

## LAUSELOOGIKA: RESOLUTSIOON

- Resolutsioon (samuti nagu ka Davis-Putnami meetod, mida vaatleme järgmisena) on meetod konjunktiivse normaalkuju kehtestatavuskontrolliks, ei tööta üldkujuliste valemitega.
- Meenutame, et *literaal* on lausesümbol on või selle eitus.
- *Klausel* ehk *elementaaridisjunktsioon* on lõpliku hulga literaalide disjunktsioon. Klauslit  $\neg p_1 \vee \dots \vee \neg p_m \vee q_1 \vee \dots \vee q_n$  võib vaadelda ka atomaarse sekventsina  $p_1, \dots, p_m \rightarrow q_1, \dots, q_n$ .
- *Konjunktiivne normaalkuju* on lõpliku hulga klauslite konjunktsioon. Konjunktiivset normaalkuju võib vaadelda ka lõpliku hulga atomaarsekventsidena.
- Näide: konjunktiivset normaalkuju  $q \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg p \vee r) \wedge \neg r$  võib vaadelda atomaarsekventsidena hulgana  $\{(\rightarrow q), (q \rightarrow p), (p \rightarrow r), (r \rightarrow)\}$ .

- Resolutsioonimeetodi aluseks on järgmine teoreem:

Konjunktiiivne normaalkuju on vastuoluline parajasti siis, kui temast kui atomaarsekventside lõplikust hulgast saab lõikereeglit

$$\frac{\Gamma' \rightarrow A, \Delta' \quad \Gamma'', A \rightarrow \Delta''}{\Gamma' \cup \Gamma'' \rightarrow \Delta' \cup \Delta''}$$

kasutades tuletada tühja sekventsi  $\rightarrow$ .

- Näide:  $q \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg p \vee r) \wedge \neg r$  on vastuoluline, sest leidub tuletus

$$\frac{r \rightarrow \quad \frac{p \rightarrow r \quad \frac{q \rightarrow p \quad \rightarrow q}{\rightarrow p}}{\rightarrow r}}{\rightarrow}$$

- Resolutsioonialgoritm (“tasemete küllastamine”):
- Olgu antud hulk  $S$  klauseid, toimida järgmiselt:
  1. Olgu  $S_0 := S$ ,  $n := 0$ .
  2. Kui  $S_n$  sisaldab tühja klauslit, lõpeta vastusega “vastuoluline”.
  3. Olgu  $S_{n+1}$  hulga  $S_n$  kõigi resolventide hulk.
  4. Kui  $S_{n+1} = S_n$ , lõpeta vastusega “kehtestatav”.
  5. Vastasel korral omista  $n := n + 1$  ning pöördu tagasi sammu 2 juurde.

**LAUSELOOGIKA: DAVIS-PUTNAMI MEETOD**

- Klausel  $C$  on *ühikklausel*, kui ta sisaldab täpselt üht literaali.
- Literaal  $p$  (vastavalt  $\neg p$ ) on klauslite hulgas  $S$  *puhas*, kui  $\neg p$  (vastavalt  $p$ ) ei esine üheski hulga  $S$  klauslis.
- Klausel  $C$  on klauslite hulgas  $S$  *puhas*, kui ta sisaldab literaali, mis on hulgas  $S$  puhas.
- Klausel  $C$  on *tautoloogiline*, kui mingi aatom  $p$  esineb seal nii positiivselt kui ka negatiivselt.
- Olgu  $S$  mittetautoloogiliste klauslite hulk.

Siis  $S[\top/p]$  tähistagu klauslite hulka, mis saadakse  $S$ -ist iga klausli  $p \vee C$  eemaldamisel ning iga klausli  $\neg p \vee C$  asendamisel klausliga  $C$ .

$S[\perp/p]$  tähistagu klauslite hulka, mis saadakse  $S$ -ist iga klausli  $\neg p \vee C$  eemaldamisel ning iga klausli  $p \vee C$  asendamisel klausliga  $C$ .

- Davis-Putnami algoritm:
- Olgu antud hulk  $S$  klausleid:
- 1. Eemalda  $S$ -ist kõik tautoloogilised klauslid.
- 2. Kui  $S$  on tühi, vasta “kehtestatav”.
- 3. Kui  $S$  sisaldab tühja klauslit, vasta “vastuoluline”.
- 4. Kui  $S$  sisaldab puhast klauslit, eemalda see  $S$ -ist ja naase sammu 2 juurde.
- 5. Kui  $S$  sisaldab ühikklauslit  $p$  (vastavalt  $\neg p$ ), siis asenda  $S$  hulgaga  $S[\top/p]$  (vastavalt hulgaga  $S[\perp/p]$ ) ja naase sammu 2 juurde.
- 6. Muul korral vali mingi  $S$ -is esinev lausesümbol  $p$ . Rakenda protseduuri rekursiivselt hulkadele  $S[\top/p]$  ja  $S[\perp/p]$ . Vasta “vastuoluline”, kui mõlemad rekursiivsed väljakutsed tagastavad “vastuoluline”, vastasel korral “kehtestatav”.

- Lausesümboli valik, millelt hargneda:
- (Lihtne heuristika:) Valida lausesümbol  $p$ , mis maksimeerib  $n_+ \times n_-$ , kus  $n_+$  on klauslite arv, kus  $p$  esineb positiivselt, ja  $n_-$  on klauslite arv, kus  $n$  esineb negatiivselt. Testida enimalt  $S[\top/p]$ , kui  $n_+ \geq n_-$ , ning enimalt  $S[\perp/p]$ , kui  $n_+ < n_-$ .
- (Keerulisem, Jeroslow-Wangi reegel): Valida literaal  $l$ , mis maksimeerib  $\sum_i 2^{-n_i}$ , kus  $i$  varieerub üle klauslite, mis sisaldavad literaali  $l$  ning  $n_i$  on vastava klausli pikkus.

**KODUÜLESANDED**

- Kontrolli resolutsiooni ja Davis-Putnami meetodiga, et järgmised konjunktiivsed normaalkujud on vastuolulised:

$$\{p \vee \neg q \vee r, q \vee r, \neg p \vee r, q \vee \neg r, \neg q, s \vee \neg q \vee \neg r\}$$

$$\{p \vee \neg q, p \vee r, \neg q \vee r, \neg p \vee q, q \vee \neg r, \neg p \vee \neg r\}$$