EESTI FÜÜSIKAOLÜMPIAADI EKSPERIMENDI ÜLESANNETE KOGU

Koostas Rael Kalda

2023

Sisukord

Sissejuhatus 3

Ülesanded 4

Lahendused 34

Sissejuhatus

Siia on koondatud põhikooli ja gümnaasiumi eksperimentaalsed ülesanded Eesti füüsikaolümpiaadi piirkonnavoorudest ja lõppvoorudest.

Ülesanded on jaotatud raskuse järgi, mida tähistatakse kuni viie tärniga. Ülesannete lihtsamaks otsimiseks on ülesannete numbrite ette pandud "Ü" ja lahenduste ette "L". Näiteks ülesande 32 teksti number on kujul Ü32. Iga ülesande juures on kirjas ka selle autor ning olümpiaadi vooru lühinimetus. Lisaks lühendid P E1, G E1 jne kus P ja G tähistavad põhikooli- ja gümnaasiumiastet ning E eksperimendi ülesannet. Näiteks G E2 viitab gümnaasiumiastme 2. eksperimendi ülesandele. On ka erijuht, kus põhikool ja gümnaasium olid koos, seda tähistatakse tähega K.

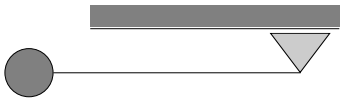
Ülesanded on kogutud aastatest 1996 — 2022.

Ülesanded

Ü1 Liivatera tihedus ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1996, K E1

Määrata liivatera tihedus. Analüüsida tegurid, mis mõjutavad tulemuse täpsust.
Katsevahendid: liiv, vesi, kaalud, kaaluvihid, mõõtesilinder.

Ü2 Koormise keskmine kiirus ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1997, P E1



Koormis riputati nööri otsa ja viidi asendisse, kus niit on horisontaalne. Pärast lahti laskmist hakkas koormis võnkuma. Määrata koormise liikumise keskmine kiirus. Analüüsida tulemust mõõtetäpsuse seisukohast.
Katsevahendid: koormis, nöör, statiiv, mõõtejoonlaud, stoppkell.

Ü3 Topsi rõhk ★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1997, P E1

Kui suurt rõhku avaldab lauale veega täidetud tops?
Katsevahendid: tops, joonlaud.

Ü4 Keha mass ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1998, P E2

Määra keha mass. Kirjeldada ülesande lahendust.
Katsevahendid: kumminiit, statiiv, mõõtejoonlaud, tuntud massiga keha, tundmatu massiga keha.

Ü5 Joonlaua mass ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1998, G E1

Määrake joonlaua mass. Hinnake mõõtmistulemuse täpsust.
Katsevahendid: joonlaud, pliiats, tuntud massiga koormis või münt.

Ü6 Keha tihedus ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1999, P E2

Määrata keha aine tihedus.
Katsevahendid: võrdse ruumalaga kehad, ümmargune pliiats, joonlaud. Ühe keha aine tihedus on $7{,}8 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$.

Ü7 AHI ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2000, P E2

Vaadata läbi vett täis pudeli paberile kirjutatud sõna AHI. Kas pudel tuleks asetada piki või risti sõna, et näha sõna IHA. Põhjendage vastust.
Katsevahendid: Veega täidetud läbipaistev pudel (ilma sildita), paberileht sõnaga AHI.

Ü8 Keha tihedus ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2002, P E1

Määrata keha aine tihedus.
Katsevahendid: klaasnõu veega, keha, dünamomeeter. Vee tihedus on $1000\ \mathrm{kg/m^3}$.

Ü9 Kumminiit ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2002, P E2

Määrata kui suur töö tehakse kumminiidi venitamisel jõuga 1 N.
Katsevahendid: kumminiit, koormis massiga 100 g, joonlaud, statiiv.

Ü10 Ühekroonine ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2003, P E1

Leida ühekroonise metallraha mass.
Katsevahendid: väike silindriline plastmasstopsik, anum veega, kaks 10-sendist ja üks 1-kroonine, joonlaud, permanentne viltpliiats.

