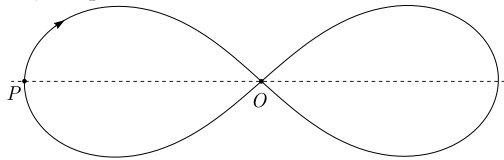


Ziemeļvalstu-Baltijas fizikas olimpiāde 2018

1. GRAVITĀCIJAS SACĪKSTES (11 punkti)

— *Maté Vigh and Jaan Kalda.* Lai gan vispārīgā gadījumā trīs ķermeņu problēma, kas mijiedarbojas ar gravitācijas spēku, ir sarežģīta un haotiska, eksistē speciālgadījumi, kuros ķermeņu kustība ir regulāra. Piemēram, eksistē gadījumi, kad ķermeņi kustas periodiski. Vienkāršākais gadījums periodiskai kustībai ir, kad visi trīs ķermeņi atrodas vienādmalu trīsstūra virsotnēs un rotē, kā ciets ķermenis. Šajā uzdevumā apskatīsim nedaudz sarežģītāku periodisku kustību.

Salīdzinoši neseni¹, tika atklāts, ka trīs vienādas punktveida masas var pārvietoties pa kopīgu astotnieka formas trajektoriju, kā parādīts attēlā (bultiņas norāda kustības virzienu). Attēls ir iegūts izmantojot datorsimulācijas un tā forma ir precīza. Ja nepieciešams, vari izmērīt ar lineālu attālumus lielāka izmēra attēlā, kas dots uz atsevišķas lapas



Sanumurēsim šos trīs ķermeņus ar numuriem 1, 2 un 3, atbilstoši tam, kā tie iziet cauri kreisajā pusē esošajam punktam P (skatīt attēlu). Ar O_2 un O_3 apzīmēsim atbilstoši ķermeņu 2 un 3 atrašanās vietas tajā brīdī, kad ķermenis 1 iziet caur trajektorijas viduspunktu O . Līdzīgi, ar P_2 un P_3 apzīmēsim atbilstoši ķermeņu 2 un 3 atrašanās vietas laika brīdī, kad ķermenis 1 iziet caur kreiso punktu P . Ar T apzīmēsim pilnu kustības periodu, katram ķermeņim kustoties pa astotnieka formas trajektoriju.

i) (2 punkti) Izteikt viena ķermeņa pārvietošanās laiku starp punktiem: (a) no O_2 uz O ; (b) no O_3 uz P_2 .

ii) (1 punkts) Ar \vec{v}_1, \vec{v}_2 un \vec{v}_3 apzīmējam trīs ķer-

meņu ātrumus, kādā brīdī izvēlētā laika momentā. Uzraksti vienādojumu, kas saista šos trīs ātrumus savā starpā.

iii) (2 punkti) Pierādi, ka sistēmas pilnais impulsa moments ir vienāds ar nulli.

iv) (2 punkti) Konstruēt punktu O_2 un O_3 atrašanās vietas (izmantojot lielo attēlu uz atsevišķās lapas). Pamato konstrukcijas iegūšanu!

v) (2 punkti) Konstruē punktu P_2 un P_3 atrašanās vietas (izmantojot lielo attēlu uz atsevišķās lapas). Atrodi divus neatkarīgus konstruēšanas paņēmienus un pamato savu metodi!

vi) (2 punkti) Atrodi attiecību starp ķermeņa ātrumiem punktos O un P .

