

1. Pinnase sondeerimise radar

Pinnase sondeerimise radarit (PR) kasutatakse maa-aluste pinnalähedaste objektide tuvastamiseks. PR suunab elektromagnetlainet pinnasesse ja püüab detektoriga kinni selle laine peegeldused pinnases asuvatelt objektidelt. Nii laineid kiirgav antenn kui ka peegeldusi püüdev detektor on vahetult maapinnal (kontaktis pinnasega) ning võib lugeda, et nad asuvad ühes ja samas punktis.

z -telje suunas leviv lineaarselt polariseeritud elektromagnetlainet on kirjeldatud valemiga

$$E = E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z), \quad (1)$$

kus E on elektrivälja, E_0 konstant, ω — laine ringsagedus, α — sumbuuskoeffitsient ning β — lainearv. Avaldised viimase kahe suuruse jaoks on järgmised:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2\varepsilon_0^2\omega^2}} - 1 \right)}, \quad (2)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2\varepsilon_0^2\omega^2}} + 1 \right)},$$

kus μ ja ε on pinnase magnetiline ja dielektriline läbitavus ning σ — tema erielektri juhtivus.

Harilikult kasutatakse PR-des muudetava sagedusega (10 MHz - 1000 MHz) elektromagnetlained. Sageduse muutmine võimaldab häälesta objektituvastussügavust ja lahutusvõimet.

Lugegem, et PR ei suuda peegeldunud signaali enam märgata, kui peegeldava objekti juures on pealelangeva laine amplituud jõudnud väheneda (võrreldes algväärtusega) enam kui e korda (on väiksem kui $\approx 37\%$ algväärtusest).

PR-i lahutusvõime on antud minimaalse kaugusena kahe sellise objekti vahel, mida on veel võimalik eristada. Lugegem, et objektid on eristatavad, kui neilt peegeldunud lainete faaside vahe on suurem või võrdne kui 180° .

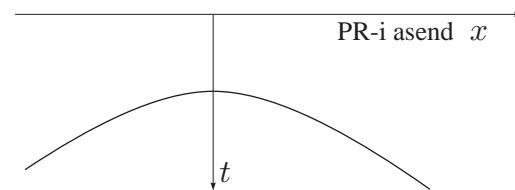
Arvutustes kasutage väärtusi $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m ja $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

1) Oletagem, et tegemist on mitte-magnetilise pinnaga ($\mu = 1$) ning antud pinna ja kasutatavate sageduste jaoks on rahuldatud tingimus $\sigma^2/\varepsilon^2\varepsilon_0^2\omega^2 \ll 1$. Tuletage levimiskiiruse v valem μ_0 , ε_0 ja ε kaudu, kasutades valemid (1) ja (2). [1,0 p.]

2) Leidke maksimaalne sügavus, mille juures saab objekte veel tuvastada, kui pinna erielektri juhtivus on 1,0 mS/m ning $\varepsilon = 9$ eeldades, et $\sigma^2 \ll \varepsilon^2\varepsilon_0^2\omega^2$ ja lugedes lained tasalaineteks. (elektrijuhtivusühik $S = \text{ohm}^{-1}$; $\mu = 1$) [2,0 p.]

3) Vaatleme kahte juhtivat pulka, mis on paigutatud pinnase sisse ning asetsevad horisontaalselt ja on ühesugusel sügavusel 4 meetrit paralleelset üksteisega. On teada, et pinna erijuhtivus on 1,0 mS/m ja $\varepsilon = 9$. Mõõtmised PR-iga tehakse sellises maapinna punktis, mis on otse ühe pulga kohal. PR-i mõõtmised lugeda tühiselt väikseks. Detektor on nüüd nii tundlik, et lainete sfäärilisusest tingitud intensiivsuse vähenemine enam ei sega. Leidke minimaalne sagedus, mis võimaldab eristada pulki, kui pulkade vahekaugus on 50 cm. Eeldada, et $\sigma^2 \ll \varepsilon^2\varepsilon_0^2\omega^2$. [3,5 p.]

