I Matemaatika

1. Newtoni rida:
$$F(x) = F(x_0) + \sum F^{(n)}(x - x_0)^n/n!$$
Erijuht — lineaarne lähendus:
$$F(x) \approx F(x_0) + F'(x - x_0)$$
Lihtsamad rakendused kui $x \ll 1$:
$$\sin x \approx x,\ \cos x \approx 1 - x^2/2,\ e^x \approx 1 + x$$
$$\ln(1 + x) \approx x,\ (1 + x)^n \approx 1 + nx$$
2. Häirituste meetod: iga järgmine ja täpsem lähend leitakse eelmise baasil.

3. Lineaarse konstantsete kordajatega diferentsiaalvõrrandi $ay'' + by' + cy = 0$ lahendid on esitatavad kujul
$$y = A\exp(\lambda_1 x) + B\exp(\lambda_2 x),$$
kus $\lambda_{1,2}$ on nn. karakteerse võrrandi $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ lahendid eeldusel, et $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Kui reaalarvuliste a, b ja c puhul on karakteerse võrrandi lahendeiks kompleksarvud, siis $\lambda_{1,2} = \gamma \pm i\omega$ ja
$$y = Ce^{\gamma x}\sin(\omega x + \varphi_0).$$
4. Kompleksarvud.
$$z = a + bi = |z|e^{i\varphi},\ \bar{z} = a - ib = |z|e^{-i\varphi}$$
$$|z|^2 = z\bar{z} = a^2 + b^2,\ \varphi = \arg z = \arcsin\frac{b}{|z|}$$
$$\mathrm{Re}z = (z + \bar{z})/2,\ \mathrm{Im}z = (z - \bar{z})/2$$
$$|z_1 z_2| = |z_1||z_2|,\ \arg z_1 z_2 = \arg z_1 + \arg z_2$$
$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$
$$2\cos\varphi = e^{i\varphi} + e^{-i\varphi},\ 2i\sin\varphi = e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}$$
5. Vektorite skalaar- ja vektorkorrutised on distributiivsed, $a(b + c) = ab + ac$. Vektorkorrutis on antikommutatiivne $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$.
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\varphi,\ |\vec{a} \times \vec{b}| = ab\sin\varphi.$$
Segakorrutise definitsioon:
$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \equiv (\vec{a} \cdot [\vec{b} \times \vec{c}]) = ([\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c}) = (\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}).$$
Topelt vektorkorrutise jaoks kehtib seos
$$\vec{a} \times [\vec{b} \times \vec{c}] = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}).$$
6. Koosinus- ja siinusteoreem:
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\varphi$$
$$a/\sin\alpha = b/\sin\beta = 2R$$
7. Ühepikkustele kaartele toetuvad piirnurgad on võrdsed ja pool vastavast kesknurgast. Järeldused: hüpotenuus on täisnurkse kolmnurga ümberringjoone diameetriks; kui nelinurga vastasnurkade summa on sirgnurk, siis tema tipud lebavad ringjoonel.

8. Tuletiste võtmine:
$$(fg)' = fg' + f'g,\ f[g(x)]' = f'[g(x)]g'$$
$$(\sin x)' = \cos x,\ (cosx)' = -\sin x$$
$$(e^x)' = e^x,\ (\ln x)' = 1/x,\ (x^n)' = nx^{n-1}$$
$$(\arctan x)' = 1/(1 + x^2)$$
$$(\arcsin x)' = -(\arccos x)' = 1/\sqrt{1 - x^2}$$
9. Integreerimine: konkreetsete funktsioonide jaoks samad valemid, mis tuletiste jaokski, ainult tagurpidi (pöördtehe!). Nt.
$$\int x^n dx = x^{n+1}/(n + 1).$$
Asendusvõtte erijuht:
$$\int f(ax + b)dx = F(ax + b)/a.$$
10. Numbrilisi meetodeid. Newtoni valem $f(x) = 0$ nullkohtade leidmiseks:
$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n).$$
Trapetsi valem integraali leidmiseks:
$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b - a}{2n}[f(x_0) + 2f(x_1) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$
11. Tuletised ja integraalid vektoreist: kas komponentide kaupa või (tuletiste puhul) geomeetriliselt — kolmnurga reegli järgi.

II Üldised soovitused.

1. Kõigil valemeil kontrollida tõepärasust: a) dimensioonide kontroll; b) lihtsate erijuhtude (näiteks asümptootika) kontroll; c) lahendi kvalitatiivsete omaduste usutavuse kontroll.

2. Kui ülesande tekstis on mingi ebatavaline kokkusattumus (näiteks kaks asja on võrdsed), siis otsige sealt lahendusvõtit.

