

**Eksam aimest Loogika arvutiteaduses WAI 3720 8.1.2003 kl 10.00.**

Kõik abimaterjalid on lubatud. Vestlemine on keelatud.

Eksami kestus on 3 tundi kuni kl. 13.00.

Palun kirjutage igale lehele nimi ja matriklinumber.

1. Tõesta loomulikus tuletuses ja sekvensiarvutuses valemid

$$\begin{aligned} & (p \supset q) \wedge (r \supset s) \supset (p \vee r \supset q \vee s) \\ & (p \supset q) \vee (q \supset r) \\ \exists x. \exists y. (p(f(x), y) \vee p(y, g(x))) \supset \exists x. \exists y. p(x, y) \end{aligned}$$

NB. Teise valemi korral läheb loomulikus tuletuses vaja Dilemma või RAA reeglit.

2. Näita semantiliste tabelitega, et valemid

$$\begin{aligned} & (p \supset (q \supset r)) \supset (p \supset (r \supset q)) \\ \forall x. \forall y. (p(x, y) \supset \exists z. (p(x, z) \wedge p(z, y))) \end{aligned}$$

on vääratavad, esita kontramudel.

3. Konstrueeri konjunktiivsel normaalkujul valem  $A$  (literaalide disjunktsioonide konjunktsioon), mis vastaks tõeväärtustabelile

$p$	$q$	$r$	$A$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

4. Kasutades predikaatkonstante

$a(x, y)$  –  $x$  imetleb  $y$ -t

$b(x, y)$  –  $x$  osales  $y$ -s

$p(x)$  –  $x$  on professor

$s(x)$  –  $x$  on üliõpilane

$l(x)$  –  $x$  on loeng

ja individkonstanti  $m$  – Mary –, tõlgi järgnevad loomuliku keele väited predikaatloogikasse:

Mary imetleb iga professorit.

Mõned professorid imetlevad Maryt.

Mary imetleb iseennast.

Mitte ükski üliõpilane ei osalenud igas loengus.

Mitte üheski loengus ei osalenud iga üliõpilane.

Mitte üheski loengus ei osalenud ükski üliõpilane.

NB. Esimene vastus ei ole  $\forall x. a(m, p(x))!$

5. Teisenda klauselkujule valem

$$\forall x. \neg(\exists y. p(x, y) \wedge \forall z. (q(z, y) \vee \neg\forall x.p(x, z)))$$

6. Vaatleme Kripke struktuuri  $M = (W, R, I)$ , kus  $W = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $R = \{(a, c), (a, e), (b, a), (b, c), (d, e), (d, a)\}$  ning  $I$  on antud tabeliga

	$p$	$q$
$a$	1	0
$b$	1	1
$c$	1	1
$d$	0	1
$e$	0	0

Millistes maailmades kehtib  $\Diamond p \vee \Diamond q$ ? Millistes kehtib  $\Diamond(p \vee \Diamond q)$ ? Põhjenda kuigivõrd.

Esita struktuur ka graafiliselt.

7. Näita, et modaalloogikas  $K$  (raamitingimusteta loogika) valemid

$$\begin{aligned} \Box(p \wedge q) &\equiv (\Box p \wedge \Box q) \\ \Diamond \top &\supset (\Box p \supset \Diamond p) \end{aligned}$$

on üldkehtivad. (Kasuta semantilisi tabelleid või arutle otse semantiliselt.)

Miks ei ole teise valemi parem pool loogikas  $K$  ise üldkehtiv, miks on vaja tingimust  $\Diamond \top$ ?

8. Esita raamitingimused, mis vastavad valemitele  $\Box \perp$ ,  $p \supset \Box p$ . Põhjenda.
9. Tõlgi modaalloogikast predikaatloogikasse valem  $\Box(p \supset \Diamond q) \vee \Diamond(\Box q \supset r)$ .
10. Kui  $\Box_i A$  tõlgendada “agent  $i$  teab, et  $A$ ”, kuidas tuleks siis lugeda valemid  $\Box_1 p \vee \Box_1 \neg p$ ,  $\neg \Box_2(\Box_1 p \vee \Box_1 \neg p)$ ,  $\Box_2 p \supset \Box_1 \Box_2 p$ ? Püüa anda võimalikult lühikesed, aga täpsed loomulikukeelsed vastused.