Nordic-Baltic Physics Olympiad 2017

1. **DRAKE (5 poäng)** — *Aigar Vaigu*. På fotot syns en drake som ligger under vatten (det finns en förstoring av fotot på ett separat blad). Drakens längd är $l = 8\,\mathrm{cm}$ och dess höjd är $h = 3\,\mathrm{cm}$. Vattenskålens bottendiameter är $d = 10\,\mathrm{cm}$ och vinkeln mellan bordet och skålens sida är $\alpha = 60°$.

Brytningsindex för vatten är $n = 1.33$. Fotografiet togs med kameran riktad längs med vattenytan. Vinkeln som nämns i följande uppgifter är definierad som mellan den horisontella vattenytan (eller en godtycklig annan horisontell yta) och linjen mellan ögat och den punkten på bilden som man tittar på.

i) *(2 poäng)* Vilken är den brantaste vinkeln under den horisontella vattenytan som gör det möjligt att se en spegelbild av draken i vattenytan?

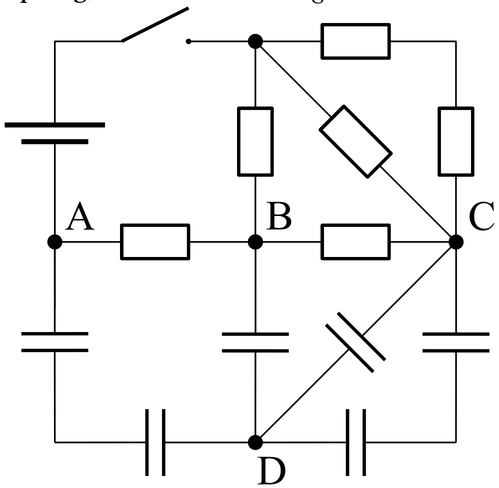
ii) *(3 poäng)* Vilken är den brantaste vinkeln över den horisontella vattenytan som gör det möjligt att se en spegelbild av draken i vattenytan?

2. **KOMET (8 poäng)** — *Jaan Kalda*. En kometbana skär jordbanan (som antas vara cirkulär med radien $R_0 = 1{,}5 \times 10^8\,\mathrm{km}$) under vinkeln $\alpha = 45°$. Kometens och jordens banor ligger i samma plan.

i) *(3 poäng)* Bestäm avståndet $R_{\min}$ för kometens perihelium P från solen (d.v.s. kometens minsta avstånd till solen). Avståndet $R_{\max}$ för kometens aphelium A från solen (d.v.s. kometens största avstånd till solen) kan antas vara mycket större än R_0.

ii) *(5 poäng)* Under hur många dagar t kommer kometens avstånd till solen att vara mindre än R_0?

3. **MOTSTÅND OCH KONDENSATORER (5 poäng)** — *Mihkel Heidelberg*.



En krets är uppbyggd av ett batteri, en strömbrytare, motstånd och kondensatorer så som visas i ovanstående kopplingsschema. Vart och ett av motstånden har resistansen R, var och en av kondensatorerna har kapacitansen C, och batteriet har spänningen U. Punkten A är jordad och har alltså potentialen $0\,\mathrm{V}$. I startögonblicket är strömbrytaren öppen och kondensatorerna oladdade.

i) *(2 poäng)* Vilka potentialer har punkterna B respektive C efter att strömbrytaren slutits och alla potentialer har stabiliserats?

ii) *(3 poäng)* Vilken potential har punkt D efter att strömbrytaren slutits och alla potentialer har stabiliserats?

4. **GRAVITATIONSVÅGOR (7 poäng)** — *Artūrs Bērziņš*. Ett roterande tvåkropparssystem strålar ut gravitationsvågor med en effekt given av $P(r, m_1, m_2) = \frac{32}{5}\frac{G^4}{c^5}\frac{(m_1 m_2)^2(m_1+m_2)}{r^5}$, där r är avståndet mellan mittpunkterna hos de roterande massorna m_1 och m_2. Det är känt att det mest kompakta objektet som finns är ett svart hål. Storleken hos ett svart hål definieras av dess Schwarzschild-radie $r_s = \frac{2Gm}{c^2}$, där m är det svarta hålets massa.

i) *(2 poäng)* Uppskatta den maximala effekten som kan strålas ut i gravitationsvågor från ett roterande tvåkropparssystem.