3. Lugege hoolikalt ülesande tekstis toodud soovitusi. Pöörake tähelepanu ülesande sõnastusele — mõnikord võivad esmapilgul ebaolulised sõnad kanda hinnalist infot. Kui olete mõnda aega edutult lahendanud, lugege veelkord teksti — võib-olla saite küsimusest valesti aru.

4. Pikki ja aeganõudvaid teisendusi tehke alles siis, kui kõik muu on tehtud, kuid kirjutage tingimata välja kõik lähtevõrrandid, mida oleks vaja teisendada.

5. Kui ülesanne tundub olema lootusetult raske, siis on tal harilikult ääretult lihtne lahendus (ja lihtne vastus). See kehtib ainult olümpiaadi ülesannete puhul, sest neil on lahendus kindlasti olemas.

6. Eksperimentides a) joonistada välja katseskeemid; b) mõelda, kuidas saaks suurendada tulemuste täpsust; c) kõik otsesed mõõtmistulemused panna kirja (soovitavalt tabelina).

III Kinemaatika.

1. Kulgliikumine — tuletised, integraalid:
$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt},\ \vec{x} = \int \vec{v}dt \quad (x = \int v_x dt \text{ jne.})$$
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2},\ \vec{v} = \int \vec{a}dt$$
$$t = \int v_x^{-1}dx = \int a_x^{-1}dv_x,\ x = \int \frac{v_x}{a_x}dv_x$$
Kui $a = Const.$, siis on eelpooltoodud integraalid kergesti leitavad, näit.
$$x = v_0 t + at^2/2 = (v^2 - v_0^2)/2a.$$
2. Pöördliikumine — analoogiline kulgliikumisega; nt. $\omega = d\varphi/dt$, $\varepsilon = d\omega/dt$;
$$\vec{a} = \vec{\tau}dv/dt + \vec{n}v^2/R$$
3. Kõverjooneline liikumine — sama, mis punkt 1, kui vektorid asendada joonkiiruste ja kiirendustega ning teepikkustega.

4. Kõva keha liikumine: a) kahe punkti kiiruste projektsioonid neid punkte ühendavale sirgele on võrdsed; b) hetkeline pöörlemiskese on leitav kahe kiirusvektori abil (kas ristsirgete lõikumispunktina või sarnastest kolmnurkadest).

5. Mitteinertsiaalsed taustsüsteemid:
$$\vec{v}_2 = \vec{v}_0 + \vec{v}_1,\ \vec{a}_2 = \vec{a}_0 + \vec{a}_1 + \omega^2\vec{R} + \vec{a}_{Cor}$$
6. Ballistiline probleem:
$$y \leq v_0^2/(2g) - gx^2/2v_0^2.$$
7. Fermat ja Huygensi printsiipi saab kasutada kiireima tee leidmiseks.

8. Vektori leidmiseks piisab, kui on teada tema projektsioon kahele teljele (mis ei pruugi olla risti).

IV Dünaamika

1. Newtoni 3.s. kulg- ja pöördliikumise jaoks:
$$\vec{F} = m\vec{a},\ \vec{M} = I\vec{\varepsilon} \quad (\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}).$$
2D geomeetria puhul on $\vec{M}$ ja $\vec{\varepsilon}$ sisuliselt skalaarid ning $M = Fl = F_t r$, kus l on jõu õlg.

2. Newtoni 3. s., kui süsteemi olek on kirjeldatav üheainsa parameetri ξ ja tema aja-tuletise $\dot{\xi}$ abil ning pot. en. $\Pi(\xi)$ ja kin. en. $K = \mu\dot{\xi}^2/2$: $\mu\ddot{\xi} = -d\Pi(\xi)/d\xi$. **Järeldus:** jõud on potentsiaalse energia tuletis koordinaadi järgi.

3. Kui süsteem koosneb punktmassidest m_i:
$$\vec{r}_c = \sum m_i\vec{r}_i / \sum m_j,\ \vec{P} = \sum m_i\vec{v}_i$$
$$\vec{L} = \sum m_i\vec{r}_i \times \vec{v}_i,\ \ K = \sum m_i v_i^2/2$$
$$I_z = \sum m_i(x_i^2 + y_i^2) = \int (x^2 + y^2)dm.$$
4. Süsteemis, mis liigub massikeskme suhtes kiirusega $\vec{v}_c$ (indeks c tähistab massikeskmega seotud süsteemi):
$$\vec{L} = \vec{L}_c + M_\Sigma\vec{R}_c \times \vec{v}_c,\ K = K_c + M_\Sigma v_c^2/2$$
5. Steineri teoreem (b —massikeskme kaugus pöörlemisteljest): $I = I_c + mb^2$.