2. FOTORADARS (6 punkti) — *Mihkel Kree.*

Šajā uzdevumā aplūkosim fotoradara darbības principu. Fotoradars izstaro elektromagnētisko viļņi ar frekvenci $f_0 = 24 \text{ GHz}$ un viļņa formu $\cos(2\pi f_0 t)$. Vilnis atstarojas no mašīnas, kas brauc pretī ar ātrumu v . Atstaroto viļņi uztver un ieraksta fotoradara uztvērējs.

i) (2 punkti) Izsaki atstarotā viļņa frekvenci f_1

ii) (2 punkti) Fotoradarā atstarotā viļņa forma tiek reizināta ar oriģinālo, izstaroto viļņa formu. Izsaki visas frekvenču komponentes, kas ir sastopamas šajā reizinātajā signālā

iii) (2 punkti) Ja ir dots, ka zemākā reizinātā signāla frekvence ir $f_{\text{low}} = 4,8 \text{ kHz}$, aprēķini automašīnas ātrumu v *Piezīme:* gaismas ātrums $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ un sekojošā trigonometrijas sakarība var būt noderīga:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)].$$

3. LAIKA PROGNOZE (7 punkti) — *Johan Runeson.*

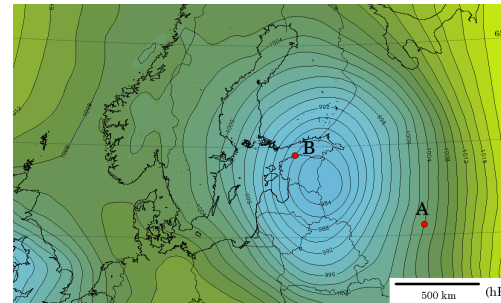
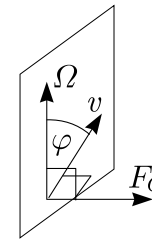
Kartē uz atsevišķas lapas ir attēlotas izobāras nemainīgā augstumā tuvu jūras līmenim. Vari pieņemt, ka izobāras ir laikā nemainīgas (mainās ļoti lēnām).

i) (2 punkti) Uzskicē ātruma vektora virzienu punktos A un B.

ii) (2,5 punkti) Novērtē vēja ātruma skaitlisko vērtību punktā A. Izmanto faktu, ka punktā A konstanta spiediena līnijas ir gandrīz taisnas. Gaisa blīvums tuvu zemei ir $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$.

iii) (2,5 punkti) Novērtē vēja ātruma skaitlisko vērtību punktā B

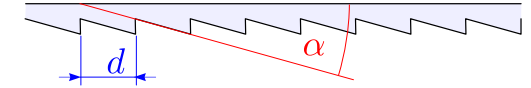
Norādījums. Kad objekts ar masu m (piemēram, gaisa slānis) pārvietojas ar ātrumu v rotējošā atskaites sistēmā, kas rotē ar ātrumu Ω , uz to darbojas fiktīvs spēks, ko sauc *Koriolisa spēks* F_C , ar lielumu $F_C/m = 2v\Omega \sin \varphi$, kur leņķis φ un spēka virziens ir attēloti attēlā



4. FRENEĻA PRIZMA (12 punkti) — *Eero Uustalu and Jaan Kalda.*

Darba piederumi: Frenēļa prizmas plāksne, lapa ar violetām un purpursarkanām stripām (skatīt atsevišķu lapu), kartona gabals (var tikt izmantots, kā ekrāns), lineāls, mērlenta, statīvs, zaļais lāzers ($\lambda_0 = 532 \text{ nm}$). **NB! Izvairies no tieša vai atstarota lāzera stara nonākšanas acīs, jo tas var bojāt tavas acis!**

Izkliedētās gaismas maksimālā intensitāte no purpursarkanās (magenta) stripas ir pie viļņa garuma $\lambda_m = 630 \text{ nm}$ un no zilzaļās (cyan) stripas — $\lambda_c = 495 \text{ nm}$. Frenēļa prizma ir caurspīdīga plāksnīte ar periodiskām stripām: šādas plāksnītes šķēsgriezums ir parādīts attēlā. Plāksnītes materiāla gaismas laušanas koeficients ir $n = 1.47$



i) (4 punkti) Aprēķini Frenēļa prizmas kāpi d (attēlā redzama kāpes definīcija).

ii) (4 punkti) Aprēķini prizmas leņķi α .

iii) (4 punkti) Pieņemot, ka redzamās gaismas diapazonā, Frenēļa prizmas materiāla gaismas laušanas koeficients $n = n(\lambda)$ ir lineāra funkcija no gaismas viļņa garuma λ , aprēķini hromatisko dispersiju $\frac{dn}{d\lambda}$.

