

1. ДРАКОН (5 points) — *Aigar Vaigu*. Вы видите фотографию дракона под водой (на отдельном листе более крупное фото). Длина дракона $l = 8$ см, а его высота $h = 3$ см. Диаметр дна миски равен $d = 10$ см, а угол между столом и боковой поверхностью миски составляет $\alpha = 60^\circ$. Коэффициент преломления воды $n = 1.33$. Фото сделано таким образом, что камера была направлена прямо вдоль поверхности воды. В следующих вопросах угол с горизонтом при наблюдении некоторой точки на изображении дракона определён как угол между горизонтальной поверхностью воды (или любой другой горизонтальной поверхностью) и прямой линией от глаза до данной точки на изображении.



i) (2 points) Каков наибольший угол к низу от горизонта, под которым можно увидеть отражение дракона от поверхности воды?

ii) (3 points) Каков самый высокий угол кверху от горизонта, под которым можно увидеть это отражение?

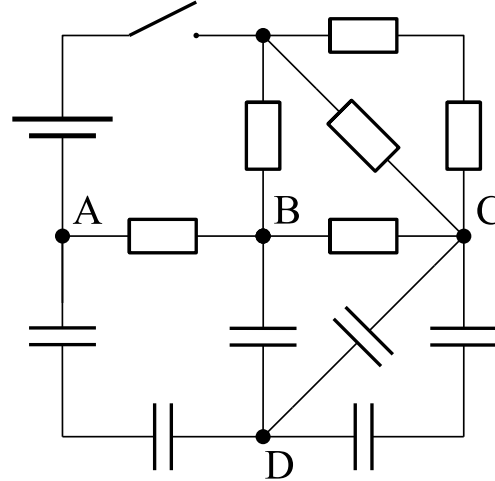
2. КОМЕТА (8 points) — *Jaan Kalda*. Орбита кометы пересекает орбиту Земли (которую можно принять как круговую орбиту радиуса $R_0 = 1,5 \times 10^8$ км) под углом $\alpha = 45^\circ$. Орбиты Земли и кометы лежат в одной плоскости.

i) (3 points) Найти расстояние R_{\min} от перигелия кометы P до Солнца (т.е. её наи-

меньшее расстояние). Можно полагать, что расстояние R_{\max} от афелия планеты A до Солнца (т.е. её наибольшее расстояние) намного больше, чем R_0 .

ii) (5 points) В течение скольких дней t расстояние кометы до Солнца будет меньше R_0 ?

3. РЕЗИСТОРЫ И КОНДЕНСАТОРЫ (5 points) — *Mihkel Heidelberg*.



Цепь состоит из батарейки, ключа, резисторов и конденсаторов, как показано на рисунке. Сопротивление всех резисторов R , ёмкость всех конденсаторов C , а напряжение батарейки U . Точка A соединена с землёй, так что её потенциал составляет 0 В. В начальный момент ключ открыт, а все конденсаторы разряжены.

i) (2 points) Каков потенциал в точках B и C после того как мы замкнём ключ и дадим всем потенциалам стабилизироваться?

ii) (3 points) Каков потенциал в точке D после того как мы замкнём ключ и дадим всем потенциалам стабилизироваться?

4. ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ (7 points) — *Artūrs Bērziņš*. Мощность, излучаемая в виде гравитационных волн вращающейся двойной системой, находится по формуле

$P(r, m_1, m_2) = \frac{32 G^4 (m_1 m_2)^2 (m_1 + m_2)}{5 c^5 r^5}$, где r — расстояние между центрами вращающихся масс m_1 и m_2 . Известно, что самым компактным объектом является чёрная дыра. Размер чёрной дыры определяется его радиусом Шварцшильда $r_s = \frac{2Gm}{c^2}$, где m — это масса чёрной дыры.

i) (2 points) Оцените верхний предел мощности, которая когда-либо может быть выделена в виде гравитационных волн вращающейся двойной системой.

