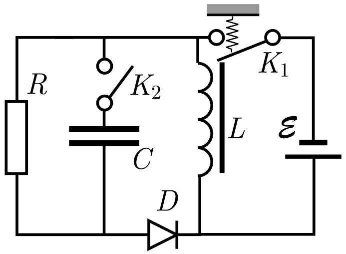
Suomalais-virolaiset Fysiikkaolympialaiset 2014

1. JÄNNITEHAKKURI (8 pistettä) Pariston antamasta tasajännitteestä kehitetään suurempijännitteistä tasasähköä oheisen piirin avulla.



Sähkömagneettinen kytkin K_1 kytkee pariston, jonka jännite on $\mathcal{E}$ käämiin, jonka induktanssi on L. Jousi pitää kytkimen suljettuna, jos käämin läpi ei kulje virtaa, mutta kun käämin läpi menevä virta saavuttaa kriittisen arvon I_0, käämin synnyttämä magneettikenttä vetää kytkimen auki. Hitauden takia käämiltä kuluu uudelleensulkeutumiseen äärellinen aika τ_K vaikka virta putoaakin nollaan.

Diodi D voidaan olettaa ideaaliseksi, jolloin sen läpi kulkeva virta on nolla estosuuntaiselle jännitteelle ($V_D < 0$), kuten myös päästösuuntaiselle jännitteelle, joka on pienempi kuin kynnysarvo V_0 (i.e. for $0 < V_D < V_0$). Kaikilla nollasta eroavilla päästösuuntaisilla virroilla jännite V_D pysyy vakioarvossa V_0.

Ilmoita vastauksesi suureiden L, $\mathcal{E}$, I_0, V_0 ja kapasitanssin C avulla.

i) *(1 piste)* Kytkin K_2 on aluksi auki. Jos virta on aluksi nolla, kuinka pitkän ajan τ_L kuluttua kytkin K_1 aukeaa?

ii) *(1 piste)* Oletaetaan jatkossa, että $L/R \ll \tau_K \ll \tau_L$. Pirrä käämin virran kuvaaja ajan t funktiona välillä $0 \le t < 3\tau_L$).

iii) *(1 piste)* Mikä on maksimijännite $V_{\max}$ vastuksen R yli?

iv) *(2 pistettä)* Olettaen, että $V_{\max} \gg V_0$, mikä on keskimääräinen lämmöntuottoteho diodissa?

v) *(2 pistettä)* Olkoon kytkin K_2 suljettu ja yksinkertaisuuden vuoksi myös että $V_0 = 0$, $RC \gg \tau_L$ ja $\tau_K > \pi\sqrt{LC}$. Oletetaan, että piiri on ollut toiminnassa hyvin pitkään. Määritä keskimääräinen jännite vastuksen yli.

vi) *(1 piste)* Mikä on vastuksen jännitevaihteluiden amplitudi?

2. JÄTEHUOLTOSUUNNITELMA (8 pistettä) Euroopan parlamentti päätti vuonna 2114 lähettää ydinjätteet Aurinkoon. Projektin suunnittelussa käytettiin seuraavia arvoja: Vuoden pituus $T = 365{,}25$ days, Maan ratanopeus $v_0 = 29{,}8$ km/s, Auringon kulmaläpimitta Maasta katsoen $\alpha = 0{,}5°$, Maan säde $R = 6400$ km, Painovoiman kiihtyvyys maan pinnalla $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$.

Projektissa jäte lähetetään Aurinkoon ballistisilla avaruusaluksilla: aluksen moottori toimii vain hyvin lyhyen aikaa ja polton aikana alus liikkuu paljon vähemmän kuin maan läpimitan pituisen matkan. Maahan sidotuissa koordinaateissa alus saa maan rataliikettä vastaan suunnatun nopeuden, jonka jälkeen alus liikkuu ballistisella radalla Aurinkoon. Rata valitaan mahdollisimman polttoainetaloudelliseksi.

i) *(1 piste)* Hahmottele aluksen rata.

Karkeana approksimaationa voidaan olettaa Auringon olevan pistemäinen ($\alpha \approx 0°$); käytä tätä oletusta kehdessa seuraavassa kysymyksessä.

ii) *(1.5 pistettä)* Kuinka kauan kestää aluksen matka Aurinkoon?

iii) *(1.5 pistettä)* Mikä on aluksen nopeus Maan suhteen, kun sen etäisyys Maasta on paljon suurempi kuin Maan säde, mutta vielä paljon pienempi kuin etäisyys Aurinkoon?

iv) *(2.5 pistettä)* Vastaa edelliseen kysymykseen ilman approksimaatiota $\alpha \approx 0°$.

v) *(1.5 pistettä)* Mikä on aluksen nopeus Maan suhteen, kun etäisyys Maahan on paljon pienempi kuin Maan säde?

