

1. Konstrueeri loomulikus tuletuses ja sekventsiarvutuses tõestused järgmistele valemitele:

(a)  $\exists x. p(x) \wedge \forall x. q(x) \supset \exists x. (p(x) \wedge q(x))$ .

(b)  $\exists x. p(x, x) \supset \exists x. \exists y. p(x, y)$ .

(c)  $\forall x. (p(x) \vee q(x)) \supset \exists x. p(x) \vee \forall x. q(x)$ .

(d)  $\neg \forall x. \neg p(x) \supset p(x)$ .

2. Olgu

$$trans = \forall x. \forall y. \forall z. r(x, y) \wedge r(y, z) \supset r(x, z)$$

$$symm = \forall x. \forall y. r(x, y) \supset r(y, x)$$

$$refl = \forall x. r(x, x)$$

$$ser = \forall x. \exists y. r(x, y)$$

Näita, et  $trans, symm \not\vdash refl$  (esita kontramudel). Näita loomulikus tuletuses või sekventsiarvutuses, et  $trans, symm, ser \vdash refl$ .