6. Üleminekul ühest taustsüsteemist teise : $\vec{P} = \vec{P}_c + M_\Sigma\vec{v}_c$

7. Süsteemi kui terviku jaoks:
$$\vec{F}_\Sigma = d\vec{P}/dt,\ \ \vec{M}_\Sigma = d\vec{L}/dt$$
8. Inertsimomenti massikeskme ja z-telje suhtes saab arvutada ka nii:
$$I_{z0} = \textstyle\sum_{i,j} m_i m_j[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2/2M_\Sigma].$$

9. Inertsimoment koordinaatide alguspunkti suhtes: $2\theta = I_x + I_y + I_z$.

10. Füüsikaline pendel:

$$\omega^2(l) = g/(l + b^2/l), \quad b^2 = I/m$$

$$\omega(l) = \omega(\tilde{l} - l) = \sqrt{g/\tilde{l}}, \quad \tilde{l} = l + b^2/l$$

11. Inertsimomendi tegurid: silinder $1/2$, kera $2/5$, sfäär $2/3$, pulk $1/12$ (otsast $1/3$), ruut $1/6$.

12. Sagedamini kehtivaid jäävusseadusi:
energia (kui hõõret pole ja on elastne),
impulss (kui väliste jõudude summa on null; ka ainult ühe telje sihis),
impulsimoment (kui väliste jõumomentide summa on null, näit. välised jõud puuduvad või nende õlad on nullid; ka ainult ühe punkti suhtes).

13. Mitteinertsiaalsed taustsüsteemid: lisaks mõjub neis inertsijõud $m\vec{a}$, tsentrifugaaljõud $m\omega^2\vec{R}$ ja Coriolis'i jõud (mis on siis null, kui keha on paigal ja mille töö on null, sest ta on risti kiirusega).

14. Kiivas teljestik: kaldpinna puhul on sageli otstarbekas valida teljed piki- ja risti pinda; siis on raskuskiirendusel nii x- kui y-komponent. Teljed ei tarvitse olla risti, kuid siis on vektori telje-suunalisteks komponentideks lahutamine ja telgedele projekteerimine hoopis eri asjad.

15. Kehade põrkumine: säilivad a) summaarne impulss, b) summaarne impulsimoment, c) iga keha impulsimoment põrkepunkti suhtes vahetult enne ja pärast põrget (kuid viimase keha jaoks võib vastav võrrand olla tuletatav eelmistest [a)–c)] võrranditest), d) summaarne energia (elastse põrke korral); võib juhtuda, et kineetiline energia säilib ainult ühe telje sihis (elastne põrge hõõrdumisega). Lisavõrrandid: e) kui libisemine peatub, siis kiiruste võrdsuse tingimus; d) kui libisemine ei peatu, siis üle antud impulss on pinnanormaali suhtes nurga $\arctan \mu$ all.

16. Kõva keha suvaline liikumine on esitatav pöörlemisena ümber hetkelise pöörlemiskeskme (kiirusvälja mõttes). NB! Punkti kaugus hetkelisest pöörlemisteljest pole tema trajektoori kõverusraadiuseks.

17. Pinge niidis: rippuva massiivse niidi korral horisontaalsuunaline komponent on konstantne, vertikaalsuunaline muutub vastavalt allapoole jääva niidi massile. Siledale pinnale toetuva niidi rõhumisjõud pinnale on määratud kõverusraadiuse ja pingega: $N = T/R$. Analoogia: pindpinevusrõhk $p = 2\sigma/R$; tuletamine vaadeldes piki diameetrit mõjuvat rõhumisjõudu.

18. Adiabaatiline invariant: kui perioodilist liikumist sooritava süsteemi parameetrid muutuvad ühe perioodi jooksul vähe, siis säilib väga suure täpsusega (kuigi mitte absoluutselt täpselt) faasitasandil (s.o. p-x-teljestikus) joonistuva kujundi pindala.

19. Tasakaaluoleku stabiilsuse uurimiseks kasutada kas a) potentsiaalse energia miinimumi meetodit või b) väikese virtuaalse nihke meetodit.

20. Viriaali teoreem finiitse liikumise jaoks:
a) $F \propto |\vec{r}|$, siis $\langle K\rangle = \langle\Pi\rangle$;
b) $F \propto |\vec{r}|^{-2}$, siis $2\langle K\rangle = -\langle\Pi\rangle$.

V Võnkumised ja lained.

