

Kontrolltöö 10.12.2012
Lahendused

1.

	p	q	$\Box p$	$\Box q$	$p \vee \Box q$	$\Diamond(p \vee \Box q)$	$\Diamond \top$	$\Diamond \top \supset p$
w_0	0	1	0	0	0	1	1	0
w_1	1	1	0	0	1	1	1	1
w_2	0	0	1	1	1	1	1	0
w_3	1	0	0	1	1	0	1	1
w_4	0	1	1	1	0	0	0	1

2. (a) Olgu (W, R, I) suvaline dünaamilise loogika struktuur ja w maailm selles. Näitame, et $\langle a \rangle(p \wedge \langle b \rangle \top \wedge [b]q) \supset \langle a; p?; b \rangle q$ kehtib maailmas w .

Oletame, et $w \models \langle a \rangle(p \wedge \langle b \rangle \top \wedge [b]q)$. Siis leidub maailm w' nii, et $wR_a w'$ ja $w' \models p \wedge \langle b \rangle \top \wedge [b]q$. Siis $w' \models p$; leidub maailm w'' nii, et $w'R_b w''$; ja peale selle, iga maailma w''' jaoks, kui $w'R_b w'''$, siis $w''' \models q$. Muu hulgas järelikult ka $w'' \models q$.

Kuna $wR_a w'$, $w' \models p$ ja $w'R_b w''$, näeme, et $w \models \langle a; p?; b \rangle q$. Et ka $w'' \models q$, siis $w \models \langle a; p?; b \rangle q$.

- (b) Olgu (W, R, I) suvaline dünaamilise loogika struktuur ja w maailm selles. Näitame, et $w \models (p \supset [(a; p?)*]q) \supset [(p?; a)*](p \supset q)$.

Oletame, et $w \models (p \supset [(a; p?)*]q)$. Siis kas $w \not\models p$ või $w \models p$ ja $w \models [(a; p?)*]q$.

Kui $w \not\models p$, siis $w \models p \supset q$. Teisalt sel juhul on w ainsaks maailmaks w' , mille puhul $w \models [(p?; a)*]w'$. Seega $w \models [(p?; a)*](p \supset q)$.

Kui $w \models p$ ja $w \models [(a; p?)*]q$, siis mistahes w' korral $w \models [(p?; a)*]w'$ ja $w' \models p$ tingivad $w \models [(a; p?)*]w'$, millest omakorda $w' \models q$. Seega jälle $w \models [(p?; a)*](p \supset q)$.

3. (a) Valem $K_i K_j p \supset K_j K_i p$ on väär teadmiste loogika struktuuri (W, R, I) maailmas w_0 , kus $W = \{w_0, w_1, w_2\}$, $R_i = \{(w_0, w_0), (w_1, w_1), (w_1, w_2), (w_2, w_2)\}$, $R_j = \{(w_0, w_0), (w_0, w_1), (w_1, w_1), (w_2, w_2)\}$, $I(w_0, p) = I(w_1, p) = 1$, $I(w_2, p) = 0$.

(b) Valem $K_i p \wedge q \supset D(p \wedge q)$ on väär teadmiste loogika struktuuri (W, R, I) maailmas w_0 , kus $W = \{w_0, w_1\}$, $R_i = R_j = \{(w_0, w_0), (w_0, w_1), (w_1, w_1)\}$, $I(w_0, p) = I(w_1, p) = 1$, $I(w_0, q) = 1$, $I(w_1, q) = 0$.