Ü11 Vedrust pendel ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2004, G E2

Valmistage vedru otsa riputatud koormisest üles-alla liikuv pendel ja esitage graafiliselt pendli võnkeperioodi sõltuvus koormise massist.
Katsevahendid: spiraalvedru, statiiv muhvi ja klambriga, 100-grammiste koormiste komplekt, stoppkell, millimeetripaber.

Ü12 Pall ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2005, P E1

Kui ülestõstetud pall lahti lasta, muutub põrkel osa palli esialgsest potentsiaalsest energiast teisteks energia liikideks. Hinnata, kui suur osa algsest potentsiaalsest energiast muundub teisteks energia liikideks. Kas algsest potentsiaalsest energiast teisteks liikideks muutuva energia osa oleneb palli kukkumise kõrgusest?
Katsevahendid: mõõtejoonlaud, pall.

Ü13 Kustutuskumm ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2006, P E1

Määrake kustutuskummi tihedus. Vee tihedus $\rho = 1{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$.
Katsevahendid: anum veega, 4 kustutuskummi, nööpnõelad, dünamomeeter.

Ü14 Keha mass ★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2006, P E1

Määrake katsekeha mass.
Katsevahendid: vees heljuv keha, silindriline anum, joonlaud, nõu veega.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü15 Joonlaua mass ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2007, P E1

Määrata joonlaua mass.
Katsevahendid: $30\,\mathrm{cm}$ pikkune mõõtejoonlaud, 1-kroonine münt ($m = 5{,}0\,\mathrm{g}$).

Ü16 Mutter ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2008, P E1

Mutter ja polt on valmistatud samast ainest. Kumma mass on suurem ja mitu korda?
Katsevahendid: mutter, polt, mõõtejoonlaud, niit, anum veega.

Ü17 Haavlid ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2009, P E1

Millise suhtelise osa haavlitega (sh tühikud) täidetud ruumalast moodustavad tühikud haavlite vahel?
Katsevahendid: mõõtemensuur, anum veega, haavlid.

Ü18 Kaldtee ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2010, P E1

Määrake koormise ühtlaseks ülestõmbamiseks vajaliku jõu suurus kaldteel sõltuvalt tee kaldenurgast. Tulemus esitage graafikuna.
Katsevahendid: klots, koormised, dünamomeeter, statiiv klambriga, lauajupp, mall.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü19 Eurosent ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2011, P E1

Leidke eurosendise mündi ümbermõõt võimalikult suure täpsusega.
Katsevahendid: eurosendine münt, 2 joonlauda.

Ü20 Pendel ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2012, P E2

On teada, et niidist ja selle otsa kinnitatud väikesest kehast koosneva pendli võnkeperiood T ja selle niidi pikkus l on väikese amplituudiga võnkumiste korral seotud valemiga $T = \alpha\sqrt{l}$. Määrata võrdetegur α võimalikult täpselt.
Katsevahendid: mutter, jupp niiti, mõõtejoonlaud, stopper, statiiv koos kinnitusklambriga.

Ü21 Mutter ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2013, P E2

Määrake mutri mass.
Katsevahendid: lauatennisepall, mutter, kleeplinditükk, silindriline anum, vesi, mõõtejoonlaud. Lauatennisepalli massi võib mutri massiga võrreldes tühiseks lugeda.

Ü22 Keha ruumala ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2015, P E1

Määrake metallist keha ruumala.
Katsevahendid: metallist keha, dünamomeeter, anum veega ($\rho_v = 1\,\mathrm{g/cm^3}$).

Ü23 Kumminiit ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2016, P E1

Milline sõltuvus valitseb kumminiidi algpikkuse l_0 ja kumminiidi pikenemise Δl vahel antud koormise korral? Esitage graafik millimeeterpaberil ja nimetage leitud sõltuvuse tüüp.
Katsevahendid: kumminiit, koormis, joonlaud, millimeeterpaber.

