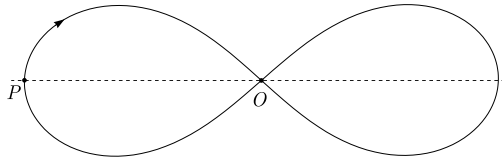


# Nordic-Baltic Physics Olympiad 2018

## 1. GRAVITATIONSLOPP (11 poäng) — *Maté Vigh and Jaan Kalda.*

Tre kroppar som växelverkar gravitationellt har i allmänhet en komplicerad och kaotisk rörelse, förutom i vissa specialfall när rörelsen kan bli regelbunden. I synnerhet finns det fall där kropparna uppvisar periodisk rörelse. Det enklaste exemplet på en sådan periodisk rörelse är när de tre kropparna bildar hörnen i en liksidig triangel och roterar som en stel kropp. I den här uppgiften ska vi studera en mer komplicerad rörelse.

Relativt nyligen<sup>1</sup> upptäcktes att tre lika stora punktmassor kan röra sig periodiskt längs en 8-formad bana som visas i figuren nedan (pilen visar rörelsens riktning). Figuren är gjord utifrån en datorsimulering och har en korrekt form. Om du behöver kan du mäta avstånd i en förstord version av figuren (som finns på ett separat blad) med en linjal.



Numrera de tre kropparna 1, 2 och 3 utifrån i vilken ordningsföljd de passerar den vänstra punkten  $P$  i figuren. Låt  $O_2$  och  $O_3$  beteckna positionerna för kropp 2 respektive 3 vid den tidpunkt då kropp 1 passerar mittpunkten  $O$ . På samma sätt betecknar  $P_2$  och  $P_3$  positionerna för kropp 2 respektive 3 vid den tidpunkt då kropp 1 passerar punkten  $P$ . Låt  $T$  beteckna den totala periodtiden för var och en av kropparna längs den 8-formade kurvan.

i) (2 poäng) Ange ett uttryck för följande färdtider hos kropparna: (a) från  $O_2$  till  $O$ ; (b) från  $O_3$  till  $P_2$ .

ii) (1 poäng) Låt  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  och  $\vec{v}_3$  beteckna kropparnas hastighet vid en given tidpunkt. Skriv en likhet som relaterar dessa hastigheter till varand-

ra.

iii) (2 poäng) Visa att systemets totala rörelsemängdsmoment är noll.

iv) (2 poäng) Markera positionen för punkterna  $O_2$  och  $O_3$  på figuren på det separata bladet. Motivera ditt svar.

v) (2 poäng) Markera positionen för punkterna  $P_2$  och  $P_3$  på figuren på det separata bladet. Finn två oberoende konstruktioner och motivera dina lösningar.

vi) (2 poäng) Ange förhållandet mellan kropparnas fart i punkten  $O$  och deras fart i punkten  $P$ .

## 2. FARTKAMERA (6 poäng) — *Mihkel Kree.*

I det här problemet ska vi analysera hur en fartkamera fungerar. Fartkamerans sändare skickar ut en elektromagnetisk våg som har frekvensen  $f_0 = 24 \text{ GHz}$  och vågformen  $\cos(2\pi f_0 t)$ . Vågen reflekteras sedan mot en bil som närmar sig med hastigheten  $v$ . Därefter registrerar fartkamerans mottagare den reflekterade vågen.

i) (2 poäng) Ange ett uttryck för den reflekterade vågens frekvens  $f_1$ .

ii) (2 poäng) Inuti fartkameran multipliceras den mottagna vågformen med den vågform som ursprungligen sändes ut. Ange alla de frekvenser som finns i den signal som fås genom multiplikationen.

iii) (2 poäng) Beräkna bilens fart  $v$  givet att den lägsta frekvens som uppstår vid multiplikationen är  $f_{\text{low}} = 4.8 \text{ kHz}$ .

Ledning: Ljusets fart är  $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$  och följande trigonometriska samband kan visa sig vara användbart:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)].$$

## 3. VÄDERPROGNOS (7 poäng) — *Johan Runeson.*

Kartan som visas på ett separat blad inne-

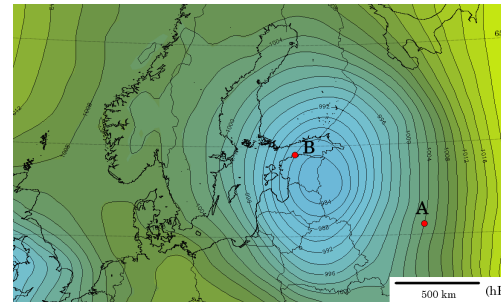
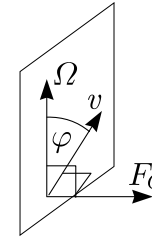
håller isobarer vid en konstant höjd nära havsnivån. Du kan anta att mönstret av isobarer är stationärt i tiden (förändras väldigt långsamt).

i) (2 poäng) Skissera vindhastighetens riktning i punkterna A och B.

ii) (2.5 poäng) Uppskatta vindens fart i punkten A. Använd att linjerna för konstant tryck är nästan räta i punkten A. Luftens densitet nära marken är  $\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$ .

iii) (2.5 poäng) Uppskatta vindens fart i punkten B.

