Eesti-Soome Olümpiaad - 2010

1. Laengud E-s *(8 punkti)* Kaks osakest (punane ja sinine) omavad masse m) ning on ühendatud vedru abil, mille pikkus on L ja jäikus k; sinine kannab laengut q ($q > 0$), kuid punane on laenguta. Ruumipiirkonnas $x > 0$ on homogeenne x-teljega antiparalleelne elektriväli tugevusega E; piirkonnas $x < 0$ elektriväli puudub. Alguses liigub laengutest "hantel" ruumipiirkonnas $x < 0$ kiirusega v paralleelselt x-teljega, kusjuures hantli telg on samuti x-teljega paralleelne ja vedru on pingevabas olekus.

On teada, et laengute süsteem liigub mõne aja möödudes ruumipiirkonnas $x < 0$ kiirusega $-v$ (st antiparalleelselt x-teljega) ning et punane osake ei sisene kunagi piirkonda $x > 0$. Peale selle, vedru pikkus saavutab oma miinimumväärtuse vaid ühel korral.

i) (2,5 p) Millise ajavahemiku τ vältel viibib sinine osake piirkonnas $x > 0$?

Selleks, et protsess saaks toimuda täpselt nii nagu kirjeldatud, peab suuruste m, v, k, q, E ja L jaoks olema rahuldatud üks võrdus ja üks võrratus.

ii) (3 p) Milline võrdus peab kehtima?

iii) (2,5 p) Milline võrratus peab kehtima?

2. Termos *(6 punkti)* Uurimaks termospudeli soojuslikke omadusi modelleerigem seda kahe kontsentrilise kera abil, mis omavad raadiusi $R_1 = 7\,\mathrm{cm}$ ja $R_2 = 10\,\mathrm{cm}$. Kerade vaheline ruumiosa sisaldab vaakumit (seega, soojusjuhtivusega võib mitte arvestada).

i) (3,5 pt) Leia kiirguslik soojusvoog (st ajaühikus ülekantud soojushulk, eeldades, et ümbritseva keskkonna temperatuur on $T_2 = 293\,\mathrm{K}$ ja sisemine kera on täidetud vedela lämmastikuga keemistemperatuuril $T_1 = 77\,\mathrm{K}$. Kõigi pindade kiirgustegurid on võrdsed roostevaba terase kiirgusteguriga $\varepsilon = 0{,}1$. *Märkus:* Pindalaühiku kohta välja kiiratav soojusvoog on antud Stefan-Boltzmann'i seadusega $P = \varepsilon\sigma T^4$, kus $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2K^4}$ (eeldusel, et tegur ε ei sõltu kiirguse lainepikkusest).

ii) (2,5 pt) Hinnake, kui kaua võtab aega vedela lämmastiku täielik aurustumine (aurud eemalduvad ülerõhuklapi kaudu). Vedela lämmastiku tihedus $\rho = 810\,\mathrm{g/l}$ ja aurustumissoojus $\lambda = 199\,\mathrm{kJ/kg}$). *NB! Kui Te ei suutnud leida P-d (küsimuse i juures), avaldage aurustumisaeg sümbolkujul (st kasutades sümbolit P).*

3. Türannosaurus (T. Rex) *(6 points)* Paleontoloogid avastasid türannosauruse jäljed, kus sama jala jäljed on üksteisest kaugusel $A = 4{,}0$. Nad leidsid samuti jalaluutüki ning tegid kindlaks, et selle ristlõikepindala on $N = 10000$ suurem kana omast (türannosaurus on kana sugulane).

i) (3 pt) Teades, et kana jalg on ligukaudu $l = 15$ cm pikk, hinnake türannosauruse jala pikkust L. Võite eeldada, et jala pikkus on nende kahe looma puhul võrdeline kogu kere pikkusega ja et jalaluu pinge (jõud pindalaühiku kohta) on mõlema looma puhul üks ja sama. Kas Te vastus on kooskõlas sammupikkusega A?

ii) (3 pt) Hinnake türannosauruse kõndimiskiirust, lähendades jala liikumist sammumisel vabalt võnkuva pendli liikumisega. Formuleerige selgelt kõik lähendused, mida tegite.

4. Kera *(6 punkti)* Massiivset sfäärilist kera massiga $M = 100$ kg püütakse veeretada üles mööda vertikaalset seina, rakendades jõudu F mingisse punkti P kera pinnal. Hõõrdetegur kera ja seina vahel on $\mu = 0.7$.

i) (5 pt) Millise minimaalse jõu $F_{\min}$ abil on võimalik see eesmärk saavutada?

ii) (1 pt) Konstrueerige geomeetriliselt seina ja kera külgvaates see punkt P, kuhu niisugune minimaalne jõud peab olema rakendatud, koos rakendatava jõu suunaga.