4) Pulk on asetatud sügavusele d sama pinnase sisse. Vaatleme mõõtmisi, mis on tehtud liigutades PR-i maapinnal mööda joont, mille siht on



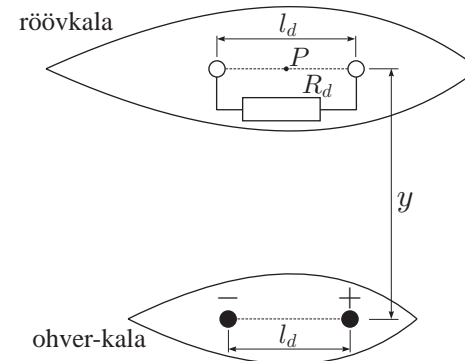
Signaali levikuaega t graafik funktsioonina PR-i asendist x . Minimaalne levikuaeg $t_{\min} = 100$ ns. Mõõtmiste tulemus on antud pildil. Avaldage signaali levikuaeg t funktsioonina x -st ja leidke pulga sügavus d . [3,5 p.]

2. Elektrisignaalide abil orienteerumine

Mõned merekalad suudavad leida meres neist kaugel olevaid teisi kalu tänu elektrilistele vooludele, mida need teised kalad tekitavad (hin-

gamise vms. lihaste kontrakteerumist tingivate protsesside juures). Niisugused röövkala kasutavad elektrilisi signaale ohvri asukoha määramiseks (leides need üles isegi liiva seest).

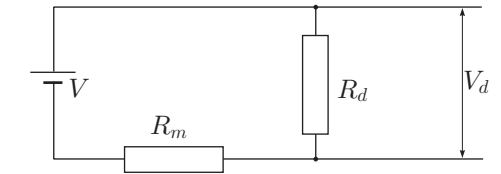
Sellist voolu genereerimise ja detekteerimise füüsikalist mehhanismi võib mudeleerida nii, nagu illustreeritud joonisel (a). Ohver-kala poolt genereeritud vool voolab kahe juhtiva sfääri vahel, mis asuvad ohvri kehas ning mille potentsiaalid on erinevad. Sfäärade keskpunktide vaheline kaugus on l_s ; sfäärid on ühesuguse raadiusega r_s , mis on palju väiksem kui l_s . Merevee eritakistus on ρ . Oletagem, et ohvri keha eritakistus on võrdne ümbritseva merevee omaga: seega moodustab ohvri keha ja merevesi ühtse (elektrilises mõttes eralduspinnata) keskkonna.



Joonis (a): Mudel, mis kirjeldab ohvrist tuleva elektrienegi detekteerimist.

Röövkalas toimivat mehhanismi, mis detekteerib ohvri poolt tulevat elektrienegi, võib mudeleerida analoogselt: detektoriks on kaks sfääri, mis asuvad röövkala kehas. Need sfäärid on kontaktis ümbritsevate kudede, mis omavad jällegi mereveega võrdset erijuhtivust, kuid lisaks harilikele kudedele ühendab neid sfääre veel detekteeriv element. Sfäärade keskpunkte ühendav joon on paralleelne analoogilise joonega ohvris. Sfäärade keskpunktide vaheline kaugus on l_d . Mõlema sfääri raadius on r_d , mis on palju väiksem kui l_d . Sellise detektori keskpunkt asub allika (s.o. ohvri) keskpunktist kau-

gusel y , samal vertikaalteljel. Niisiis on detektori telg paralleelne elektriväljaga, mille tekitab ohver detektori (s.o. kiskja) juures, vt. joonis (a). Nii ls kui ka l_d on palju väiksem, kui y . Seepärast võib lugeda, et ohvri tekitatud elektrivälja tugevus piki detektori sfäärade keskpunkte ühendatavat joont on konstantne. Niisiis moodustub suletud vooluahel, kuhu on ühendatud ohver, merevesi ning röövkala. Selgub, et detekteerivas elemendis voolavate voolude kirjeldamiseks võib kasutada joonisel (b) toodud elektriskeemi. Joonisel kasutatud tähistused on järgmised: V on pinget röövkala sfäärade vahel, kui puuduks detekteeriv element; R_m — nende sfäärade vaheline, ümbritsevast mereveest tingitud takistus (takistus, kui puuduks detekteeriv element); V_d — ohvri poolt detektori sfäärade vahele indutseeritav pinget; R_d on detekteeriva elemendi takistus.



Joonis (b): Ohvrit, merevett ja röövkala kirjeldav ekvivalentne skeem.

1) Leidke voolutiheduse vektor \vec{j} kaugusel r voolu punktallikast, kui keskkond on lõpmatu ja punktallika koguvool on I_s . [1,5 p.]