Ledning: När en kropp med massan  $m$  (exempelvis ett skikt med luft) rör sig med hastigheten  $v$  i ett koordinatsystem som roterar med vinkelhastigheten  $\Omega$  så upplever kroppen en fiktiv kraft som kallas *Corioliskraften*, given av  $F_C/m = 2v\Omega \sin \varphi$ , där vinkeln  $\varphi$  och riktningarna visas i figuren.

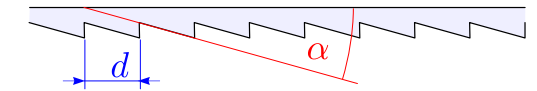


## 4. FRESNELPRISMA (12 poäng) — *Eero Uustalu and Jaan Kalda.*

**Utrustning:** ett fresnelprisma, ett papper med blå och röda linjer (se separat blad), en kartongbit som kan användas som skärm, linjal, måttband, stativ, grön laser ( $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$ ). **Obs! Titta inte rakt in i lasern!** Det spridda ljuset från de röda linjerna har maximal intensitet för  $\lambda_m = 630 \text{ nm}$  och från de blå linjerna för  $\lambda_c = 495 \text{ nm}$ .

Ett fresnelprisma är ett genomskinligt skikt med ett periodiskt mönster, vars tvärsnitt visas

i figuren. Prisma är gjort av ett material med brytningsindex  $n = 1.47$ .



i) (4 poäng) Bestäm gitterkonstanten  $d$  (se figuren för dess definition).

ii) (4 poäng) Bestäm vinkeln  $\alpha$  i prisma.

iii) (4 poäng) Antag att för synligt ljus gäller att prismats brytningsindex  $n = n(\lambda)$  är en linjär funktion av våglängden  $\lambda$ . Bestäm den kromatiska dispersionen  $\frac{dn}{d\lambda}$ .

<sup>1</sup>Cristopher Moore, Phys. Rev. Lett. 70, 3675 (1993)

**5. MAGNETISK BILJARD (9 poäng)** — *Jaan Kalda*. Antag att vi har två fullständigt elastiska bollar gjorda av ett dielektriskt material. Båda har radien  $r$  och massan  $m$ , men på den ena är laddningen  $-q$  isotropt fördelad, medan laddningen  $+q$  är isotropt fördelad på den andra. Det finns ett homogent magnetfält  $B$  parallellt med  $z$ -axeln som är så starkt att elektrostatisk växelverkan mellan bollarna kan försummas. Försumma även gravitation och friktion. Den första bollen (negativt laddad) rör sig med farten  $v$  och kolliderar med den andra bollen som är i vila i origo i kollisionsogonblicket. Stöten är central, och omedelbart innan kollisionsogonblicket är den första bollens hastighet parallell med  $x$ -axeln.

i) (1 poäng) Vad är den andra bollens fart omedelbart efter kollisionen?

ii) (2 poäng) Skissera de banor som bollarnas masscentra följer efter kollisionen.

iii) (3 poäng) Vilken medelhastighet (storlek och riktning) har bollarna efter kollisionen?

iv) (3 poäng) Antag samma förutsättningar som ovan förutom följande tre skillnader: båda bollarna har samma laddning  $+q$ ; den elektrostatiska repulsionen mellan bollarna kan inte längre försummas; samt kollisionen behöver inte vara central (dock har bollarna fortfarande samma  $z$ -koordinat så att kollisionen inte ger upphov till någon rörelse längs  $z$ -axeln). Låt  $P_i$  beteckna den punkt där de två bollarnas ytor kommer i kontakt med varandra under den  $i$ :te kollisionen. Hur stort är det maximala avståndet mellan  $P_i$  och  $P_j$  (maximera över alla värden  $i, j = 1, \dots, \infty$ , och över alla stötparametrar för

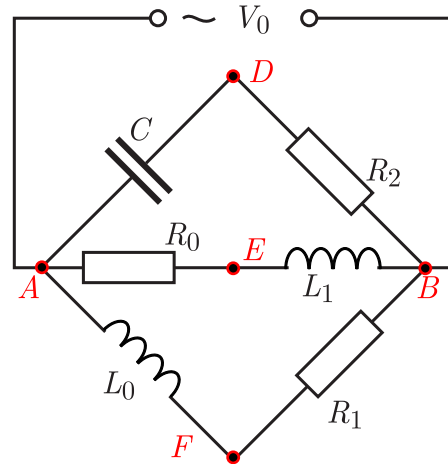
kollisionerna, för fixerade värden på  $B$ ,  $m$ , och  $q$ )?