Gravitationsvågorna detekteras på jorden genom att mäta den så kallade gravitationsvågstöjningen $\varepsilon(t)$ över tid, som karaktäriserar deformationen av rumtiden. Databehandling ger den maximala töjningen ε och dess vågfrekvens f. Med hjälp av en teoretisk modell för rumtiden kan man beräkna energidensiteten u hos vågen. Vi kommer att använda en motsvarighet till linjär elasticitet för att undersöka den här modellen.

ii) *(1,5 poäng)* Härled energidensiteten $u = u(\varepsilon, E)$ i ett homogent sträckt elastiskt band, uttryckt i töjningen ε och (Youngs) elasticitetsmodul E.

iii) *(1,5 poäng)* Använd dimensionsanalys för att uppskatta den frekvensberoende elasticitetsmodulen hos rumtiden $E(f)$, uttryckt i den universella gravitationskonstanten G, ljusets fart c and gravitationsvågornas frekvens f.

iv) *(2 poäng)* Uppskatta det maximala avståndet $z = z(\varepsilon, f)$ från jorden till källan av gravitationsvågorna som funktion av töjningen ε och frekvensen f. Använd modellerna som beskrivits tidigare i problemet.

5. **VIRTUELL MASSA (10 poäng)** — *Jaan Kalda*. När en kropp rör sig i en vätska verkar det som att den tröga massan är större än kroppens egen massa. För att accelerera kroppen behöver nämligen en del av vätskan också accelereras. Den här ökningen i massa kallas tillagd massa eller virtuell massa. I den här uppgiften ska du mäta den virtuella massan m_v hos bollen när den rör sig genom vattnet. Bollens diameter är $d = 72{,}0\,\mathrm{mm}$.

Utrustning: Boll fäst vid en fjäder, ställning, stoppur, linjal, behållare med vatten.

6. **SLINGA (6 poäng)** — *Lasse Franti*. En metallslinga svävar i yttre rymden (i vakuum och tyngdlös) med sitt plan parallellt med xy-planet. I $x < 0$ finns ett homogent magnetiskt fält parallellt med z-axeln. Den rektangulära slingans form är konstant, och den har bredden $l = 10\,\mathrm{cm}$ och längden $m = 30\,\mathrm{cm}$.

Slingan är gjord av koppartråd som har ett cirkulärt tvärsnitt (radien $r = 1{,}0\,\mathrm{mm}$) Vid $t = 0\,\mathrm{s}$ börjar det yttre magnetfältet att minska med hastigheten $0{,}025\,\mathrm{T/s}$.

i) *(3 poäng)* Bestäm slingans acceleration direkt efter $t = 0\,\mathrm{s}$. Den magnetiska flödestätheten är $B = 2{,}0\,\mathrm{T}$ vid starten, och slingan sticker in med $d = 12\,\mathrm{cm}$ i magnetfältet med sin kortsida parallell med y-axeln.

ii) *(3 poäng)* Vi kan försöka öka accelerationen på många olika sätt. Hur ändras resultatet i uppgift i) om:

a) slingan är gjord av en dubbelt så tjock koppartråd ($r = 2{,}0\,\mathrm{mm}$)?

b) den ursprungliga typen av metalltråd har virats tre varv istället för ett (vilket alltså ger en kortsluten spole med tre varv)? Alla längdangivelser hos rektangeln är oförändrade.

c) slingans massa hålls konstant, men man använder en tråd som har halva tvärsnittsarean och lindar denna två varv? Alla längdangivelser hos rektangeln är oförändrade.

d) om slingan är gjord av en annan metall? Vilken av metallerna i tabellen ger högst acceleration?

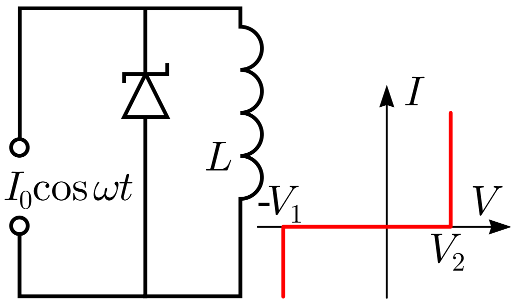
Metall	Resistivitet $10^{-8}\,\mathrm{m}$	Densitet $10^3\,\mathrm{kg/m^3}$
Järn	9,71	7,87
Koppar	1,67	8,96
Aluminum	2,65	2,70
Litium	8,55	0,53

e) Vad händer om vi använder den tjocka koppartråden ($r = 2{,}0\,\mathrm{mm}$) för att göra en dubbelt så lång slinga ($l = 20\,\mathrm{cm}$, $m = 60\,\mathrm{cm}$), och låter slingan sticka in med 24 cm i det yttre magnetfältet?

