Eksam ainest Loogika arvutiteaduses WAI 3720 24.1.2003 kl 10.00.

Kõik abimaterjalid on lubatud. Vestlemine on keelatud.
Eksami kestus on 3 tundi kuni kl. 13.00.
Palun kirjutage igale lehele nimi ja matriklinumber.

1. Tõesta loomulikus tuletuses ja sekventsiarvutuses valemid

$$p \vee (p \wedge q) \supset p$$
$$\neg(\neg p \vee q) \supset p$$
$$\forall x.\ (p(x) \supset p(f(x))) \wedge \exists x.\ p(x) \supset \exists x.\ p(f(f(x)))$$

   NB. Teise valemi korral läheb loomulikus tuletuses vaja Dilemma või RAA reeglit.

2. Näita semantiliste tabelitega, et valemid

$$p \wedge (\neg q \vee \neg p)$$
$$\exists x.\ p(x) \wedge \exists x.\ q(x) \wedge \forall x.\ (\neg p(x) \vee \neg q(x))$$

   on kehtestatavad, esita mudel.

3. Konstrueeri disjunktiivsel normaalkujul valem A (literaalide konjuktsioonide disjunktsioon), mis vastaks tõeväärtustabelile

p	q	r	A
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

4. Kasutades predikaatkonstante

   $f(x, y)$ – x on y-i isa
   $m(x, y)$ – x on y-i ema

   (ja ainult neid) tõlgi predikaatloogikasse järgmised loomulikukeelsed väited:

   Igaühel on ema.
   Igaühel on isa ja ema.
   Kel iganes on ema, sel on ka isa.
   Ed on vanaisa. (Kasuta indiviidkonstanti e Ed'i nimetamiseks.)
   Mitte kellegi vanaema pole igaühe isa.
   Kõik isad on vanemad.

   (Viimane väide on muidugi loogiline tõde, esimesed ei ole.)

5. Teisenda klauselkujule valem

$$\forall x.\ \exists y.\ p(x, y) \vee \neg\exists x.\ \forall y.\ q(x, y)$$

6. Vaatleme Kripke struktuuri $M = (W, R, I)$, kus $W = \{a, b, c, d\}$, $R = \{(a, c), (a, d), (b, a), (b, c), (c, b), (d, d)\}$ ning I on antud tabeliga

	p	q
a	1	0
b	0	1
c	1	1
d	0	1

Millistes maailmades kehtib $\Box(p \wedge \neg\Diamond q)$? Millistes kehtib $\Diamond p \supset \Box q$? Põhjenda kuigivõrd.

Esita struktuur ka graafiliselt.

7. Näita, et modaalloogikas K4 (transitiivsete raamide loogika) valemid

$$\Box p \supset \Box\Box\Box p$$
$$\Box(p \supset q) \supset \Box(\Box p \supset \Box q)$$

on üldkehtivad. (Kasuta semantilisi tabeleid või arutle otse semantiliselt.)

8. Esita raamitingimused, mis vastavad valemitele $\Diamond p \supset \Box p$, $\Diamond p \wedge \Diamond(\neg p \wedge q) \supset \Box(p \vee q)$.

   Näpunäide: Teine tingimus on "edasiarendus" esimesest.

9. Tõlgi modaalloogikast predikaatloogikasse valem $\Diamond q \supset \Box(\Diamond r \wedge \neg p)$.

10. Kui $\Box_i A$ tõlgendada "agent i teab, et A", kuidas tuleks siis lugeda valemeid $\neg\Box_1\Box_2 p$, $\Box_1 p \supset \neg\Box_2\neg p$, $\Box_1 p \vee \Box_2 p \supset \Box_3 p$? Püüa anda võimalikult lühikesed, aga täpsed loomulikukeelsed esitused.