ii) *(1,5 pistettä)* Määritä tasaisesti venytetyn kuminauhan energiatiheys $u = u(\varepsilon,E)$ suhteellisen venymän ε ja kimmokertoimen (Youngin vakio; Young's modulus) E funktiona.

iii) *(1,5 pistettä)* Dimensioanalyysiä käyttäen arvioi taajuudesta riippuva avaruusajan kimmokerroin $E(f)$ gravitaatiovakion G, valonnopeuden c ja gravitaatioaaltojen aallontaajuuden f funktiona.

iv) *(2 pistettä)* Arvioi etäisyys $z = z(\varepsilon,f)$ maapallolta gravitaatioaaltojen lähteeseen suhteellisen venymän ε ja aallontaajuuden f funktiona. Kytä tehtävässä aiemmin johdettuja malleja.

5. VIRTUAALINEN MASSA (10 pistettä) — *Jaan Kalda*. Kun kappale liikkuu nesteessa sen efektiivinen inertiaalimassa on suurempi kuin kappaleen massa. Tämä johtuu siitä että kappaleen kiihtyessä se kiihdyttää osaa nestettä mukanaan. Tätä massan kasvua kutsutaan nimellä virtuaalinen massa tai lisätty massa. Mittaa virtuaalinen massa m_v (eli inertiaalimassan lisäys) kun pallo liikkuu vedessä. Pallon halkaisija on $d = 72{,}0\,\mathrm{mm}$.

Laitteisto: Jouseen kiinnitetty pallo, jalusta, sekuntikello, viivoitin, vesiastia.

6. SILMUKKA (6 pistettä) — *Lasse Franti*.

Avaruuden painottomassa tyhjiössä leijuu xy-tason suuntainen johdinsilmukka. Osa silmukasta on puoliavaruudessa $x < 0$ olevassa homogeenisessa z-suuntaisessa magneettikenttässä. Jäykän suorakulmaisen silmukan leveys on $l = 10\,\mathrm{cm}$ ja pituus $h = 30\,\mathrm{cm}$. Silmukka on valmistettu kuparilangasta, jonka ympyränmuotoisen poikkileikkauksen säde on $r = 1{,}0\,\mathrm{mm}$. Hetkellä $t = 0\,\mathrm{s}$ magneettikenttä alkaa pienentyä nopeudella $0{,}025\,\mathrm{T/s}$.

i) *(3 pistettä)* Laske silmukan kiihtyvyys välittömästi hetken $t = 0\,\mathrm{s}$ jälkeen. Alussa $B = 2{,}0\,\mathrm{T}$ ja silmukan kentässä olevan osan pituus $d = 12\,\mathrm{cm}$. Silmukan lyhyempi sivu on y-akselin suuntainen.

ii) *(3 pistettä)* Silmukan kiihtyvyyttä voidaan yrittää kasvattaa eri tavoin. Miten i)-kohdan kiihtyvyys muuttuu, jos

a) silmukka tehdään kaksi kertaa paksummasta kuparilangasta ($r = 2{,}0\,\mathrm{mm}$)?

b) alkuperäistä kuparilankaa kierretään yhden sijaan kolme kierrosta, jolloin muodostuu oikosuljettu käämi (jonka x- ja y-dimensiot pysvät samana)?

c) käämin massa pidetään vakiona käyttämällä poikkipinnaltaan puolet pienempää lankaa, jota kierretään kaksi kierrostai (jonka x- ja y-dimensiot pysvät samana)?

d) silmukka valmistetaan eri metallista? Mikä annetuista metalleista olisi paras vaihtoehto?

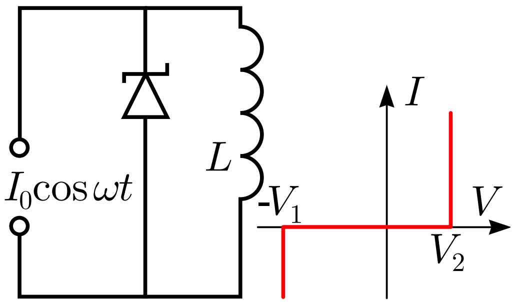
Metalli	Resistiivisyys $10^{-8}\,\mathrm{m}$	Tiheys $10^3\,\mathrm{kg/m^3}$
Rauta	9,71	7,87
Kupari	1,67	8,96
Alumiini	2,65	2,70
Litium	8,55	0,53

e) Entä jos silmukan mitat ja kentässä oleva osan pituus kaksinkertaistetaan ($r = 2{,}0\,\mathrm{mm}$, $l = 20\,\mathrm{cm}$, $h = 60\,\mathrm{cm}$, $d = 24\,\mathrm{cm}$)?

7. ZENER (7 pistettä) — *Jaan Kalda*. Zener diodi on kytketty vaihtovirta lähteeseen oheisen kuvaajan mukaisesti. Virta on sinimuotoinen $I = I_0 \cos\omega t$ vakio amplitudilla. Kelan induktanssille L pätee $L\omega I_0 \gg V_1, V_2$ missä V_1 ja V_2 ovat läpilyönti jännitteitä ($V_2 > V_1$). Tämän Zener diodin virta-jännite käyttäytyminen on kuten oheisessa kuvaajassa. Voimme olettaa, että virran päälle kytkennästä on kulunut erittäin pitkä aika.