1. Ostsillaator dissipatsiooniga:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0 \ (\gamma < \omega_0).$$

Selle võrrandi lahend (v.t. I.2.):

$$x = x_0 e^{-\gamma t}\sin(\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}t - \varphi_0).$$

2. Seotud ostsillaatorite liikumisvõrrandi üldkuju: $\ddot{x}_i = \sum_j a_{ij}x_j$.

3. N seotud ostsillaatoril on N omavõnkumist ω_i (kõik ostsillaatorid võnguvad sama sagedusega ω_i, kuid eri amplituudidega: $x_j = x_{j0}\sin(\omega_i t + \varphi_j)$. Üldlahend on kõigi omavõnkumiste superpositsioon, mis sisaldab vabalt valitavaid konstante X_i ja ϕ_i:

$$x_j = \sum_i X_i x_{j0}\sin(\omega_i t + \varphi_j + \phi_i)$$

4. Kui süsteem on kirjeldatav üheainsa parameetriga ξ ja on teada $\Pi(\xi) = \kappa\xi^2/2$ [kus $\kappa = \Pi''(0)$] ning $K = \mu\dot{\xi}^2/2$, siis $\omega^2 = \kappa/\mu$.

5. Kui laine sagedus fikseeritud punktis on ν ja lainepikkus λ, siis laine faasikiirus on

$$v_f = \nu\lambda = \omega/k$$

ja grupikiirus $v_g = d\omega/dk$

6. Lineaarsete lainete puhul (elektromagnetlained, väikese amplituudiga heli- ja pinnalained vees) on suvaline lainetus üksikute sinusoidaalsete lainete superpositsioon. Seisulaine on kahe vastassuunas leviva ühesuguse laine summa.

7. Heli kiirus gaasis

$$c_s = \sqrt{(\partial p/\partial\rho)_{\text{adiab}}} = \sqrt{\gamma p/\rho} = \bar{v}\sqrt{\gamma/2}.$$

8. Heli kiirus elastses materjalis $c_s = \sqrt{E/\rho}$.

9. Doppleri efekt: kui $c_s \gg v_\parallel$, siis

$$\Delta\nu = \nu_0 v_\parallel/c_s.$$

10. Huygensi printsiip: lainepindu võib konstrueerida järk-järgult, asetades eelmise pinna igasse punkti mõttelise laineallika. Tulemuseks on kõverad, mille vaheline kaugus on $\Delta x = c_s\Delta t$, kus Δt on ajasamm c_s ja — laine kiirus antud punktis. Lained levivad risti lainepinnaga.

VI Geomeetriline optika

1. Fermat' printsiip: lained levivad punktist A punkti B mööda sellist teed, mida mööda kulub kõige vähem aega.

2. Murdumisseadus:

$$\sin\alpha_1/\sin\alpha_2 = n_2/n_1 = v_1/v_2.$$

3. Kui murdumisnäitaja muutub sujuvalt, siis jagame keskkonna mõtteliselt konstantse n-iga kihtideks ja rakendame murdumisseadust. Kiir saab levida mööda konstantse n-iga kihti, kui on tegemist täieliku sisepeegelduse piirtingimusega, $n' = n/r$ (r on kõverusraadius).

4. Kui murdumisnäitaja sõltub ainult z-koordinaadist, siis

$$k_x, k_y = Const., \ |\vec{k}/|n = Const.$$

5. Läätse valem (tähelepanu märkidega):

$$1/a + 1/b = 1/f = D.$$

6. Newtoni valem (seob kujutise ja originaali kaugusi fokaaltasandeist): $x_1x_2 = f^2$.

7. Parallaksi meetod kujutise asukoha määramiseks: leida abikeha selline asukoht, et ta on vaatepunkti nihkudes kujutise suhtes paigal.

8. Geomeetrilised konstruktsioonid kiire käigu leidmiseks läbi läätse:
a) läätse keskpunkti läbiv kiir ei murdu;
b) optilise teljega paralleelne kiir (või tema pikendus) läbib fookust;
c) parall. kiired koonduvad fokaaltasandil;
d) Tasandi kujutis läbi läätse on tasand, sirge kujutis on sirge ja punkti kujutis on punkt. Sirge ja tema kujutise pikendused lõikuvad läätse tasandil.

9. Valgusvoog Φ [m.ü. luumen (lm)] iseloomustab mingit (mõttelist) pinda läbiva valguse võimsuse seda osa, mis on silma poolt tajutav. Valgustugevus [kandela (cd)] on valgusallika kiiratud valgusvoog ruuminurga kohta: $I = \Phi/\Omega$. Valgustatus [luks (lx)] on pinnale langeva valguse voog pindalaühiku kohta: $E = \Phi/S$.

10. Gaussi teoreem valgusvoo jaoks: kui mõtteline pind ümbritseb punktvalgusallikaid, mis kiirgavad võrdselt igas suunas, siis $\Phi = 4\pi\sum E_i$; punktvalgusallika tekitatud valgustatus $E = I/r^2$.

11. Kui rasvane laik paberil paistab sama hele, kui ümbritsev paber, siis on paberi valgustatus mõlemalt poolt ühesugune.

VII Laineoptika.