¹Cristopher Moore, Phys. Rev. Lett. 70, 3675 (1993)

5. MAGNĒTISKAIS BILJARDS (9 punkti) — *Jaan Kalda*. Dotas divas absolūti elastīgas dielektriķa bumbas ar rādiusu r un masu m , kur viena ir vienmērīgi uzlādēta ar lādiņu $-q$, bet otra — ar $+q$. Homogēns magnētiskais lauks B , kas ir paralēls z asij, ir tik spēcīgs, ka var neņemt vērā elektrostatisko mijiedarbību starp lādiņiem, kā arī var neņemt vērā gravitāciju un berzes spēkus. Pirmā (negatīvi lādētā) bumbiņa pārvietojas ar ātrumu v un ietriecas otrā bumbā, kas bija nekustīga koordinātu sākumpunktā. Sadursme ir centrāla un momentā pirms trieciena, pirmās bumbas ātrums bija paralēls x -asij.

- i) (1 punkts) Cik liels ir otrās bumbas ātrums īsi pēc sadursmes?
 ii) (2 punkti) Uzskicē abu bumbu masas centru trajektorijas tālākā kustībā.

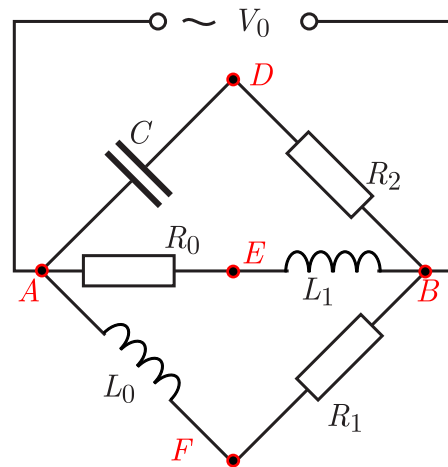
iii) (3 punkti) Cik liels ir vidējais vektoriālais ātrums (lielums un virziens) bumbām tālākā kustībā?

iv) (3 punkti) Apskati situāciju, kas tāda pati, kā iepriekš, ar izmaiņām trīs izmaiņām: abas bumbas ir lādētas ar vienādu pozitīvu lādiņu $+q$; elektrostatiskā atgrūšanās starp bumbiņām var būt vērā ņemama; sadursmes nav obligāti centrālas (bet bumbas joprojām pārvietojas nemainīgā z augstumā un sadursmes nerada kustību z -ass virzienā). Ar P_i apzīmējam punktu, kurā divu bumbu virsmas ir kontaktā i -tās sadursmes laikā. Cik liels ir maksimālais attālums starp punktiem P_i un P_j (maksimums jāmeklē pēc visām vērtībām $i, j = 1, \dots, \infty$ un pēc visiem sadursmes parametriem, turot fiksētas vērtības B , m un q)?

6. KUBS (5 punkti) — *Taavet Kalda*. Lāzerpointeris ar jaudu P ir pavērsts stikla kuba virzienā. Kuba materiāla gaismas laušanas koeficients ir n . Uz kuba virsmas ir pretatstarošanās pārklājums, kā rezultātā nav iespējama daļēja atstarošanās gaismai pārejot no vienas vides citā. Gaismas ātrums ir c .

- i) (3 punkti) Cik liels ir maksimālais spēks, ar kādu lāzera stars var grūst kuby, ja lāzera stars ir paralēls vienai no kuba skaldnēm (tas nozīmē, ka stars var pāvietoties plaknē)?
 ii) (2 punkti) Cik liels ir maksimālais spēks, ar kādu lāzera stars var grūst kuby, ja lāzera stara virziens var būt patvaļīgs.

