

**Eksam ainek WAV 4121 Rakendusliku loogika süvakursus 27.5.2004 kl 9.00.**

Kõik abimaterjalid on lubatud. Vestlemine on keelatud.

Eksami kestus on 2.5 tundi kuni kl. 11.30.

Palun kirjutage igale lehele nimi ja matriklinumber. Palun kirjutage nii, et ülesannete lahendused oleksid selgelt numereeritud ja üksteisest hõlpsasti eristatavad.

1. Tõesta sekventsiarvutuses valem

$$(p \supset q) \wedge (q \supset \neg r) \wedge (p \wedge q \supset r) \supset \neg p$$

2. Teisenda konjunktiivsele normaalkujule (klauselkujule) valem

$$(\neg(p \wedge q) \vee r \equiv \neg t) \wedge (p \vee r)$$

Kirjuta saadud kujult välja valemi kontramudelid.

3. Tõesta resolutsiooniarvutuse abil (st eita, teisenda klauselkujule ja tuleta tühi klausel) valem

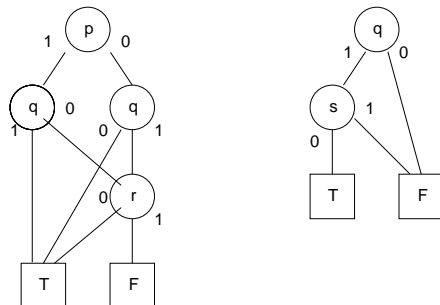
$$(\neg r \supset ((\neg q \vee r) \supset (p \wedge \neg q \wedge \neg r))) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

4. Esita ROBDDna valem

$$\neg(p \vee q \equiv r) \wedge \neg(p \wedge q)$$

kasutades järjestust (a)  $p < q < r$ , (b)  $r < q < p$ .

5. Olgu valem  $A$  esitatud vasakpoolse ROBDDga, valem  $B$  parempoolse ROBDDga, rehkenda välja valemile  $A[B/r]$  vastav ROBDD.



Näpunäide: Arvesta, et  $A[B/r] \equiv \text{if } B \text{ then } A[\top/r] \text{ else } A[\perp/r]$ .

6. Kas valemit

$$\forall x \exists y p(x, y) \wedge \forall x \neg p(x, x)$$

on võimalik kehtestada ühe elemendiga struktuuril?

Mitut elementi on minimaalselt struktuuris vaja, et kehtestada valem

$$\exists x(p(x) \wedge q(x)) \wedge \neg \forall y p(y) \wedge \neg \forall z q(z)$$

Põhjenda.

7. Kirjelda järgmine loogikamõistus lauseloogika mudeliehitamise probleemina.

Ash, Misty ja Brock läksid tülli küsimuses, kellel on kõige tugevam pokemon; nii panid nad oma pokemonid võitlema. Ash, Misty ja Brock igaüks panid mängu kaks pokemoni. Viimasena püsti jääva pokemoni omanik loeti võitjaks.

Ashi pokemonid olid Pikachu ja Bulbasaur. Misty pokemonid olid Togepi ja Starmie. Brocki omad olid Vulpix and Onix.

Kui Onix sai lüüa, sai Starmie samuti lüüa. Bulbasaur sai lüüa. Kui Pikachu sai lüüa, siis Ash ei võitnud. Kui Bulbasaur sai lüüa, siis Brock ei võitnud. Kui Vulpix sai lüüa, siis nõndasamuti läks Togepi ja Onixiga.

Kes kolmest lapsest võitis?

Kasuta lausesümboleid  $a, m, br$  (Ash, Misty, Brock võitsid),  $p, bu, t, s, v, o$  (Pikachu, Bulbasaur, Togepi, Starmie, Vulpix ja Onix said lüüa).

8. Tõesta sekventsiarvutuses valem

$$\forall x(p(f(x)) \wedge p(g(x)) \supset q(x)) \wedge \neg q(c) \supset \exists y\neg p(y)$$

9. Teisenda klauselkujule valem

$$\exists x\text{dragon}(x) \supset \neg\forall y(\text{animal}(y) \supset \neg\text{eats}(y, \text{grizzly}))$$

10. Resolutsiooni abil näita, et valemite hulk

$$\begin{aligned} & \text{foo}(x, \text{zot}) \supset \neg\text{blat}(x) \\ & \text{woggle}(x) \wedge \neg\text{foo}(x, y) \supset \text{meep}(x) \\ & \text{meep}(y) \vee \text{blat}(y) \\ & \neg\text{meep}(\text{zot}) \\ & \text{woggle}(y) \end{aligned}$$

on vastuoluline.

11. (a) Näita resolutsiooniga, et kui binaarne seos  $r$  on asümmeetriline (st kui mingite  $x, y$  korral kehtib  $r(x, y)$ , siis  $r(y, x)$  ei kehti), siis on ta irreflektiivne (st  $r(x, x)$  pole tõene ühegi  $x$  korral).  
(b) Näita resolutsiooniga, et kui binaarne seos  $r$  on irrefleksiivne ja transitiivne, siis ta on asümmeetriline.

12. Kirjuta võrdusega predikaatloogikas üles laused

- pr Abbot õpetab ainult häid tudengeid,
- Johnil ja Maryl on sama õpetaja,
- pr Abbot on Mary õpetaja,
- John on hea tudeng

Kasuta unaarset unaarset predikaatsümbolit  $g$  (hea tudeng) ja unaarset funktsioonisümbolit  $t$  (õpetaja).

Resolutsiooniarvutuse (sh paramodulatsiooni) abil näita, et kolmest esimesest lausest järeljub neljas.