1. Difraktsioon — üldine meetod (baseerub Huygensi printsiibil): kui takistused jagavad tasalaine frondi üheks või mitmeks tükiks, siis võib täita kõik need fronditükid ühtlaselt mõtteliste laineallikatega ja vaadelda nende interferentsi.

2. Difraktsioon kahe pilu korral (pilu laius $a \ll d$): maksimumi nurgad $\sin\varphi_{\max n} = n\lambda/d,\ n \in Z$; $I \propto \cos^2(\pi\varphi d/\lambda)$.

3. Üksik pilu laiusega d: miinimumi nurgad on $\sin\varphi_{\min k} = k\lambda/d,\ k \in Z,\ k \neq 0$. s.o. keskmine maksimum on topelt-lai. Tuletamiseks jagada pilu mõtteliselt pooleks, neljaks, 8-ks jne.; vt. punkt 1.

4. Difraktsioonivõre sammuga d: peamaksimumide asukohad samad, mis punktis 2. Analüüsitakse samuti, nagu üksikut pilugi. Spektraalne lahutusvõime (eristatavad on lained pikkusega λ ja $\lambda + \Delta\lambda$; N on pilude arv ja k — peamaksimumi järk):

$$\Delta\lambda = \lambda/kN.$$

Üldisemalt, spektroskoobi lahutusvõime on $\Delta\lambda/\lambda \approx \lambda/\Delta L$, kus ΔL on pikima ja lühima valguskiire optilise teepikkuse vahe. Prisma: $\Delta\lambda/\lambda \approx 1/l\frac{dn}{d\lambda}$.

5. Ideaalse teleskoobi (objektiivi) lahutusvõime: punktid on eristatavad, kui nende vaheline nurk

$$\varphi = 1{,}22\lambda/d.$$

Selle nurga puhul langeb ühe punkti difraktsioonipildi peamaksimum kokku teise punkti esimese miinimumiga.

6. Bragg'i teooria: kui ioontasandite vahekaugus on a, siis röntgenikiir peegeldub, kui langemisnurk rahuldab tingimust

$$2a\sin\alpha = k\lambda.$$

7. Peegeldumine optiliselt tihedamast dielektrilisest keskkonnast: faasinihe π.

8. Fabri-Perot' interferomeeter: kaks paralleelset poolläbilaskvat peeglit peegeldusteguriga r, $1 - r \ll 1$. Läbilaskespektri laius on $\Delta\nu \approx \nu_1(1 - r)$. Tuletada saab a) liites peegeldused ja peegelduse-peegeldused jne. (geom. progressioon) või b) leides vastassuunas levivate lainete amplituudid piiritingimusest.

9. Koherentsed elektromagnetlained: liituvad elektriväljad; võib kasutada vektordiagrammi, vektorite vaheline nurk on faasinihe; Nb! murdumisnäitaja $n = n(\omega)$.

$$I \propto nE^2.$$

10. Malus'i seadus: lineaarselt polariseeritud valguse jaoks $I = I_0\cos^2\varphi$, kus φ on polarisatsioonitasandite vaheline nurk.

11. Brewsteri nurk: peegeldunud ja murdunud kiir on risti; peegeldunud kiir on täielikult polariseeritud; langemisnurk

$$\tan\varphi_B = n.$$

12. Newtoni biprisma jms: difraktsioonipildi seisukohalt võib läätsed-prismad ära unustada ja vaadelda ainult kujutisi.

13. Fiibrid: Mach-Zehnderi interferomeeter on kaksikpilu analoog, ringresonaator sarnaneb Fabri-Perot interferomeetrile, Braggi filter toimib samuti, kui röntenkiirte puhul. Ühe-moodi fiiber: $\Delta n/n \approx \lambda/d$.

VIII Vooluahelad

1. $U = IR, P = UI$.

2. Kircho seadused:

$$\sum_{\text{sõlm}} I = 0,\quad \sum_{\text{kontuur}} U = 0$$

3. Lahendusvõtted: *a)* potentsiaalide meetod; *b)* kontuurvoolude meetod; *c)* ekvivalentse skeemiga (3-klemmised: kolmnurk, täht; 2-klemmised: r ja $\mathcal{E}$ jadamisi).

4. Spetsiaalvõtted: lõpmatu ahela takistus, lõpmatu võre naabersõlmede vaheline takistus.

5. Vahelduvvool: sama, mis alalisvool;

$$Z_R = R,\ Z_C = 1/i\omega C,\ Z_L = i\omega L;$$

$$\varphi = \arg Z,\ U_{\text{e}} = |Z|I_{\text{e}}$$

$$P = |U||I|\cos(\arg Z) = \sum I_i^2 R_i.$$

6. Karakteersed ajad:

$$\tau_{RC} = RC,\ \tau_{LR} = L/R,\ \omega_{LC} = 1/\sqrt{LC}.$$

Lähenemine statsionaarsele voolujaotusele toimub eksponentsiaalselt, $\propto e^{-t/\tau}$.