**6. KUB (5 poäng)** — *Taavet Kalda*. En laserpekare som har effekten  $P$  riktas mot en kub av glas med bryningsindex  $n$ . Kubens yta har anti-reflexbehandlats så att det inte förekommer någon *partiell* reflektion när ljuset passerar från ett medium till ett annat. Ljusets fart är  $c$ .

i) (3 poäng) Med vilken maximal kraft kan laserpekaren skjuta på kuben om lasern måste vara riktad parallellt med en av kubens sidor (detta innebär att laserstrålen bara kan riktas i ett tvådimensionellt plan)?

ii) (2 poäng) Med vilken maximal kraft kan laserpekaren skjuta på kuben om lasern får ha vilken riktning som helst?

**7. LCR-KRETS (5 poäng)** — *Jaan Kalda*. I denna uppgift ska du utgå från kretsen i figuren nedan.



i) (2 poäng) Rita ett visardiagram för denna krets som innehåller spänningsvektorerna mellan följande noder:  $V_{AD}$ ,  $V_{DB}$ ,  $V_{AB}$ ,  $V_{AE}$ ,  $V_{EB}$ ,  $V_{AF}$ , och  $V_{FB}$ .

ii) (3 poäng) Spänningarna mellan noderna  $D$ ,  $E$  och  $F$  har följande värden:  $V_{DE} = 7\text{V}$ ,  $V_{DF} = 15\text{V}$  respektive  $V_{EF} = 20\text{V}$ . Vilket värde har då den ingående spänningen  $V_0$ ?

**8. LUFT I EN UBÅT (6 poäng)** — *Johan Runeson, Jaan Kalda*. En ubåt av okänd nationalitet färdas nära Östersjöns botten på djupet  $h = 300\text{m}$ . Inuti består den av ett stort rum med volymen  $10\text{m}^3$  fyllt med luft ( $M = 29\text{g/mol}$ ) som har trycket  $p_0 = 100\text{kPa}$  och temperaturen  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ . Plötsligt kraschar ubåten in i en klippa så att ett stort hål med arean  $A = 20\text{cm}^2$  bildas på botten av ubåten. Det gör att den sjunker till havsbotten och snabbt fylls till största delen med vatten, förutom en luftbubbla med högt tryck (ingen luft läcker ut ur ubåten). Vattnets densitet är  $\rho = 1000\text{kg/m}^3$  och tyngdaccelerationen  $g = 9.81\text{m/s}^2$ . Värmekapaciteten per mol av luft vid konstant volym är  $c_V = \frac{5}{2}R$  där  $R = 8.31\text{J/Kmol}$  är gaskonstanten.

i) (2 poäng) Vad är flödet (i  $\text{m}^3/\text{s}$ ) av vatten in i ubåten direkt efter att hålet bildats?

ii) (2 poäng) Flödet är så stort att ubåten fylls med vatten så snabbt att värmeutbytet mellan gasen och vattnet kan försummas (detta gäller också i nästa fråga). Vad är luftbubblans volym efter att vattenflödet har stoppats?

iii) (2 poäng) Flödet in i ubåten skapar turbulens i vattnet inne i ubåten. Vad är den totala kinetiska energin hos denna vattenturbulens (som se-

nare kommer att omvandlas till värme) efter att flödet stannat av till följd av utjämnade tryck?

**9. SVART LÅDA (?? 1poäng)** — *Jaan Kalda, Mikkel Heidelberg*. Den svarta lådan har tre utgående sladdar: ”blå”, ”svart” och ”vit”, och innehåller i en stjärnformad koppling: ett batteri, en kondensator, en spole i serie med en diod. Du kan anta att dioden är ”ideal” – att den leder ström utan resistans i ena riktningen och inte leder alls i den andra riktningen. Du kan också försumma batteriets och kondensatorns inre resistans, däremot har spolen en resistans som inte kan försummas. Multimaterns inre resistans är  $R_m = 10\text{M}\Omega$  när den fungerar som voltmeter, och den visar nya värden med  $t = 0.4\text{s}$  mellanrum.

i) (3 poäng) Rita den krets som motsvarar hur kopplingen ser ut inuti den svarta lådan. Motivera ditt svar med mätdata.

ii) (1 poäng) Bestäm batteriets elektromotoriska spänning.

iii) (1 poäng) Bestäm spolens interna resistans.

iv) (3 poäng) Uppskatta kondensatorns kapacitans  $C$ .

v) (3 poäng) Uppskatta spolens induktans  $L$ .

*Material:* Svart låda, multimeter, stoppur.