Детекторы гравитационных волн на Земле работают путём измерения так называемой упругой деформации гравитационной волны $\epsilon(t)$ во времени, которая характеризует деформацию пространства-времени. Обработывая данные, можно получить максимальную упругую деформацию ϵ и отвечающую ей частоту волны f . С помощью теоретической модели пространства-времени можно определить плотность энергии u , связанной с волной. Мы будем использовать аналогию линейного растяжения для проверки этой модели.

ii) (1,5 points) Выведите плотность энергии $u = u(\epsilon, E)$ в однородно растянутой упругой ленте, используя упругую деформацию ϵ и модуль продольной упругости (модуль Юнга) E .

iii) (1,5 points) Примените анализ размерностей для того, чтобы оценить зависящий от частоты модуль упругости пространства-времени $E(f)$, используя гравитационную постоянную G , скорость света c и частоту гравитационной волны f .

iv) (2 points) Оцените максимальное расстояние $z = z(\epsilon, f)$ от Земли до источника гравитационных волн как функцию упругой деформации ϵ и частоты f . Используйте модели, выведенные ранее в этой задаче.

5. ВИРТУАЛЬНАЯ МАССА (10 points) —

Jaan Kalda. Когда тело движется в жидкости, то кажется, что его эффективная инертная масса больше, чем в состоянии покоя, поскольку для того, чтобы ускорить тело в жидкости, мы должны ускорить вместе с телом ещё и некоторое количество жидкости. Это увеличение называется присоединённой или виртуальной массой. Измерьте величину виртуальной массы m_v , которая присоединяется к шарикку по мере того, как он движется сквозь воду. Диаметр шарика $d = 72,0$ мм. Погрешность результатов вычислять не обязательно, однако точность методов и результатов имеет значение и будет оцениваться.

Оборудование: Шарик, закреплённый на нити, штатив, секундомер, линейка, сосуд с водой.

6. КОЛЬЦО (6 points) — *Lasse Franti*. Кольцо проволоки находится в вакууме, его плоскость параллельна плоскости xu . В области $x < 0$ находится однородное магнитное поле, параллельное оси z . Жёсткое прямоугольное кольцо имеет ширину $l = 10$ см и длину $h = 30$ см. Кольцо сделано из медной проволоки, имеющей круглое поперечное сечение (радиус $r = 1,0$ мм). В момент $t = 0$ с внешнее магнитное поле начинает уменьшаться со скоростью $0,025$ Т/с.

i) (3 points) Найдите ускорение кольца сразу после момента $t = 0$ с. Плотность магнитного потока составляет изначально $B = 2,0$ Т, а кольцо погружено на $d = 12$ см во внешнее поле с его короткой стороной параллельной оси y .

ii) (3 points) Мы можем попробовать увеличить ускорение разными способами. Как изменится результат в i), если

a) кольцо сделано из в два раза более толстой медной проволоки ($r = 2,0$ мм)?

b) изначально проволока обмотана три раза вместо одного (давая замкнутую катушку с тремя витками, размеры прямо-

угольника не меняются)

с) масса катушки держится постоянной, используя проволоку с в два раза меньшим поперечным сечением, обмотанную два раза (размеры прямоугольника не меняются)?

д) кольцо сделано из другого металла? Какой из металлов в таблице даст наилучший результат?

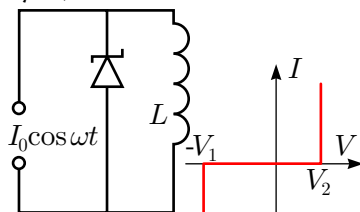
Металл	Удельное сопротивление $10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$	Плотность 10^3 кг/м^3
Железо	9,71	7,87
Медь	1,67	8,96
Алюминий	2,65	2,70
Литий	8,55	0,53

е) если мы будем использовать более толстый провод чтобы сделать кольцо в два раза больше ($r = 2,0 \text{ мм}$, $l = 20 \text{ см}$, $h = 60 \text{ см}$) и погрузим его на 24 см во внешнее поле?