Ü24 Pangaröövel ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2016, P E2

Pangaröövel varastas 10 kilogrammi 5-sendiseid euromünte. Leidke sellise rahakoguse väärtus eurodes.
Katsevahendid: 20-sendine euromünt ($m = 5{,}7\,\mathrm{g}$), 5-sendine euromünt, kolmnurkne joonlaud.

Ü25 Pliiats ★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2016, P E2

Määrake pliiatsi tihedus.
Katsevahendid: pliiats, mõõtesilinder (50 ml), joogitops veega.

Ü26 Mündid ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2017, P E1

Mündid laotakse silindriliselt üksteise otsa. Kuna mündi pinnal on muster, jäävad müntide vahele tühimikud. Mitu protsenti moodustavad tühimikud müntide silindri koguruumalast? Mündi materjali tihedus $\rho = 8{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$.
Katsevahendid: 5-sendised euromündid (5 tükki), teadaoleva massiga joonlaud ($m_j = \ldots$).

Ü27 Mutri tihedus ★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2018, P E1

Määrake mutri tihedus.
Katsevahendid: mutter, plasttops veega (0,2 l, $\rho_v = 1{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$), väike plasttops (40 ml), süstal (20 ml).

Ü28 Makaronid ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2020, P E1

Hinnata, mitu korda erineb ühe spageti mass ühe makaroni massist.
Katsevahendid: spagetid, 1 makaron.
Märkus: Spagetti tohib tükkideks murda.

Ü29 Tennisepall ★ Autor: Oleg Košik, piirkonnavoor, 2021, P E1

Leidke märja tennisepalli tihedus.
Katsevahendid: tennisepall, joonlaud, liitrine anum veega ja õhukesest kartongist piima- või mahlapakk, mille ülemine tahk on ära lõigatud. Vee tiheduseks võib võtta $1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

Ü30 Joonlaua mass ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2022, P E1

Määrake joonlaua mass.
Katsevahendid: joonlaud, A4 paber (80 g/m^2).

Ü31 Plastiliin ★ Autor: Konstantin Dukats, piirkonnavoor, 2022, P E2

Leidke plastiliini tihedus. Vee tihedus on $\rho = 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.
Katsevahendid: klaas veega, joonlaud, plastiliin.

Ü32 Keha tihedus ★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2022, P E2

Määrake tundmatu keha tihedus.
Katsevahendid: Tundmatu keha, niit, kaal (täpsus $\pm 0{,}1\,\mathrm{g}$), plastikust tops veega (200 ml).
NB! Joonlaua kasutamine ei ole lubatud.

Ü33 Vee mass ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1996, K E2

Kasutades termomeetrit, määrata kalorimeetris oleva vee mass. Abivahendina saab kasutada tuntud massiga keha, mille temperatuur on 100 °C ja mille erisoojus on teada. Samuti on teada kalorimeetri mass ja erisoojus ning vee erisoojus. Hinnata mõõteviga.

Ü34 Puitklotsi ja kivi tihedus ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1997, G E1

Leida puitklotsi ja kivi tihedused. Hinnata mõõteviga.
Katsevahendid: mõõtesilinder, vesi, puitklots, kivi, mõõtejoonlaud.

Ü35 Piirituse põlemine ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1997, G E2

Kui suur osa piirituse põletamisel vabanevast soojushulgast kulub vee soojendamiseks? Hinnata mõõteviga. Piirituse küttevääртus on $2,7 \cdot 10^7\,\mathrm{J/kg}$, vee erisoojus $4200\,\mathrm{J/kg \cdot K}$, alumiiniumi erisoojus $880\,\mathrm{J/kg \cdot K}$.
Katsevahendid: piirituslamp, kaalud, vihid, termomeeter, mõõtesilinder, alumiiniumist anum, vesi.