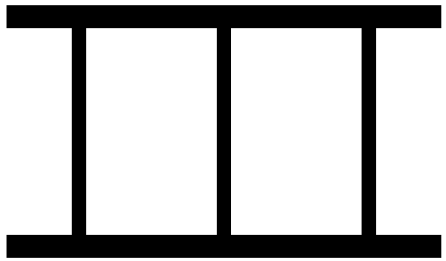
7. ZENERDIOD (7 poäng) — *Jaan Kalda*. En zenerdiod har anslutits till en växelströmskälla så som visas i figuren. Strömmen är sinusformad med $I = I_0 \cos \omega t$ med konstant amplitud. Spolens induktans L är sådan att $L\omega I_0 \gg V_1, V_2$, där V_1 och V_2 är genombrottsspänningar (zenerspänningar) ($V_1 > V_2$). Zenerdiodens strömspänningkarakteristik visas i figuren. Antag nedan att det gått mycket lång tid sedan att strömkällan kopplades in.

i) *(5 poäng)* Bestäm medelvärdet $\langle I \rangle$ för strömmen genom spolen.

ii) *(2 poäng)* Bestäm skillnaden ΔI mellan maximala och minimala strömmen genom spolen.

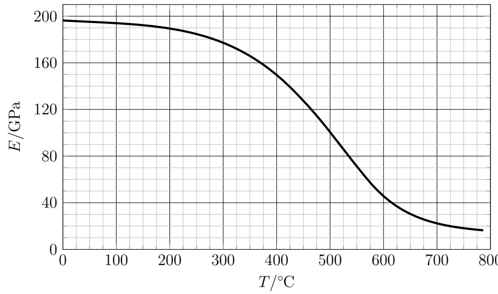


8. BALKAR (6 poäng) — *Andres Põldaru*. Tre balkar sammanbinder två fullständigt stela plattor. Balkarnas och plattornas tyngd kan försummas. Balkarnas värmeutvidgningskoefficient är $\alpha = 1{,}0 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$. Den maximala töjningen (relativ längdändring jämfört med utan last) innan balken permanent börjar deformeras inelastiskt är $\beta = 0{,}40\,\%$. På den övre plattan placeras en tyngd som stöds av balkarna, och när tyngden är större än ett maximalt värde börjar några av balkarna deformeras permanent.



i) *(2 poäng)* Från början har alla balkarna samma temperatur. Sedan ökar temperaturen hos den mittersta balken med $\Delta T = 100\,\mathrm{K}$. Jämfört med när balkarna hade samma temperatur, vilken andel av den ursprungliga maximala tyngden på den övre plattan kan balkarna nu stödja? Anta att alla materialkonstanter (särskilt den maximala spänningen och elasticitetsmodulen) inte ändras under uppvärmningen.

ii) *(4 poäng)* Från början har alla balkarna temperaturen $T_0 = 0\,°\mathrm{C}$. En last som utgör $20\,\%$ av den maximala lasten placeras på den övre plattan. Till vilken temperatur kan den mittersta balken nu upphettas utan att någon balk deformeras permanent? Den här gången ändras elasticitetsmodulen hos materialet med temperaturen enligt figuren nedan (en större figur finns på ett extra blad).



9. TRYCK I EN RYMDFARKOST (6 poäng) — *Johan Runeson*. En rymdfarkost är formad som ett homogent rör, som är slutet i båda ändar. Rymdfarkosten roterar kring sin tyngdpunkt med vinkelhastigheten ω, kring en axel vinkelrät mot röret, för att simulera gravitation. Rymdfarkosten är fylld med luft med molmassan μ, som har trycket p_0 vid rotationsaxeln. Rymdfarkostens diameter är mycket mindre än dess längd.

i) *(4 poäng)* Beräkna trycket p som funktion av avståndet r från rotationsaxeln.

ii) *(2 poäng)* Som en jämförelse, betrakta ett (icke-roterande) torn i ett konstant gravitationsfält med styrkan g, fyllt med samma gas. Om trycket vid marknivån är p_0, vad är trycket p som funktion av höjden h över marken i det här tornet?

10. SVART LÅDA (10 poäng) — *Jaan Kalda, Siim Ainsaar*. I en svart låda med tre anslutningspunkter (A, B och C) finns ett motstånd (med resistans R_1), en kondensator (med kapacitans C), och dessutom ett batteri (med elektromotorisk spänning $\mathscr{E}$) som är seriekopplat med ett motstånd (R_2).

i) *(3 poäng)* Bestäm kopplingsschemat för den svarta lådan.

ii) *(7 poäng)* Mät batteriets elektromotoriska spänning, resistanserna hos motstånden, samt kondensatorns kapacitans. Uppskatta mätosäkerheterna. Ange alltid kopplingsschema och multimeterns inställningar som du använder vid mätningarna!

Utrustning: Svart låda, multimeter, stoppur, sladdar, millimeterpapper.