7. En. j. seadus vooluahelatele:

$$\Delta W + Q = Uq,$$

kus q on pingelangu U läbinud laeng; emj. töö $A = \mathcal{E}q$.

8. $W_C = CU^2/2, W_L = LI^2/2$.

9. $\mathcal{E} = -d\Phi/dt = -LdI/dt, \Phi = BS$.

10. Mittelineaarsed elemendid: graafiline meetod — lahend leida U-I teljestikus mittelineaarse kõvera ja Ohmi/Kirho seadusi kirjeldava sirge lõikepunktina. Mitme lahendi puhul uurida stabiilsust — osa lahendeid on harilikult ebastabiilsed.

11. Ligikaudne lahendamine: kui $\tau_{\text{vaadeldav}} \gg \tau_{RC}$ või τ_{LR}. Moodustub kvaasitasakaal — vastavalt kas $I_C \approx 0$ (C kohalt on juhe "katki") või $\mathcal{E}_L \approx 0$ (L on lühistatud). Kui $\ll$, siis vastavalt laengu või voolu muutus on väike, $\Delta Q \ll Q$ või $\Delta I \ll I$; pinge C-l ja voolutugevus L-s on faktiliselt konstantsed.

12. Kui $L \neq 0$, siis $I(t)$ on pidev funktsioon.

13. Kui ülijuhtivas kontuuris $L = Const$, siis vastav kontuurvool $I = Const$ (üldisemalt: kontuuri läbiv magnetvoog $\Phi = Const.$).

14. Vastastikune induktiivsus: magnetvoog läbi kontuuri $\Phi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2$ (I_2 — vool teises kontuuris). Teoreem: $L_{12} = L_{21} \equiv M$.

IX Elektromagnetism

1. $F = kq_1q_2/r^2$, $\Pi = kq_1q_2/r$ — kehtivad Kepleri seadused (p. VIII).

2. Gaussi teoreem: $\oint \vec{B}d\vec{S} = 0$,

$$\oint \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}d\vec{S} = Q,\ \oint \vec{g}d\vec{S} = -4\pi GM.$$

3. Tsirkulatsiooniteoreem

$$\oint \vec{E}d\vec{l} = 0\ (= \dot{\Phi}),\ \oint \frac{\vec{B}dl}{\mu\mu_0} = I, \oint \vec{g}d\vec{l} = 0.$$

4. Vooluelemendi tekitatud magnetväli:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi}\frac{\vec{e}_r \times d\vec{l}}{r^2}.$$

5. $\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}),\ \vec{F} = \vec{I} \times \vec{B}l$.

6. Lihtsamad järeldused Gaussi- ja tsirkulatsiooniteoreemist:
a) laetud traat $E \propto 1/r$, sirgvool $B \propto 1/r$, *b)* tasapinnaline vool $B = Const.$, laetud tasand $E = Const.$;
c) laetud sfääri ja lõpmatu silindrilise pinna sees $E = 0$, samuti on seal silindrilist pinda mööda piki telge voolava voolu puhul $B = 0$,
d) ühtlase laengu ja voolu ruumtiheduse puhul on väli $\propto r$ ($\propto x$) kui on tegemist kera, silindri või kihiga.

7. Pika solenoidi sees $B = In\mu\mu_0$ ja väljas 0, mujal $B_\parallel \propto \Omega$; $\Phi = NBS$ ja $L = \Phi/I = Vn^2\mu\mu_0$; ringvoolu keskel $B = \mu_0 I/2r$.

8. Magnetvälja mõõtmine väikese pooliga galvanomeetri impulssrežiimis: $q = \int \frac{U}{R}dt = NS\Delta B/R$.

9. Laengute süsteemi pot. energia:

$$\Pi = k\sum_{i>j}\frac{q_iq_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\int\varphi(\vec{r})dq,\ dq = \rho(\vec{r})dV.$$

10. Ühtlaselt laetud sfääri või silindrilise pinna osade vahelise jõu saab leida, vaadeldes ekvivalentset rõhumisjõudu.

11. Punktis, mis asub laengutest võrdsel kaugusel (nt sfääri keskel või võru teljel), $\varphi = kQ/r$.

12. Elektrijuhile indutseeritud laengu (või potentsiaali) leidmiseks võib üksiku(d) laengu(d) jagada sümmeetriliste positsioonide vahel: probleem muutub sümmeetriliseks.

13. Elektrijuht ekraneerib laengud ja elektriväljad, nt. õõnsa juhi sisemuses olevate laengute paiknemist pole väljapoole näha (paistab nagu oleks juhi enda pinnal kogulaeng Q).

14. Mahtuvused: $C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$ (plaat), $4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r$(kera), $2\varepsilon\varepsilon_0 l(\ln R/r)^{-1}$ (koaksiaal).