5. Elastne niit *(10 points)* Vahendid: joonlaud, kleeplint, elastne niit, puupulk, marker, tuntud koormis.

Antud ülesande eesmärgiks on uurida elastse niidi elastsusomadusi suurte suhteliste deformatsioonide $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$ korral, kus l_0 ja l on niidi pikkused vastavalt venitamata ja venitatud olekutes. Kui Hook'i seadus kehtiks, siis elastsusjõu F ja deformatsiooni ε suhe F/ε oleks konstantne: $F/\varepsilon = SE$, kus S on niidi ristlõikepindala ja E — niidi materjali elastusmoodul.

i) Teostage mõõtmised selleks, et koostada suhte F/ε graafik funktsioonina deformatsioonist ε, kuni väärtuseni $\varepsilon \approx 3{,}5$. Joonistage vastav graafik märkides seal ära ka katsemääramatused.

ii) Eeldades, et elastsusmoodul $E = F/S\varepsilon$ jääb konstantseks, uurige kuidas sõltub niidi ruumala deformatsioonist ε. Joonistage vastav graafik.

6. Laengud B-s *(7 punkti)* Ruumipiirkonnas $x > 0$ on homogeenne z-teljega paralleelne magnetväli induktsiooniga B; piirkonnas $x < 0$ magnetväli puudub. Kaks ühesugust osakest massiga m ja laenguga q asuvad algselt punktides koordinaatidega $y = z = 0$ ning vastavalt $x = -L_0$ ja $x = -2L_0$. Kummagi osaksese algkiirus on v, piki x-telge magnetvälja suunas. Laengutevahelise elektrostaatilise tõukejõuga mitte arvestada.

i) (1,5 p) Visandage esimese osakese trajektoor ja selle y-koordinaadi graafik sõltuvusena ajast.

ii) (3,5 p) Visandage laengute vahekauguse L graafik sõltuvusena ajast t eeldusel, et $\pi mv/Bq > L$. Milline on osakeste minimaalne vahekaugus $L_{\min}$?

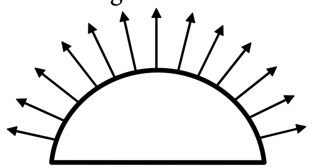
7. Satelliit *(5 punkti)*

i) (3 p) Maa kohal kõrgusel h hoitakse korvpalli massiga m_1 ja diameetriga d (palli kese on kõrgusel $h+d/2$ maapinnast), millel omakorda hoitakse väikest tennisepalli massiga m_2 (pallide keskpunkte ühendav sirge on maapinnaga risti). Pallid lastakse üheaegselt kukkuda. Mis on maksimaalne kõrgus, milleni jõuab tennisepall, kui $m_1 \gg m_2$ ja alumise palli põrge vastu põrandat ning pallidevaheline põrge lugeda absoluutselt elastseteks?

ii) (2 p) Vaatleme järgmist tehiskaaslase kosmosesse saatmise projekti. N absoluutselt elastset kummipalli massidega $m_1 \gg m_2 \gg \ldots \gg m_N$ hoitakse üksteise kohal (eelmise küsimusega analoogselt), kusjuures maale kõige lähemal asuv pall on kõige raskem, selle kohal on raskuselt teine pall jne. Kõige ülemisest pallist tahetakse teha sfääriline tehiskaaslane, st anda sellele Maalähedasel orbiidil püsimiseks piisav kiirus $v_N = 7.8\,\mathrm{km/s}$. Süsteem kergitatakse maapinnalt kõrgusele $h = 1$ m ning lastakse lahti. Milline peab olema pallide arv N? Milline peaks olema alumise palli mass, kui lugeda, et $m_i/m_{i+1} = 10$ ning saadetava tehiskaaslase mass $M_N = 1$ kg?

8. Vihmuti *(3 punkti)*

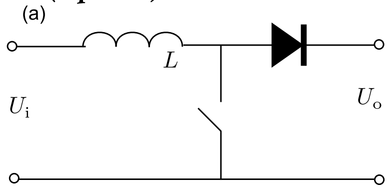
Vihmuti omab poolsfääri kuju ning selle pinna sfäärilisse ossa on puuritud väikseid auke. Nendest aukudest voolab välja vesi kiirusega $v = 10\,\mathrm{m/s}$. Vihmuti lähedal on voolava vee hulk jaotunud ühtlaselt üle kõikide ülemise poolruumi suundade. Vihmuti paigaldatakse maapinnale nii, et telg on vertikaalne. Järgnevate küsimuste juures võite eeldada, et õhutakistus on tühine ning et vihmuti mõõtmed on väga väikesed.



i) (1,5 p) Leidke vihmuti poolt kastetava maapinnaosa pindala.

