UNIFITSEERIMINE

- *Substitutsioon* on funktsioon $\sigma : \mathrm{Var} \to \mathrm{Tm}$, s.o., termide omistus muutujatele.
- Substitutsioonid on laiendatavad termidele. Kui σ on substitutsioon, siis tema rakendus $(-)\sigma : \mathrm{Tm} \to \mathrm{Tm}$ on defineeritud järgmiselt:
  - $x\sigma = \sigma(x)$, kui x on muutuja,
  - $c\sigma = c$, kui c on indiviidkonstant,
  - $[f(t_1, \ldots t_n)]\sigma = f(t_1\sigma, \ldots, t_n\sigma)$, kui f on funktsioonikonstant.
- Näide. Kui $\sigma(x) = f(x, y)$, $\sigma(y) = h(a)$, $\sigma(z) = g(c, h(x))$, siis $[j(k(x), y)]\sigma = j(k(f(x, y)), h(a))$.
- Substitutsioonide σ, τ kompositsiooni all (enne σ, siis τ) peame silmas peame silmas sellist substitutsiooni $\sigma\tau$, et $(\sigma\tau)(x) = [x\sigma]\tau$ iga muutuja x korral.
- Lihtne on näha, et iga termi t korral $t(\sigma\tau) = [t\sigma]\tau$.
- Substitutsioonide kompositsioon on assotsiatiivne: $(\sigma\tau)\theta = \sigma(\tau\theta)$.

- Substitutsiooni σ *tugihulgaks* nimetame nende muutujate x hulka, mille korral $\sigma(x) \neq x$ (nende muutujate hulk, mille substitutsioon millegi erinevaga asendab).
- Kui kahel substitutsioonil σ, τ on lõplik tugi, siis on lõplik tugi ka nende kompositsioonil σ, τ.
- Kui substitutsioonil σ on lõplik tugi, ütleme $\{x_1, \ldots, x_n\}$, kusjuures $\sigma(x_i) = t_i$, siis tähistatakse teda sageli $[t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n]$. Identsussubstitutsiooni tähis selles vaimus on $[]$ (tugi on tühi hulk, iga muutuja asendatakse iseendaga).
- Kui $\sigma = [t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n]$, $\tau = [u_1/y_1, \ldots, u_m/y_m]$, siis

  $$\sigma\tau = [t_1\tau/x_1, \ldots, t_n\tau/x_n, z_1\tau/z_1, \ldots z_k\tau/z_k]$$

  kus $z_1, \ldots, z_k$ on need muutujad nimekirjast $y_1, \ldots, y_m$, mis nimekirjas $x_1, \ldots, x_n$ ei esine.
- Näide: Kui $\sigma = [f(x, y)/x, h(a)/y, g(c, h(x))/z]$ ja $[b/x, g(a, x)/y, z/w]$, siis $\sigma\tau = [f(b, g(a, x))/x, h(a)/y, g(c, h(b))/z, z/w]$.

- Substitutsioon τ on substitutsioonist σ *üldisem*, kui leidub substitutsioon θ nii, et $\sigma = \tau\theta$.
- Näide: Substitutsioonidest $\sigma = [f(g(a, h(z)))/x, g(h(x), b)/y, h(x)/z]$, $\tau = [f(g(x, y))/x, g(z, b)/y]$ on τ üldisem kui σ, sest $\sigma = \tau\theta$, kus $\theta = [a/x, h(z)/y, h(x)/z]$.
- Kui τ on üldisem kui σ ja θ on üldisem kui τ, siis θ on üldisem kui σ.
- Kui τ on üldisem kui σ ja σ on üldisem kui τ, siis σ ja τ on muutujate ümbernimetamise täpsuseni samad.

- Substitutsioon on kahe termi t_1 ja t_2 *unifikaator*, kui $t_1\sigma = t_2\sigma$. Termid t_1 ja t_2 on *unifitseeritavad*, kui neile leidub *unifikaator*.
- Substitutsioon σ on t_1 ja t_2 *kõige üldisem unifikaator* (most general unifier, mgu), kui σ on t_1 ja t_2 unifikaator ja üldisem kui iga teine.
- Kui kaks termi t_1 ja t_2 on unifitseeritavad, siis neile leidub muutujate ümbernimetamise täpsuseni üheselt määratud kõige üldisem unifikaator.
- Näide: Termid $f(y, h(a))$ ja $f(h(x), h(z))$ on unifitseeritavad substitutsiooniga $[h(x)/y, a/z]$. Substitutsioon $[k(w)/x, h(k(w))/y, a/z]$ unifitseerib samuti, aga esimene substitutsioon on üldisem, tegelikult kõige üldisem. Termid $f(x, x)$, $f(a, b)$ ei ole unifitseeritavad. (Miks? Sest x tuleks asendada nii a kui ka b-ga.)

- Kahe termi unifitseerimiseks, täpsemalt nende kõige üldisema unifikaatori leidmiseks on mitmeid algoritme. A. Robinsoni originaalalgoritm kasutas ebakõlapaari (disagreement pair) mõistet.

- Kahe termi t_1 ja t_2 ebakõlapaariks on d_1 ja d_2, kus d_1 ja d_2 on vastavalt t_1 ja t_2 alamtermid, nii et termidest puudena mõeldes on d_1 ja d_2 juured märgendatud erinevate sümbolitega, aga teed vastavalt t_1 ja t_2 juurtest kuni nendeni märgendatud samade sümbolitega.

- Näide: Termide $f(g(a, x), h(c, j(y, x)))$ ja $f(g(a, x), h(c, k(z)))$ juures moodustavad alamtermid $j(y, x)$ ja $k(z)$ ebakõlapaari.

- Kui kaks termi erinevad, peab nende vahel olema üks või enam ebakõlapaari. Kui substitutsioon σ unifitseerib termid t_1 ja t_2, peab ta unifitseerima iga nende ebakõlapaari.

- Robinsoni unifitseerimisalgoritm:
  - Olgu $\sigma := []$.
  - Niikaua kui $t_1\sigma \neq t_2\sigma$ teeme järgmist:
    * valime t_1, t_2 mingi ebakõlapaari d_1, d_2,
    * kui kumbki termidest d_1, d_2 pole muutuja, siis ebaõnnestume,
    * olgu x ükskõik kumb termidest d_1, d_2 on muutuja (kui mõlemad on muutujad, siis suvaline nendest) ja olgu t teine nendest,
    * kui x esineb t-s, siis ebaõnnestume,
    * olgu $\sigma := \sigma[t/x]$.
  - σ on t_1 ja t_2 kõige üldisem unifikaator.