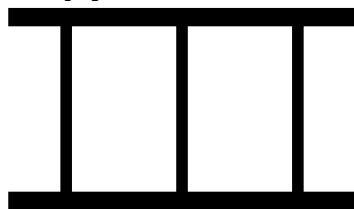
7. ДИОД ЗЕНЕРА (7 points) — *Jaan Kalda*. Диод Зенера присоединён к источнику переменного тока, как показано на рисунке. Ток синусоидальный $I = I_0 \cos \omega t$ и имеет константную амплитуду. Индуктивность L катушки такова, что $L\omega I_0 \gg V_1, V_2$, где V_1 и V_2 – пробивные напряжения ($V_1 > V_2$). Вольт-амперная характеристика диода Зенера показана на рисунке. В последующем полагайте, что после первого включения источника тока прошло очень много времени.

i) (5 points) Найдите среднее значение силы тока $\langle I \rangle$ через катушку.

ii) (2 points) Найдите амплитуду изменений силы тока ΔI в катушке (от минимума до максимума).



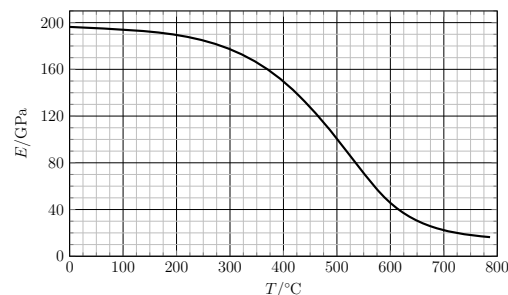
8. ОПОРЫ (6 points) — *Andres Põldaru*. Между двумя абсолютно жёсткими плитами расположены три опоры. Весом плит и опор можно пренебречь. Коэффициент теплового расширения опор $\alpha = 1,0 \times 10^{-5} \text{ К}^{-1}$. Максимальная упругая деформация (относительное изменение длины по сравнению с состоянием без нагрузки) до того, как начнётся необратимая пластическая деформация материала опоры, $\beta = 0,40\%$. Опоры могут выдержать некоторый максимальный вес на верхней плите, после чего в одной или некоторых из опор начнётся необратимая деформация.



i) (2 points) Изначально, температура всех опор одинакова. Затем, температуру центральной опоры увеличили на $\Delta T = 100 \text{ К}$.

По сравнению со случаем, когда температуры опор были равны, какую часть изначального максимального веса на верхней плите могут теперь выдержать опоры? Считайте, что свойства материала (в частности, максимальная упругая деформация и модуль упругости) не изменяются в процессе нагревания.

ii) (4 points) Все опоры вначале имеют температуру $T_0 = 0^\circ \text{C}$. На верхнюю плиту поместили вес в 20% от максимальной нагрузки. До какой температуры можно нагреть центральную опору при таком весе, чтобы ещё не возникла необратимая деформация? В этом случае модуль упругости материала меняется в зависимости от температуры как показано на графике ниже (график большего размера дан на отдельной странице).



9. КОСМИЧЕСКИЙ КОРАБЛЬ (6 points) — *Johan Runeson*. Представим себе космический корабль в форме однородной трубы, закрытой с обоих концов. Для того, чтобы симулировать гравитацию, космический корабль вращается с угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через центр

масс трубы перпендикулярно трубе. Космический корабль наполнен воздухом молярной массы μ , давление которого равно на оси вращения равно p_0 . Диаметр космического корабля много меньше его длины.

i) (4 points) Вычислите величину давления p как функцию от расстояния r до оси вращения.

ii) (2 points) Для сравнения, представьте себе невращающуюся башню в постоянном гравитационном поле силы g , наполненную тем же газом. Если давление у основания башни равно p_0 , каким будет давление p как функция высоты h над землёй в такой башне?

10. ЧЁРНЫЙ ЯЩИК (10 points) — *Jaan Kalda, Siim Ainsaar*. В чёрном ящике с тремя выходными клеммами (A, B и C) находятся резистор (сопротивление R_1), конденсатор (ёмкость C) и батарея (ЭДС \mathcal{E}), соединённая последовательно с ещё одним резистором (сопротивление R_2).

i) (3 points) Определите схему цепи чёрного ящика.

ii) (7 points) Измерьте ЭДС батареи, сопротивления резисторов и ёмкость конденсатора. Оцените погрешности. Всегда отмечайте схему цепи и настройки мультиметра, которые вы использовали во время измерений!

Оборудование: чёрный ящик, мультиметр, секундомер, провода, миллиметровая бумага.

