

Eksam ainest Loogika arvutiteaduses ITI 0040 6.1.2005 kl 9.00.

Kõik abimaterjalid on lubatud. Vestlemine on keelatud.

Eksami kestus on 3 tundi kuni kl. 12.00.

Palun kirjutage igale lehele nimi ja matriklinumber. Palun kirjutage loetavalt ja eristage eri ülesannete lahendused üksteisest selgelt. Kirjutamine hariliku pliiatsiga on soositud ning eelistatav paljude parandustega pastapliiatsikirjale.

1. Tõesta loomulikus tuletuses ja sekvensiarvutuses valemid

$$\begin{aligned} & (p \supset q) \wedge (r \supset s) \wedge \neg q \supset (p \vee r \supset s) \\ & (\neg p \vee q) \wedge p \supset q \\ \forall x \forall y \forall z & (p(x, y) \wedge p(y, z) \supset p(x, z)) \wedge \forall x p(x, f(x)) \supset \forall x p(x, f(f(x))) \end{aligned}$$

2. Näita semantiliste tabelitega, et valemid

$$\begin{aligned} & (p \vee q) \wedge (p \supset r) \wedge \neg p \\ \forall x & (p(x) \supset q(x)) \wedge \exists x p(x) \wedge \neg \forall x q(x) \end{aligned}$$

on kehtestatavad, esita mudelid.

3. Teisenda konjunktiivsele normaalkujule valem

$$((p \supset q \vee r) \vee \neg p \vee (\neg r \wedge p)) \wedge (s \supset p)$$

4. Kasutades predikaatsümboleid

$s(x)$ – x on tudeng
 $h(x)$ – x tunneb koduigatsust
 $i(x)$ – x õpib õigusteadust
 $\ell(x)$ – x armastab loogikat

tõlgi järgnevad loomuliku keele väited predikaatloogikasse:

Mõned tudengid tunnevad koduigatsust.

Mõni tudeng, kes tunneb koduigatsust, õpib õigusteadust.

Pole tudengit, kes tunneb koduigatsust, kuid ei õpi õigusteadust.

Iga tudeng, kes õpib õigusteadust, armastab loogikat.

5. Teisenda klauselkujule valem

$$\forall x (\neg \exists y (p(x, y) \wedge \forall z q(z, y)) \supset \exists y (r(x) \supset s(x, y)))$$

6. Vaatleme Kripke struktuuri $M = (W, R, I)$, kus $W = \{a, b, c, d, e\}$, $R = \{(a, c), (a, d), (a, e), (b, a), (b, c), (d, e), (d, a), (e, e)\}$ ning I on antud tabeliga

| | p | q |
|-----|-----|-----|
| a | 1 | 0 |
| b | 1 | 1 |
| c | 0 | 0 |
| d | 0 | 1 |
| e | 0 | 0 |

Millistes maailmades kehtib $\diamond p \vee \square q$? Millistes kehtib $\diamond(p \supset \diamond q)$? Põhjenda või esita arvutused.

Esita struktuur ka graafiliselt.

7. Näita, et modaalloogikas K4 (transitiivsete raamide loogika) on valemid

$$\begin{aligned} \diamond p \wedge \Box(p \supset \diamond q) &\supset \diamond q \\ \Box p &\supset \Box\Box p \end{aligned}$$

üldkehtivad. (Kasuta semantilisi tabelleid või arutle otse semantiliselt.)

8. Esita raamitingimus, mis vastab valemile $\Box\perp \vee (\Box p \supset p)$. Põhjenda.

9. Tõlgi modaalloogikast predikaatloogikasse valem $\diamond(p \vee q \supset \Box r) \supset \Box(p \wedge q)$.

10. Kuidas lugeda dünaamilise loogika valemit

$$\neg p \supset [p?]q$$

Kas ta on üldkehtiv või vääratav?