3. MAGNEETIT (6 pistettä) Tutkitaan kahden magneetin välistä voimaa. Yksi magneetti roikkuu narusta, jonka pituus on $l = 1$ m. Toinen magneetti tuodaan hitaasti yhä lähemmäs narussa roikkuvaa magneettia siten, että magneettien akselit ovat koko ajan samalla horisontaalilla tasolla. Sillä hetkellä, kun magneettien välinen etäisyys on $d_1 =$ 4 cm ja narusta roikkuva magneetti on liikkunut $x_1 = 1$ cm alkuperäisestä sijainnistaan, tasapaino rikkoutuu ja magneetit napsahtavat kiinni toisiinsa. Määritä eksponentin n arvo, kun voit olettaa, että magneetteja toisiinsa vetävä voima F_{m} riippuu etäisyydestä d yhtälön $F_{\mathrm{m}} \propto d^{-n}$ mukaisesti.

4. SUPERPALLOT (5 pistettä) $n+1$ elastista palloa pudotetaan siten, että ne ovat täydellisesti päällekkäin ja yksittäisten pallojen välissä on hyvin pieni väli. Alimmaisen pallon massa on m_0, jonka päällä olevan pallon massa on fm_0, jonka päällä olevan pallon massa on f^2m_0 ja niin edelleen. Päällimmäisen pallon massa on tällöin $f^n m_0$. Edellä pätee $f < 1$. Sillä hetkellä, kun alin pallo osuu maahan, kaikki pallot liikkuvat nopeudella v.

i) *(1 piste)* Mikä on toiseksi alimman pallon nopeus v_1 kahden alimman pallon törmäyksen jälkeen?

ii) *(3 pistettä)* Mikä on päällimmäisen pallon nopeus v_n kaikkien törmäysten jälkeen?

iii) *(1 piste)* Kuinka monta kertaa korkeammalle päällimmäinen pallo lentää verrattuna alkuperäiseen pudotuskorkeuteen h? Voit olettaa, että $f = 0.5$ ja $n = 10$.

Mahdollisesti hyödyllistä tietoa: Sarja $a_0 = 1$, $a_{k+1} = a_k\alpha + \beta$ voidaan esittää yleisesti muodossa $a_n = \alpha^n + \beta\frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1}$, missä α ja β ovat vakioita.

5. PLANCKIN VAKIO (8 pistettä)

Yksinkertaisen mallin mukaisesti ajateltuna ledin eli valodiodin läpi kulkee virta ainoastaan silloin kun se valaisee, ja täten niissä tapahtuvan jännitehäviön suuruus on vakio $V_t = \frac{E}{e}$. Emittoituvan valokvantin energia on $E = hf$ ja alkeisvarauksen suuruus on $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C. Valonnopeus tyhjiössä on $c = 3{,}00 \times 10^8$ m/s.

Käytössäsi on lajitelma ledejä, jotka on numeroitu 1–6, ja joista kukin on kytketty sarjaan vastuksen ($R = 680\,\Omega$) kanssa. Lajitelmassa tiedetään olevan ledit, joiden spektrien huiput ovat kohdissa 940 nm, 620 nm, 590 nm, 525 nm, 470 nm, ja 450 nm.

i) *(2 pistettä)* Selvitä, mikä aallonpituus vastaa mitäkin lediä.

ii) *(4 pistettä)* Määritä Planckin vakion arvo h, joka vastaa edellä käsiteltyä yksinkertaista malliamme. Tämän arvon ei tarvitse vastata todellisen Planckin vakion arvoa.

iii) *(2 pistettä)* Arvioi tuloksen virhettä.

Välineet: jännitelähde (paristoja), jonka lähdejännite on tuntematon; virtamittari, lajitelma ledejä, joista jokainen on kytketty sarjaan vastuksen kanssa. Varo kytkemästä paristoa oikosulkuun virtamittarin kanssa. Paristojen ja virtamittarin sisäisiä resistansseja ei tarvitse huomioida.