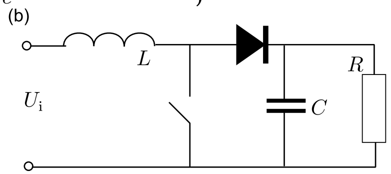
ii) (1.5 p) Millisel kaugusel vihmutist on kastmisintensiivsus (mm/h) maksimaalne?

9. Pingeallikas *(6 punkti)*



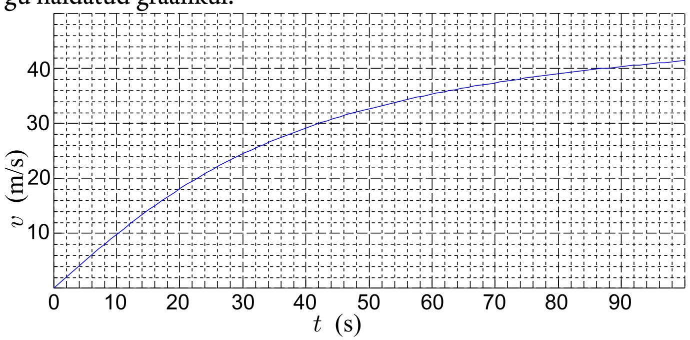
i) (2 p) Vaatleme joonisel (a) toodud skeemi, kus dioodi võib lugeda ideaalseks (st pärivoolu korral on sisetakistus null ning vastuvoolu korral lõpmatu). Lüliti suletakse ajavahemikuks kestvusega τ_c ja seejärel taasavatakse. Sisend- ja väljudnpinged on kogu protsessi jooksul konstantsed ja võrdsed vastavalt U_i ja U_o-ga ($2U_i < U_o$). Esita graafikul sisendvoolu ja väljundvoolu tugevus sõltuvusena ajast.

ii) (2 p) Nüüd lülitatakse lülitit perioodiliselt sisse-välja; iga kord hoitakse see suletuna ajavehmiku τ_c vältel ning avatuna samuti ajavahemiku τ_c vältel. Leidke väljundvoolu keskmine tugevus.



iii) Asendagem nüüd skeem (a) skeemiga (b). Lülitit lülitakase lahti-kinni samal viisil nagu osas ii. Milliseks kujuneb pinge koormisel R, kui saavutatakse statsionaarne töörežiim? Võite eeldada, et $\tau_c \ll RC$, st pingevõnkumised koormisel (ja mahtuvusel) on tühised kogu perioodi vältel (st kondensaatori laeng ei jõua oluliselt muutuda).

10. Jää-ralli *(7 punkti)* Auto kiirendab libedal pinnal nii, et rattad on kogu aeg libisemise piiril (nt tänu vejõukontrolli seadmele). Niisuguse kiirendamise puhul on kiiruse sõltuvus ajast selline nagu näidatud graafikul.



i) (2 pt) Milline on hõõrdetegur eeldades, et autol on neljaratta vedu?

Seetõttu, et käike vahetatakse käsitsi, on vahepeal selline lühike ajavahemik kestvusega $\tau_1 = 0.5\,\mathrm{s}$, mil rattad ei vea (st sel ajal auto pidurdub õhuhõõrde tõttu). Kui see ajavahemik välja arvata, siis toimub kiirendamine vastavalt juuresolevale graafikule. Tulemuseks on see, et auto saavutab oma lõppkiiruse $v_t = 40\,\mathrm{m/s}$ ajavahemiku $\tau_2 = 1.0\,\mathrm{s}$ võrra hiljem — võrreldes ideaalse olukorraga, mil käiguvahetusest tingitud ajaviivis puudub. Lõppkiiruse saavutamise järel jätkab auto sõitu konstantse kiirusega. Oma arvutustes võite käiguvahetuse ajal lugeda õhuhõõrde tugevuse konstantseks.

ii) (2,5 pt) Millise kiiruse juures vahetati käiku?

iii) (2,5 pt) Mitme meetri võrra lühem vahemaa läbiti esimese 100 sekundiga — võrreldes ideaalse olukorraga, mil käiguvahetusest tingitud ajaviivis puudub?

11. Must kast *(10 punkti)* Töövahendid: must kast, multimeeter, patarei, kell (ekraanil).

Määrake elektriskeem mustas kastis ning seal olevate takistite väärtused. Hinnake ülejäänud elektriliste komponentide karakteristikute väärtusi. Teada on, et peale juhtmete sisaldab must kast kokku kolme komponenti.