

**KEERULINE RAAMITINGIMUS**

- Tähendagu  $wR^k w'$ , et leiduvad  $w_1, \dots, w_{k-1}$  nii, et  $wRw_1, \dots, w_{k-1}Rw'$ .
- Rida erinevaid raamitingimusi on erijuhtumid järgmisest nn  $k, l, m, n$ -kokkuvoolavusest:  
iga  $w, w', w'' \in W$  korral, kui  $wR^k w'$  ja  $wR^m w''$ ,  
siis leidub  $w''' \in W$  nii, et  $w'R^l w'''$  ja  $w''R^n w'''$   
( $k, l, m, n \in \mathbb{N}$ )
- Nt transitiivsus vastab erijuhule  $k = 2, l = 0, m = 0, n = 1$ .
- Eukleidilisuus vastab erijuhule  $k = 1, l = 1, m = 1, n = 0$ .

- Vastav aksiomiskeem on nn Geachi aksiom  $G^{k,l,m,n}$ :

$$\diamond^k \square^l A \supset \square^m \diamond^n A$$

Nt transitiivsusele vastab  $G^{2,0,0,1}$ :

$$\diamond^2 A \supset \diamond A$$

Eukleidilisusele vastab  $G^{1,1,1,0}$ :

$$\diamond \square A \supset \square A$$

### (LAUSE-)MODAALLOOGIKA KUI PREDIKAATLOOGIKA FRAGMENT

- Modaalloogika on intuitiivselt võttes predikaatloogika fragment. Matemaatiliselt esitab seda ideed modaalloogika tõlgitavus predikaatloogikasse.
- Lauseloogilise signatuuri  $PC$  interpreteerimiseks vaatleme selle signatuuri iga lausesümbolit 1-kohalise predikaatsümbolina (kus argumentkoht on varemalt implitsiitsena figureerinud maailma tarvis). Toome eraldi sisse ka 2-kohalise predikaatsümboli  $R$ , mis reifitseerib saavutatavusseose.
- Modaalloogika valemi tõlgime alati mingi etteantud maailma suhtes.

- Tõlge:

$$[p](w) = p(w)$$

$$[\top](w) = \top$$

$$[\perp](w) = \perp$$

$$[\neg A](w) = \neg[A](w)$$

$$[A \wedge B](w) = [A](w) \wedge [B](w)$$

$$[A \vee B](w) = [A](w) \vee [B](w)$$

$$[A \supset B](w) = [A](w) \supset [B](w)$$

$$[\Box A](w) = \forall w'(wRw' \supset [A](w'))$$

$$[\Diamond A](w) = \exists w'(wRw' \wedge [A](w'))$$

- Valem  $A$  on üldkehtiv loogikas  $K$  parajasti siis, kui tema tõlge  $\forall w[A](w)$  on predikaatloogika tautoloogia.

- Näide: Valemi

$$p \wedge \Box(q \supset \Diamond r)$$

tõlge on

$$\forall w(p(w) \wedge \forall w'(wRw' \supset (q(w') \supset \exists w''(w'Rw'' \wedge r(w'')))))$$

- Tasub tähele panna, et modaalloogika valemid ei tõlku mitte igasugusteks predikaatloogika valemiteks, vaid üsna erikujulisteks.

Muuhulgas piisaks tõlkes alati kahest seotud muutujast, st tõlge toimub tegelikult predikaatloogika kahe muutuja fragmenti.