Suomalais-virolaiset Fysiikkaolympialaiset 2014

6. JÄÄJUOKSIJA (4 pistettä) Poika juoksee suurella jääpinnalla nopeudella $v = 5\,\mathrm{m/s}$ kohti pohjoista. Kitkakerroin pojan jalkojen ja jään välillä on $\mu = 0.1$. Yksinkertaistuksena voidaan olettaa, että pojan ja jään välinen vuorovaikutusvoima pysyy vakiona, vaikka se todellisuudessa vaihtelee. Tämä voidaan perustella toteamalla, että yhden askeleen yli otettu keskiarvo pysyy vakiona.

i) *(2 pistettä)* Mikä on pienin mahdollinen aika, jossa poika pystyy muuttamaan kulkusuuntansa itään nopeutensa säilyttäen?

ii) *(2 pistettä)* Mikä on optimaalisen ratakäyrän muoto?

7. SPINIMALLI (8 pistettä) Tarkastellaan systeemiä, joka koostuu N:stä riippumattomasta magneettisesta dipolista (spinistä) magneettikentässä B ja lämpötilassa T. Tarkoituksenamme on tarkastella systeemin ominaisuuksia käyttäen tilastollista mekaniikkaa. Tiedetään, että magneettisen dipolin energialle pätee $E = \epsilon m$, missä $m = \pm\frac{1}{2}$ ja $\epsilon = \alpha B$

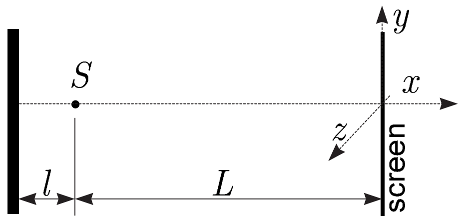
i) *(2 pistettä)* Mikä on todennäköisyys $p_\uparrow$ valitun yksittäisen spinin olemiselle virittyneessä tilassa eli positiivisen energian omaavassa tilassa?

ii) *(2 pistettä)* Mikä on spinijärjestelmän kokonaisenergian E_s keskimääräinen arvo parametrien B ja T funktiona?

iii) *(2 pistettä)* Sievennä kokonaisenergian E_s lauseketta käyttäen korkean lämpötilan approksimaatiota $T \gg \frac{\alpha B m}{k}$.

iv) *(2 pistettä)* Mikä on systeemin lämpökapasiteetti C korkean lämpötilan rajalla $T \gg \frac{\alpha B m}{k}$?

8. HEIJASTUSINTERFERENSSI (5 pistettä) Pistelähde S lähettää koherenttia valoa aallonpituudella λ tasaisesti kaikkiin suuntiin, jolloin aaltorintamat ovat sisäkkäisiä pallokuoria. Tasopeili asetetaan etäisyydelle $l = N\lambda$ pistelähteestä, missä N on suuri kokonaisluku. Tämän seurauksena etäisyydellä $L \gg l$ pistelähteestä olevalla tasolla (screen) havaitaan interferenssikuvio (katso kuvaa).



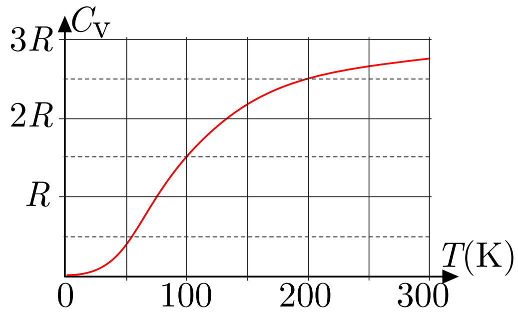
Käytetään koordinaatteja x, y ja z kuvan mukaisesti. Taso on yhdensuuntainen peilin kanssa ja sijaitsee $y-z$-tasossa.

i) *(2 pistettä)* Millä y-koordinaatin arvoilla (arvolle $z = 0$) interferenssimaksimit havaitaan? Voit olettaa, että $y \ll L$.

ii) *(1 piste)* Hahmottele syntyvien interferenssikuvioiden muoto muutamalle pienimmistä kuvioista ($y-z$-tasossa).

iii) *(2 pistettä)* Taso korvataan pallopinnalla, jonka säde on L ja jonka keskipisteenä on pistelähde S. Kuinka monta interferenssimaksimia voidaan havaita?