2) Olgu antud koguvool I_s , mis voolab ühelt ohvri kehas asuvalt sfäärilt teisele. Kasutades seadust $\vec{E} = \rho\vec{j}$, leidke elektrivälja tugevus detekteerivate (s.o. röövkala) sfäärade vahelises punktis P [2,0 p.]

3) Leidke, milline on pinget V_s ohvris asuvate sfäärade vahel, kui nende sfäärade vaheline koguvool on endiselt I_s [1,5 p.]. Leidke ohvris asuva kahe sfääri vaheline takistus R_s [0,5 p.] ning voolulallikapaari võimsus P_s . [0,5 p.]

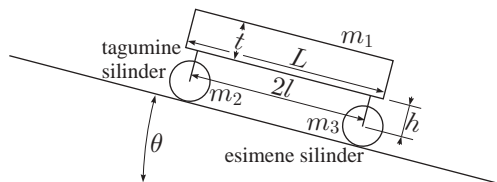
4) Leidke suurused R_m [0,5 p.] ja V_d [1,0 p.] joonisel (b) (vt. ka selgitusi sissejuhatavas osas). Arvutage detekteerival elemendil eralduv võimsus

P_d . [0,5 p].

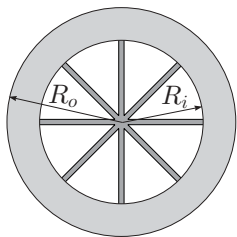
5) Leidke detekteeriva elemendi optimaalne takistus R_d , mille puhul temal eralduv võimsus on maksimaalne [1,5 p] ning leidke see maksimaalne võimsus [0,5 p].

Lisaülesanne (JK): tõestage, et skeem joonisel (b) kirjeldab detekteeriva elemendi voolu õieti.

3. Vanker kaldteel.



Joonisel on toodud vankri lihtsustatud mudel. Vankril on kaks silindrilist rattast (tagumine ja esimene), kumbki massiga M ($m_2 = m_3 = M$). Mõlemad rattad koosnevad silindrilisest kestast välise raadiusega R_o ja sisemise raadiusega $R_i = 0.8R_o$ ning kaheksast kodarast üldmassiga $0.2M$ (vt. alumine joonis). Silindreid kinnitavate detailide mass lugeda tühiseks. Vanker asub teel, mille kaldenurk on θ (vt. ülemine joonis) ning liigub gravitatsiooni- ja hõõrdejõu mõjul allapoole. Esimene ja tagumine silinder paiknevad sõiduki suhtes sümmeetriliselt.



Silindrite ja tee vaheline seisuhõõrdeegur on μ_s ja liughõõrdeegur — μ_k . Vankri risttahukakujulise kere mass on $5M$, pikkus — L ja paksus — t . Esimese ja tagumise silindri vaheline kaugus on $2l$, silindri telje ja vankri kere alumise osa vaheline kaugus on h . Eeldagem, et pöörlemisest tingitud hõõre silindri ning tema telje vahel on tühiselt väike.

1) Arvutage, milline on silindri inertsimoment telje suhtes [1,5 p].

2) Joonistage kõik jõud, mis mõjuvad sõiduki osadele: kehale, esimesele ja tagumisele silindrile. Kirjutage liikumisvõrrandid iga sõiduki osa jaoks. [2,5 p].

3) Vanker hakkab liikuma paigalseisust gravitatsiooni mõjul. Nimetage kõikvõimalikud süsteemi liikumise variandid ja leidke neile liikumistele vastavad kiirendused [4,0 p]. Loomulikult eeldas täislahendus iga liikumise esinemistingimuse leidmist. Ümber kukkumise mainimise ja uurimise eest aga punkte ei antud, selles osas oli küsimuse tekst puudulik.

4) Oletame, et vanker liikus paigalseisust vahemaa d nii, et mõlemad rattad veeresid libisemata. Sel hetkel omandasid hõõrdeegurid mõnevõrra väiksemad väärtused μ'_s ja μ'_k , mistõttu mõlemad silindrid hakkasid libisema. Leidke nii vankri joonkiirus kui ka kummagi ratta nurkkiirused hetkel, kui vanker oli jõudnud kaugusele s punktist, kus ta alustas oma liikumist. Vankri mõõtmed on palju väiksemad, kui d ja s [2,0 p].

Tõlkinud J. Kalda (kalda@ioc.ee, 2-620-4174, 22-6522-025) ja J. Kikas