Ü36 Paberileht ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1998, P E1

Paberi pakendil on kiri "$80\,\mathrm{g/m^2}$". Määrata antud paberilehe mass ja paksus. Kirjeldada ülesande lahendust.
Katsevahendid: leht paberit, mõõtejoonlaud.
Märkus: Sama ülesanne oli aastal 2012 põhikooli piirkonnavoorus.

Ü37 Vedeliku tihedus ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1998, G E2

Määrake vedeliku tihedus. Hinnake mõõtmistulemuse täpsust.
Katsevahendid: klaasnõu vedelikuga, dünamomeeter, koormis, mõõtejoonlaud.

Ü38 Küünlaleek ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1999, P E1

Vaadake küünlaleeki või taskulambipirni ühe silmaga läbi pliiatsite vahelise pilu ja kirjeldage, mida on võimalik näha. Püüdke nähtut seletada.
Katsevahendid: 2 ümmargust pliiatsit, kleepriba, küünal või taskulambipirn alusel koos patareiga.

Ü39 Hõõrdetegurid ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1999, G E1

Hinnake kui palju erinevad hõõrdetegurid libisemisel ja veeremisel.
Katsevahendid: suurem kõvakaaneline raamat, silindriline keha, joonlaud.

Ü40 Vedeliku tihedus ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1999, G E2

Määrake vedeliku tihedus.
Katsevahendid: silindrilise kujuga anum, mis on poolenisti täidetud tundmatu vedelikuga, väike tühi plasttops, tuntud massiga keha, joonlaud.

Ü41 Voolutugevus ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1999, P E2

Kui suur oleks voolutugevus antud vooluallikaga ühendatud kolme-oomise takistusega juhis?
Katsevahendid: lapik taskulambipatarei, kaks juhet, tester, millimeetripaber, kolm traattakistit, mille takistused on *ligikaudu* 1 Ω, 1 Ω ja 4 Ω.

Ü42 Piirituse põlemine ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2001, P E1

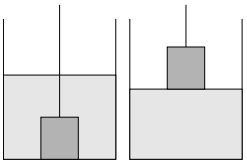
Määrata soojushulk, mis eraldub 1 g piirituse põlemisel. Analüüsida katset ja selle tulemusi. Vee erisoojus on $c_v = 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}^\circ C)}$, alumiiniumi erisoojus $c_{al} = 880\,\mathrm{J/(kg{\cdot}^\circ C)}$.
Katsevahendid: Piirituslamp, alumiiniumist anum (mass on antud), vesi, kaalud, mõõtesilinder, termomeeter, tikud.

Ü43 Lauatennise pall ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2002, G E1

Lauatennise pall kukub $h = 80\,\mathrm{cm}$ kõrguselt kõvale horisontaalsele põrandale. Hinnata pallile mõjuva õhutaksitusjõu keskmist suurust, kui eeldada, et põrkel läheb 15% palli kineetilisest energiast põranda ja palli siseenergiaks. Lauatennise palli mass on $m = 2{,}5\,\mathrm{g}$.
Katsevahendid: joonlaud, lauatennise pall.

Ü44 Keha vees ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2002, P E1

Keha asub vees. Määrake minimaalne töö, mis tuleb teha keha tõstmiseks põhjast pinnale (vt. joon.). Hinnake tulemuse täpsust.
Katsevahendid: anum veega, keha, niit, dünamomeeter, mõõtejoonlaud.



Ü45 Nurga joonistamine ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2003, P E1

Joonistage valgele paberilehele 72° nurk kasutades kahte tasapeeglit ja pliiatsit. Selgitage lahendust.
Katsevahendid: Valge paberileht, kaks tasapeeglit, pliiats.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü46 Reostaadi traat ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2004, P/G E1

Määrata: a) reostaadile keritud traadi mass, b) reostaadi traadi eritakistus. Traadi tihedus on 8500 kg/m^3.
Katsevahendid: reostaat, mõõtejoonlaud, täisnurkne kolmnurk.

