

Eksam ainest Loogika arvutiteaduses WAI 3720 24.1.2003 kl 10.00.

Kõik abimaterjalid on lubatud. Vestlemine on keelatud.

Eksami kestus on 3 tundi kuni kl. 13.00.

Palun kirjutage igale lehele nimi ja matriklinumber.

1. Tõesta loomulikus tuletuses ja sekventsiarvutuses valemid

$$\begin{aligned} p \vee (p \wedge q) &\supset p \\ \neg(\neg p \vee q) &\supset p \\ \forall x. (p(x) \supset p(f(x))) \wedge \exists x. p(x) &\supset \exists x. p(f(f(x))) \end{aligned}$$

NB. Teise valemiga korral läheb loomulikus tuletuses vaja Dilemma või RAA reeglit.

2. Näita semantiliste tabelitega, et valemid

$$\begin{aligned} p \wedge (\neg q \vee \neg p) \\ \exists x. p(x) \wedge \exists x. q(x) \wedge \forall x. (\neg p(x) \vee \neg q(x)) \end{aligned}$$

on kehtestatavad, esita mudel.

3. Konstrueeri disjunktiiivsel normaalkujul valem A (literaaside konjunksioonide disjunksioon), mis vastaks tõeväärtustabelile

| p | q | r | A |
|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

4. Kasutades predikaatkonstante

$f(x, y)$ – x on y -i isa
 $m(x, y)$ – x on y -i ema

(ja ainult neid) tõlgi predikaatloogikasse järgmised loomulikukeelsed väited:

Igäühel on ema.

Igäühel on isa ja ema.

Kel iganes on ema, sel on ka isa.

Ed on vanaisa. (Kasuta individkonstanti e Ed'i nimetamiseks.)

Mitte kellegi vanaema pole igäühe isa.

Kõik isad on vanemad.

(Viimane väide on muidugi loogiline tõde, esimesed ei ole.)

5. Teisenda klauselkujule valem

$$\forall x. \exists y. p(x, y) \vee \neg \exists x. \forall y. q(x, y)$$

6. Vaatleme Kripke struktuuri $M = (W, R, I)$, kus $W = \{a, b, c, d\}$, $R = \{(a, c), (a, d), (b, a), (b, c), (c, b), (d, d)\}$ ning I on antud tabeliga

| | p | q |
|-----|-----|-----|
| a | 1 | 0 |
| b | 0 | 1 |
| c | 1 | 1 |
| d | 0 | 1 |

Millistes maailmades kehtib $\Box(p \wedge \neg \Diamond q)$? Millistes kehtib $\Diamond p \supset \Box q$? Põhjenda kuigivõrd.

Esita struktuur ka graafiliselt.

7. Näita, et modaalloogikas K4 (transitiivsete raamide loogika) valemid

$$\begin{aligned}\Box p &\supset \Box \Box p \\ \Box(p \supset q) &\supset \Box(\Box p \supset \Box q)\end{aligned}$$

on üldkehtivad. (Kasuta semantilisi tabelleid või arutle otse semantiliselt.)

8. Esita raamitingimused, mis vastavad valemitele $\Diamond p \supset \Box p$, $\Diamond p \wedge \Diamond(\neg p \wedge q) \supset \Box(p \vee q)$.

Näpunäide: Teine tingimus on “edasiarendus” esimesest.

9. Tõlgi modaalloogikast predikaatloogikasse valem $\Diamond q \supset \Box(\Diamond r \wedge \neg p)$.

10. Kui $\Box_i A$ tõlgendada “agent i teab, et A ”, kuidas tuleks siis lugeda valemid $\neg \Box_1 \Box_2 p$, $\Box_1 p \supset \neg \Box_2 \neg p$, $\Box_1 p \vee \Box_2 p \supset \Box_3 p$? Püüa anda võimalikult lühikesed, aga täpsed loomulikeelsed esitused.