15. Dipoolmomendid:

$$\vec{d}_e = \sum q_i\vec{r}_i = \vec{l}q,\ \vec{d}_\mu = I\vec{S}.$$

16. Dipoolide energia ja jõumoment:

$$W = -\vec{d}\cdot\vec{E}\ (\vec{B}),\ \ \vec{M} = \vec{d}\times\vec{E}\ (\vec{B}).$$

17. Dipooli väli: $\varphi = k\vec{d}\cdot\vec{e}_r/r^2$; $E, B \propto r^{-3}$.

18. Dipoolile mõjuv jõud: $F = (\vec{E}\vec{d}_e)'$, $F = (\vec{B}\vec{d}_\mu)'$; kahe dipooli vastasmõju: $F \propto r^4$.

19. Elektrilised ja magnetilised kujutised: maandatud (magnetite puhul ülijuhtivad) tasapinnad toimivad peeglitena. Maandatud või maandamata kera väli on leitav ühe või kahe kera sees oleva fiktiivse laengu väljana. Ristkülikukujulise lainejuhi laine saab esitada tasalainete superpositsioonina.

20. Kera (silindri) polarisatsioon homogeenses (elektri)väljas: kahe homogeenselt vastasmärgiliselt laetud kera (silindri) superpositsioon, $d \propto E$.

21. Foucault' voolude tekitatud moment: $\Delta p \propto B^2/a$, kus a on karakteerne geom. mõõde.

22. Kiiretel protsessidel el. juhis ja alati ülijuhi sees $B = 0$ ja seega $I = 0$ (voolab pinnakihis).

23. Laeng homogeenses magnetväljas: säilib üldistatud impulss

$$p'_x = mv_x + Bye,\; p'_y = mv_y - Bxe.$$

Liikumine mööda tsükloidi keskm. kiirusega

$$v = E/B = F/eB.$$

24. MHD generaator (a — mõõde piki $\vec{E}$ suunda):

$$\mathcal{E} = vBa,\; r = \rho a/bc.$$

25. Hüsterees: B-H või (südamikuga pooli puhul) U-I-teljestikus S-kujuline kõver: tema poolt piiratud pindala on võrdeline soojuskadudega (südamikus ühe perioodi jooksul dissipeeruva energiaga).

26. Väljad ainetes: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$, kus $\vec{P}$ on dielektriline polarisatsioonivektor (dipoolmomendi ruumtihedus); $\vec{H} = \vec{B}/\mu\mu_0 = \vec{B}/\mu_0 - \vec{J}$, kus $\vec{J}$ on magneetumusvektor (magnetmomendi ruumtihedus).

27. Kahe aine eralduspinnal on pidevad: E_t, D_n (s.o. εE_t), H_t (s.o. B_t/μ), B_n.

28. Energiatihedus: $W = \frac{1}{2}(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + B^2/\mu\mu_0)$.

29. Voolutihedus $\vec{j} = ne\vec{v} = \sigma\vec{E} = \vec{E}/\rho$.

X Termodünaamika

1. $pV = \frac{m}{\mu}RT$

2. Ühe mooli siseenergia $U = \frac{i}{2}RT$.

3. Ühe mooli ruumala nt. juures 22,4l.

4. $pV^\gamma = Const.$ (ning $TV^{\gamma-1} = Const.$).

5. $\gamma = c_p/c_v = (i+2)/i$.

6. Boltzmani jaotus:

$$\rho = \rho_0 e^{-\mu gh/RT} = \rho_0 e^{-U/kT}.$$

7. Maxwelli jaotus (kui palju molekule on kiirusega v) $\propto e^{-mv^2/2kT}$.

8. Kui $\Delta p \ll p$, siis $\Delta p = \rho g \Delta h$.

9. $p = \frac{1}{3}mn\bar{v}^2$, $\bar{v} = \sqrt{2kT/m}$, $\nu = vnS$.

10. Carnot' tsükkel: 2 adiabaati, 2 isotermi. $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$. Tuletus S-T-teljestikus.

11. Pööratud tsükkel: $\eta = T_1/(T_1 - T_2)$

12. Entroopia: $dS = dQ/T$.

13. Termod. I seadus $\delta U = \delta Q + \delta A$

14. Termod. II s. $\Delta S \geq 0$ (ja $\eta_{\text{reaalne}} \leq \eta_{\text{Carnot}}$).

15. Gaasi töö (vt. ka p. 10)

$$A = \int p dV,\text{ adiab.:}\quad A = \frac{i}{2}\Delta(pV)$$

16. Daltoni seadus: $p = \sum p_i$.

17. Keemine: küllastunud auru rõhk $= p_0$.

18. Soojusvoog $P = kS\Delta T/l$ (k — soojusjuhtivustegur); analoogia alalisvoolu ahelatega (vastavuses on P ja I, ΔT ja U).

