KEERULINE RAAMITINGIMUS

- Tähendagu $wR^k w'$, et leiduvad $w_1, \ldots w_{k-1}$ nii, et $wRw_1, \ldots w_{k-1}Rw'$.
- Rida erinevaid raamitingimusi on erijuhtumid järgmisest nn k, l, m, n-kokkuvoolavusest:

  iga $w, w', w'' \in W$ korral, kui $wR^k w'$ ja $wR^m w''$,
  siis leidub $w''' \in W$ nii, et $w'R^l w'''$ ja $w''R^n w'''$

  ($k, l, m, n \in \mathbb{N}$)
- Nt transitiivsus vastab erijuhule $k = 2, l = 0, m = 0, n = 1$.
- Eukleidilisus vastab erijuhule $k = 1, l = 1, m = 1, n = 0$.

- Vastav aksioomiskeem on nn Geachi aksioom $G^{k,l,m,n}$:

$$\Diamond^k \Box^l A \supset \Box^m \Diamond^n A$$

Nt transitiivsusele vastab $G^{2,0,0,1}$:

$$\Diamond^2 A \supset \Diamond A$$

Eukleidilisusele vastab $G^{1,1,1,0}$:

$$\Diamond \Box A \supset \Box A$$

(LAUSE-)MODAALLOOGIKA KUI PREDIKAATLOOGIKA FRAGMENT

- Modaalloogika on intuitiivselt võttes predikaatloogika fragment. Matemaatiliselt esitab seda ideed modaalloogika tõlgitavus predikaatloogikasse.
- Lauseloogilise signatuuri PC interpreteerimiseks vaatleme selle signatuuri iga lausesümbolit 1-kohalise predikaatsümbolina (kus argumentkoht on varemalt implitsiitsena figureerinud maailma tarvis). Toome eraldi sisse ka 2-kohalise predikaatsümboli R, mis reifitseerib saavutatavusseose.
- Modaalloogika valemi tõlgime alati mingi etteantud maailma suhtes.

- Tõlge:

$$
\begin{aligned}
[p](w) &= p(w) \\
[\top](w) &= \top \\
[\bot](w) &= \bot \\
[\neg A](w) &= \neg[A](w) \\
[A \wedge B](w) &= [A](w) \wedge [B](w) \\
[A \vee B](w) &= [A](w) \vee [B](w) \\
[A \supset B](w) &= [A](w) \supset [B](w) \\
[\Box A](w) &= \forall w'(wRw' \supset [A](w')) \\
[\Diamond A](w) &= \exists w'(wRw' \wedge [A](w'))
\end{aligned}
$$

- Valem A on üldkehtiv loogikas K parajasti siis, kui tema tõlge $\forall w[A](w)$ on predikaatloogika tautoloogia.
- Näide: Valemi

$$p \wedge \Box(q \supset \Diamond r)$$

tõlge on

$$\forall w(p(w) \wedge \forall w'(wRw' \supset (q(w') \supset \exists w''(w'Rw'' \wedge r(w''))))))$$

- Tasub tähele panna, et modaalloogika valemid ei tõlku mitte igasugusteks predikaatloogika valemiteks, vaid üsna erikujulisteks.

  Muuhulgas piisaks tõlkes alati kahest seotud muutujast, st tõlge toimub tegelikult predikaatloogika kahe muutuja fragmenti.