Ü47 Vedeliku tihedus ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2004, P E2

Määrake rohelise vedeliku tihedus. Vee tihedus $\rho = 1000$ kg/m^3.
Katsevahendid: anum veega, anum tundmatu vedelikuga, joogitops, joonlaud, marker.
Märkus: Sama ülesanne oli ka aastal 2007 põhikooli lõppvoorus.

Ü48 Must karp ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2006, P E2

Leidke musta karbi sees asuva patarei pinge (U_p) ning voltmeetri takistus (R_v).
Katsevahendid: voltmeeter, takisti takistusega $R = 6{,}2\,\mathrm{k\Omega}$, must karp, mille sees on järjestikku ühendatud patarei ja takisti takistusega $R_k = 3{,}0\,\mathrm{k\Omega}$. Patarei võib lugeda ideaalseks.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü49 Katsesklaas ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2007, G E1

Määrata katseklaasi mass.
Katsevahendid: suur laia kaelaga purk, kitsas katseklaas, joonlaud, vesi.

Ü50 Kang ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2007, P E2

Leidke kahe katsekeha — poldi ja mutri — massid.
Katsevahendid: kang, mõõtejoonlaud, niit ja anum veega.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü51 Polt ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2008, P E2

Määrata tundmatu keha mass.
Katsevahendid: statiiv, statiiviklamber muhviga, joonlaud, 3 rahakummi, 2 kirjaklambrit, koormis massiga $m = 55\,\mathrm{g}$ (mutter M20) ja tundmatu massiga keha (polt M14).

Ü52 Hõõrdetegur ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2008, P E1

Määrake liugehõõrdetegur klotsi ja paberi vahel.
Katsevahendid: puidust klots, kumminiit, paberileht, mõõtejoonlaud.
Märkus: Liugehõõrdetegur $\mu =$ hõõrdejõud / rõhumisjõud.

Ü53 Voltmeeter ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2008, P E2

Määrake voltmeetri takistus.
Katsevahendid: patarei, voltmeeter, tuntud takisti ($R = 4{,}7\,\mathrm{k\Omega}$), ühendusjuhtmed.

Ü54 Pliiats ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2009, P E1

Määrata pliiatsi tihedus.
Katsevahendid: pliiats, mõõtesilinder, joogitops veega. Vee tihedus on $1{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$.

Ü55 Tiku mass ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2010, G E1

Leidke ühe tiku mass.
Katsevahendid: tuntud massiga joonlaud ($m = 10\,\mathrm{g}$), tikutops koos tikkudega.

Ü56 Nõguspeegel ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2010, P E1

Määrake nõguspeegli fookuskaugus.
Katsevahendid: nõguspeegel, joonlaud, pliiats.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü57 Õun ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2011, P E1

Määrake õuna tihedus.
Katsevahendid: purk veega ($\rho_v = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$), õun, mõõtejoonlaud.

Ü58 Plastiliin ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2012, G E1

Määrata plastiliini tihedus. Mõõtemääramatust ei ole vaja leida.
Katsevahendid: plastiliin, joonlaud, silindriline anum veega.
Märkus: Sama ülesanne oli aastal 2001 gümnaasiumi piirkonnavoorus.

Ü59 Lambid ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2012, P E1

Koostage vooluring, milles kolmest ühesugusest hõõglambist kaks on ühendatud rööbiti ja kolmas lamp nendega jadamisi. Määrake, mitu korda on jadamisi ühendatud lambi takistus erinev ühes rööbiti ühendatud lambi takistusest. Millest on see erinevus tingitud?
Katsevahendid: patarei, kolm lampi pesades, juhtmed, ampermeeter ja voltmeeter.

Ü60 Sendid ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2013, G E1

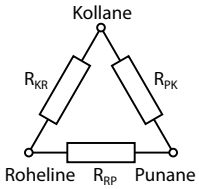
Mitu korda erinevad 1- ja 20-eurosendiste müntide ruumalad?
Katsevahendid: 1- ja 20-sendised mündid, valge A4 joonistuspaber, pliiats. Joonlauda kasutada ei tohi!