19. Soojusmahtuvus: $Q = \int c(T)dT$.

20. Pindpinevus:

$$U = S\sigma,\; F = l\sigma,\; p = 2\sigma/R.$$

XI Kvantmehaanika

1. $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ (moodul on h/λ), $E = \hbar\omega = h\nu$.

2. Interferents: nii, nagu laineoptika.

3. Määramatus:

$$\Delta p \Delta x \approx \hbar,\; \Delta E \Delta t \approx \hbar.$$

4. Spekter: $h\nu = E_n - E_m$; riba laius ja eluiga: $\Gamma\tau \approx \hbar$.

5. Ostsillaator (nt. molekul) omavõnkesagedusega ν_0: $E_n = (n + \frac{1}{2})h\nu_0$. Kui mitu omavõnkesagedust, siis $E = \sum_i hn_i\nu_i$.

6. Tunneliefekt: barjäär Γ laiusega l on kergesti läbitav, kui $\Gamma\tau \approx h$, kus $\tau = l/\sqrt{\Gamma/m}$.

7. Bohri mudel: $E_n \propto 1/n^2$. Ringorbiidil täisarv lainepikkusi $\lambda = h/mv$.

8. Komptoni efekt — footoni hajumine elektronilt, $\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos\theta)$.

9. Fotoefekt $A + mv^2/2 = h\nu$. I-U-graafik: vool algab juba $U < 0$ juures, suurte U-de juures küllastub.

10. Stefan-Boltzman: $P = \sigma T^4$.

XII Kepleri seadused.

1. $F = \gamma Mm/r^2$, $\Pi = -\gamma Mm/r$.

2. Kahe punktmassi gravitatsiooniline tõmbumine: kummagi trajektooriks on ellips, mille fookus asub süsteemi massikeskmes.

3. Liikumisel tsentraalses jõuväljas katab raadiusvektor võrdsetes ajavahemikes võrdsed pindalad

4. Kahe planeedi tiirlemisperioodi ruudud suhtuvad nagu pikemate pooltelgede kuubid:

$$T_1^2/T_2^2 = a_1^3/a_2^3.$$

5. Elliptilisel orbiidil liikuva keha koguenergia

$$E = -\gamma Mm/2a.$$

6. Väikese elliptilisuse $\varepsilon = d/a \ll 1$ puhul võib kuju lugeda ringiks, kuid fookused on nihkes.

7. Ellipsi omadused: $l_1 + l_2 = 2a$, $\alpha_1 = \alpha_2$, $S = \pi ab$.

8. Ühtivate fookustega ellipsi ja ringi puutepunkt saab olla vaid pikema telje otspunktides.

9. Runge-Lenz'i vektor (invariant):

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{L} \times \vec{v}}{\gamma Mm} + \vec{e}_r.$$

XIII Relatiivsusteooria

1. Lorentzi teisendused (4-mõõtmelise aegruumi pöörded), $\beta = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$:

$$x' = \beta(x - vt),\; y' = y,\; t' = \beta(t - vx/c^2)$$
$$p'_x = \beta(p_x - mv),\; m' = \beta(m - p_x v/c^2)$$

2. 4-vektori pikkus:

$$s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$$
$$m_0^2c^2 = m^2c^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$$

3. Kiiruste liitmine:

$$w = (u + v)/(1 + uv/c^2).$$

4. Doppleri efekt:

$$\nu' = \nu_0\sqrt{(1 - v/c)/(1 + v/c)}.$$

5. Ruumipöörded $\tanh\varphi = v/c$; sin, cos, tan asemel sinh, cosh, tanh. Omadus: $\cosh^2\varphi - \sinh^2\varphi = 1$.

6. Pikkuse lühenemine: $l' = l_0/\beta$.

7. Aja pikenemine: $t' = t_0\beta$.

8. Samaaegsus on suhteline.

9. $\vec{F} = d(m\vec{v})/dt$, kus $m = m_0\beta$.

10. Ultrarelativistlik lähendus: $v \approx c$, $p \approx mc$, $\sqrt{1 - v^2/c^2} \approx \sqrt{2(1 - v/c)}$.

11. Lorentzi teisendused elektromagnetvälja jaoks: $\vec{B}'_{||} = \vec{B}_{||}$, $\vec{E}'_{||} = \vec{E}_{||}$,

$$\vec{E}'_\perp = \frac{\vec{E}_\perp + \vec{v} \times \vec{B}_\perp}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},\quad \vec{B}'_\perp = \frac{\vec{B}_\perp - \vec{v} \times \frac{\vec{E}_\perp}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Koostanud J. Kalda — kalda@ioc.ee