7. LCR SLĒGUMS (5 punkti) — *Jaan Kalda*. Aplūkojiet attēlā redzamo slēgumu.



i) (2 punkti) Uzzīmē sprieguma vektordiagrammu, kas parāda sprieguma vektorus starp šādiem punktiem: V_{AD} , V_{DB} , V_{AB} , V_{AE} , V_{EB} , V_{AF} , and V_{FB} .

ii) (3 punkti) Spriegumi starp punktiem D , E , un F ir doti: $V_{DE} = 7V$, $V_{DF} = 15V$, and $V_{EF} = 20V$ Cik liels ir ieejas sprieguma vērtība V_0 ?

8. GAISS ZEMŪDENĒ (6 punkti) — *Johan Runeson, Jaan Kalda*. Zemūdene no nezināmas valsts ceļo tuvu Baltijas jūras didenam, $h = 300$ m dziļumā. Tās iekšpusē ir tikai viena liela telpa ar tilpumu $V = 10\text{ m}^3$, kas pildīta ar gaisu ($M = 29\text{ g/mol}$), kā spiediens ir $p_0 = 100\text{ kPa}$ un temperatūra $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Pēkšņi tā saduras ar akmeni un zemūdenes apakšā izveidojas liels caurums ar laukumu $A = 20\text{ cm}^2$. Līdz ar to zemūdene nogrimst līdz jūras dibenam un lielāko daļu zemūdenes strauji piepilda ūdens atstājot gaisa burbuli palielinātā spiedienā (gaisms neizkļūst no zemūdenes). Ūdens blīvums ir $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ un brīvās krišanas paātrinājums $g = 9,81\text{ m/s}^2$. Gaisa molārā siltumietilpība konstantam tilpumam ir $c_V = \frac{5}{2}R$, kur $R = 8,31\text{ J/Kmol}$ ir universālā gāzes konstante.

i) (2 punkti) Cik liels ir plūsmas ātrums (m^3/s), ar kādu ūdens ieplūst zemūdenē uzreiz pēc cauruma izveidošanās?

ii) (2 punkti) Plūsmas ātrums ir pietiekami liels, lai varētu neņemt vērā siltuma apmaiņu starp gāzi un ūdeni (šis attiecas arī uz nākamo jautājumu). Cik liels ir burbuļa tilpums, kad plūsma ir apstājusies?

iii) (2 punkti) Ūdens ieplūšana zemūdenē rada turbulentu ūdens plūsmu zemūdens iekšpusē. Cik liels ir turbulentā ūdens pilnā kinētiskā enerģija (kas vēlāk pārvērtīsies siltumā), kad ūdens ieplūšana zemūdenē ir apstājusies, jo ir izlīdzinājies spiediens?

9. MELNĀ KASTE (?? 1punkts) — *Jaan Kalda, Mihkel Heidelberg*. Melnajai kastei ir trīs izvadi: "zils", "melnsūn" "balts". Tajā elementi: baterija, kondensators, spole virknē ar diodi, ir izvietoti zvaigznes formā. Vari pieņemt, ka diode ir ideāla vada strāvu vienā virzienā bez pretestības un pilnībā nevada strāvu pretējā virzienā. Vari neņemt vērā baterijas un kondensatora iekšējo pretestību, bet jāņem vērā spoles iekšējā pretestība. Multimetra iekšējā pretestība mērot spriegumu ir $R_m = 10\text{ M}\Omega$ un tas rāda jaunu mērījumu ik pēc $t = 0,4\text{ s}$.

i) (3 punkti) Uzzīmēt slēguma shēmu, kas atrodas melnajā kastē. Pamato savu rezultātu ar mērījumiem!

ii) (1 punkts) Nosaki baterijas elektrodzinējspēku.

iii) (1 punkts) Nosaki spoles iekšējo pretestību.

iv) (3 punkti) Novērtē kondensatora kapacitātes vērtību C .

v) (3 punkti) Novērtē spoles induktivitātes vērtību L .

Darba piederumi: Melnā kaste, multimetrs, hronometrs.