9. TERMINEN KIIHTYVYYS (9 pistettä) Tutkitaan alumiinikuutiota, jonka sivun pituus on $a = 1\,\mathrm{cm}$. Alumiinin tiheys on $\rho = 2{,}7\,\mathrm{g/cm^3}$ ja moolimassa $M_A = 23\,\mathrm{g/mol}$. Oheisessa kuvassa on esitetty alumiinin lämpökapasiteetti yhtä moolia kohden lämpötilan funktiona. Valon nopeus on $c = 3\times10^8\,\mathrm{m/s}$ ja kaasuvakio on $R = 8{,}31\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}$. Kuution alkulämpötila on $T_0 = 300\,\mathrm{K}$.



i) *(1 piste)* Määritä kuution kokonaislämpöenergia, kun sen lämpötila on $T_0 = 300\,\mathrm{K}$.

ii) *(3 pistettä)* Maalataan viisi kuution sivuista valkoisiksi (heijastaa täydellisesti näkyvän valon ja infrapunavalon aallonpituuksilla) ja yksi sivu mustaksi (absorboi täydellisesti näkyvän valon ja infrapunavalon aallonpituuksilla). Laitetaan kuutio termiseen äärettömän suureen tyhjiöön (taustasäteilyn lämpötila on hyvin lähellä absoluuttista nollapistettä) ja paikkaan, jossa gravitaation vaikutukset ovat mitättömät. Levossa oleva lämmin kuutio jäähtyy termisen säteilyn vuoksi ja alkaa liikkumaan. Arvioi kuution lopullinen nopeus v_1.

iii) *(2 pistettä)* Hyvin matalissa lämpötiloissa alumiinin lämpökapasiteetti on verrannollinen lämpötilan kolmanteen potenssiin T^3. Millainen funktio $f(t)$ kuvaa lämpötilaa ajan funktiona [$T = A\cdot f(Bt)$, missä A ja B on vakiot] hyvin matalissa lämpötiloissa? Edellisen kysymyksen oletukset ovat edelleen voimassa.

iv) *(3 pistettä)* Päällystetään viisi kuution sivua termisellä eristekerroksella (lämpöä ei siirry eristeen läpi) ja jätetään yksi päällystämättä. Kuution ympärillä on hyvin matalassa lämpötilassa olevaa vetykaasua (vetymolekyylien moolimassa $M_H = 2\,\mathrm{g/mol}$). Kuutio alkaa jäähtymään lämmön siirtyessä kuutiosta ympäröivään kaasuun (voit jättää lämpösäteilyn huomioimatta). Aluksi levossa oleva kuutio alkaa jäähtymään lämmön siirtymisen seurauksena. Arvioi kuution lopullisen nopeuksen v_2 suuruusluokka. Voit olettaa kuutiota ympäröivän kaasun olevan harvaa; keskimääräinen matka molekyylien välisten törmäysten välillä on paljon suurempi kuin a. Oleta, että $v_2 \ll c_s$, missä c_s on äänennopeus kuutiota ympäröivässä kaasussa.

10. YOUNGIN MODUULI KUMINAUHALLE (12 pistettä)

Lineaarinen Hookin laki pätee elastiselle narulle, kun suhteellinen venymä (eli kuorma) $\varepsilon = x/L$ on pieni (L on venymätön narun pituus ja x on narun venymä. Kun ε kasvaa liian suureksi, voiman riippuvuus venymästä ei ole enää lineaarinen ($F = kx$). "Liian suuri venymä"riippuu narun materiaalista. Hyvin elastisille materiaaleille (saavuttavat katkeamatta suhteellisen venymän, jonka arvo on huomattavasti suurempi kuin 1) Hookin laki pettää jäykkyyden k muuttuessa, mutta jos narun poikkileikkauksen pinta-alan S muutos huomioidaan siten, että $k = ES/L$ (E on elastisen materiaalin Youngin moduuli), saatu epälineaarinen Hookin laki pätee. Tällöin pätee lineaarinen kuormitus-kuorma-suhde $\sigma = E\cdot\varepsilon$, missä kuormitus on $\sigma = F/S$.

i) *(7 pistettä)* Määritä kuminarun kuormitus σ suhteellisen venymän ε funktiona. Piirrä kaavio.

ii) *(5 pistettä)* Määritä kaaviolta Youngin moduuli E epätarkkuuksen kanssa ja suhteellisen venymän maksimiarvo ε_m, mihin saakka sitä voi käyttää.

HUOM! Narun paksuus tulee määrittää laserdiffraktion avulla.

Välineet: Kuminaru, teline, mittanauha, 15 mutteria joiden massa tiedetään, muovipussi muttereiden ripustamiseksi narusta, vihreä laser ($\lambda = 532\,\mathrm{nm}$) sekä projektiopinta.

VAROITUS: VÄLTÄ LASERIN OSUMISTA SILMIIN, SILLÄ SILMÄSI VOIVAT VAURIOITUA!