Kontrolltöö 13.12.2010
Lahendused

1.

	p	q	$\Diamond p$	$\Diamond q$	$p \supset \Diamond q$	$\Box(p \supset \Diamond q)$	$\Diamond\top$	$\Diamond\top \supset p$
w_0	0	1	1	1	1	0	1	0
w_1	0	0	1	1	1	0	1	0
w_2	1	1	0	0	0	1	1	1
w_3	1	0	1	1	1	0	1	1
w_4	1	1	0	0	0	1	0	1

2.

$$[a; p?; b]q \supset [a](p \wedge [b]q)$$

Valemi väärab nt raam, kus $W = \{w_0, w_1, w_2\}$, $R_a = \{(w_0, w_1)\}$, $R_b = \{(w_1, w_2)\}$ ning $w_1 \not\models p$ ja $w_2 \models q$.

$$\langle (a; p?)^* \rangle \top \supset \langle a; (p?; a)^* \rangle p$$

Valemi määrab nt raam, kus $W = \{w_0, w_1\}$, $R_a = \{(w_0, w_1)\}$ ning $w_1 \not\models p$.

3.

$$K_i(p \wedge K_j q) \supset K_i D(p \wedge q)$$

Vaatleme suvalist refleksiivset-transitiivset struktuuri ja selles maailma w_0. Oletame, et $w_0 \models K_i(p \wedge K_j q)$. Peame näitama, et $w_0 \models K_i D(p \wedge q)$, ehk et iga w_1, $w_0 R_i w_1$, puhul $w_1 \models D(p \wedge q)$. See omakorda tähendab, et iga w_2, $w_1 R_i w_2$ ja $w_1 R_j w_2$, puhul $w_2 \models p$ ja $w_2 \models q$.

Transitiivsuse põhjal $w_0 R_i w_2$. Kuna $w_0 \models K_i(p \wedge K_j q)$, siis $w_2 \models p$. Teisalt samal põhjusel $w_1 \models K_j q$, millest omakorda $w_2 \models q$.

$$K_i p \wedge K_j K_i q \supset K_i(p \wedge q)$$

Vaatleme suvalist refleksiivset-transitiivset struktuuri ja selles maailma w_0. Oletame, et $w_0 \models K_i p \wedge K_j K_i q$. Peame näitama, et $w_0 \models K_i(p \wedge q)$ ehk et iga w_1, $w_0 R_i w_1$, puhul $w_1 \models p$ ja $w_1 \models q$.

Kuna $w_0 R_i w_1$ ja $w_0 \models K_i p$, siis $w_1 \models p$. Refleksiivsuse põhjal $w_0 R_j w_0$. Seetõttu asjaolust, et $w_0 \models K_j K_i q$, saame $w_0 \models K_i q$ ja sellest omakorda $w_1 \models q$.