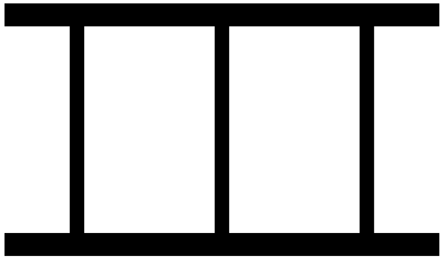
i) *(5 pistettä)* Laske kelan läpi kulkevan virran $\langle I \rangle$ keskiarvo.

ii) *(2 pistettä)* Laske kelan virran muutoksien ΔI (virran huipusta virran huippuun) amplitudi.

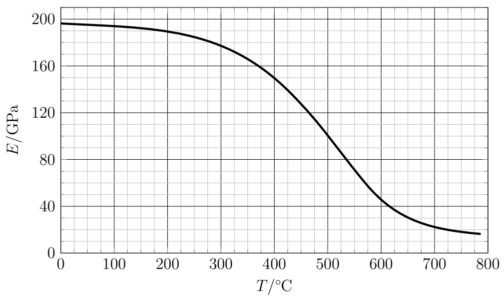


8. **PALKKEJA (6 pistettä)** — *Andres Põldaru*. Kahden absoluuttisen jäykän levyn välissä on kolme palkkia. Levyjen ja palkkien paino voidaan jättää huomioimatta. Palkkien lämpölaajenemiskerroin on $\alpha = 1{,}0 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$. Suurin venymä (suhteellinen muutos tilanteeseen jossa ei ole kuormaa) ennen palkin materiaalin pysyviä epäelastisia epämuodostumia on $\beta = 0{,}40\,\%$. Palkit pystyvät kannattelemaan jonkin maksimimäärän painoa jonka jälkeen pysyviä epämuodostumia alkaa muodostumaan palkkeihin.

i) *(2 pistettä)* Aluksi kaikki palkit ovat samassa lämpötilassa. Tämän jälkeen keskimmäisen palkin lämpötilaa nostetaan $\Delta T = 100\,\mathrm{K}$ verran. Verraten tilanteeseen jossa palkit olivat samassa lämpötilassa, minkä osan maksimi painosta palkit pystyvät nyt kannattelemaan? Voimme olettaa, että palkkien materiaalin ominaisuudet (erityisesti maksimi venymä sekä elastinen kerroin) eivät muutu lämmityksen aikana.



ii) *(4 pistettä)* Palkit ovat aluksi lämpötilassa $T_0 = 0\,°\mathrm{C}$. Päällimmäisen levyn päälle asetetaan paino joka on $20\,\%$ maksimi painosta jonka levyt kestävät ennen epämuodostumia. Kun tämän painon annetaan olla päällimmäisen levyn päällä, kuinka korkeaan lämpötilaan keskimmäinen palkki voidaan lämmittää ennen kuin pysyviä epämuodostumia alkaa muodostumaan? Tällä kertaa palkin materiaalin elastinen kerroin muuttuu alla olevan kuvaajan mukaisesti (suurempi kuvaaja on jaettu myös erillisellä paperilla).



9. **AVARUUSALUKSEN PAINE (6 pistettä)** — *Johan Runeson*. Tarkastellaan avaruusalusta joka on muodoltaan homogeeninen, molemmista päistä suljettu putki. Pyörimisakseli on kohtisuorassa putkeen. Avaruusalukseen simuloidaan painovoima pyörittämällä sitä kulmanopeudella ω putkea kohtisuoraan olevan akselin ympäri, joka kulkee massakeskipisteen läpi. Avaruusalus on täynnä ilmaa jolla on moolimassa μ sekä paine p_0 pyörimisakselilla. Avaruusaluksen halkaisija on paljon pienempi kuin sen pituus.

i) *(4 pistettä)* Laske paine p etäisyyden r funktiona missä r on siis etäisyys pyörimisakselista.

ii) *(2 pistettä)* Tarkastellaan sitten vertailun vuoksi (ei pyörivää) tornia vakioarvoisessa gravitaatiokentässä jonka voimakkuus on g. Torni on täynnä samaa kaasua kuin edellä. Jos maan tasalla paine on p_0, laske nyt paine p korkeuden h funktiona?

10. **MUSTA LAATIKKO (10 pistettä)** — *Jaan Kalda, Siim Ainsaar*. Mustassa laatikossa, jossa on kolme päätettä (A, B ja C), on vastus (resistanssi R_1) , kondensaattori (kapasitanssi C), ja sarjaan kytketty paristo (sähkömotorinen voima $\mathscr{E}$) ja toinen vastus (resistanssi R_2).

i) *(3 pistettä)* Määritä mustan laatikon sähköpiiri kaavio.

ii) *(7 pistettä)* Mittaa pariston sähkömotorinen voima, vastusten resistanssi ja kondensaattorin kapasitanssi. Arvioi mittauksiesi tarkkuus. Näytä aina virtapiiri kytkentä ja yleismittarin asetus jota käytit mittauksissasi!

Laitteisto: Musta laatikko, yleismittari, sekuntikello, sähköjohtoja, millimetripaperia.