Ü61 Vee jahtumine ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2013, G E2

Kuidas sõltub topsitäie vee soojuskadude võimsus temperatuurist, kui lasta kuumal veel jahtuda? Joonistage graafik, milles sisaldub temperatuurivahemik $60\,^\circ\mathrm{C}$ kuni $80\,^\circ\mathrm{C}$. Vee erisoojus on $4{,}2\,\mathrm{kJ/(kg{\cdot}^\circ C)}$.
Katsevahendid: kuum vesi otse veekeedukannust, plasttops, termomeeter, stopper, joonlaud.
Vihje: Lahendades on lubatud lähendada topsi kuju silindriga.

Ü62 Kolmnurk ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2013, P E1

Kolmest takistist on joonisel kujutatud viisil moodustatud kolmnurk. Leidke takistite R_{KR}, R_{RP} ja R_{PK} takistused, kui on teada, et vähima väärtusega takisti takistus on $230\,\Omega$. Kolmnurga tippudest väljuvad joonisel märgitud värvi juhtmed.
Katsevahendid: takistitest kolmnurk, patarei, voltmeeter.



Ü63 Tikutops ★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2014, P E1

Leidke maksimaalne rõhk, mida laua peal seisev tikke täis tikutops võib lauale avaldada. Tikutopsi katki rebida ei tohi.
Märkus: Maksimaalsete punktide saamiseks peab leitud rõhk olema suurem kui $200\,\mathrm{Pa}$.
Katsevahendid: tikutops, ühtlase massijaotusega joonlaud, mille mass on teada.

Ü64 Tundmatu vedelik ★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2014, P E1

Määrake mahlajoogi suhkrusisaldus eeldusel, et joogi tihedus suureneb võrdeliselt suhkrusisalduse kasvuga.
Katsevahendid: Plastikpulk, joonlaud, plastiliin, mahlajook (punane), puhas vesi, $20\,\%$ suhkrulahus (roheline).

Ü65 U-toru ★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2015, P E1

Leidke piirituse tihedus.
Katsevahendid: U-toru, millimeeterpaber, vesi ($\rho = 1{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$), piiritus, toiduõli, statiiv käpaga.

Ü66 Kumminiit ★★ Autor: Mihkel Kree, piirkonnavoor, 2016, G E1

On teada, et kumminiidi jäikustegur k sõltub väljavenitatud niidi lõpp-pikkusest l vastavalt valemile $k = \alpha/l$. Määrake α väärtus antud kumminiidi jaoks.
Katsevahendid: kumminiit, joonlaud, tuntud massiga koormis.

Ü67 Paberi mass ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2018, P E1

Leidke paberilehe mass, kui on teada, et lühema külje pikkus $a = 210\,\mathrm{mm}$. Paberipaki peale on märgitud $80\,\mathrm{g/m^2}$.
Katsevahendid: valge paberileht (2 lehte).
Märkus: Joonlaua kasutamine ei ole lubatud!

Ü68 Topsi mass ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2018, G E1

Määrake joogitopsi mass.
Katsevahendid: joogitops, tops veega ($\rho_v = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$), puidust joonlaud, 10 ml süstal, kuivatuspaber.

Ü69 Münt ★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2019, P E1

Leidke võimalikult täpselt 2-sendise euromündi servas oleva vao laius.
Katsevahendid: üks 2-sendine euromünt, paber, mõõtejoonlaud.

Ü70 Soojuskadu ★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2019, P E1

Määrake vett täis topsi jahtumise võimsus $50\,^{\circ}\mathrm{C}$ juures. Vee erisoojus $c = 4200\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^{\circ}C)}$, vee tihedus $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$.
Katsevahendid: tops, termomeeter, stopper, joonlaud, soe ja külm vesi.

Ü71 Klots ★★ Autor: Hans Daniel Kaimre, lõppvoor, 2019, P E2

Leida klotsi teibiga kaetud tahu ning laua vaheline hõõrdetegur. Raskuskiirendus $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.
Märkus: Hõõrdetegur $\mu = \frac{F_h}{F_r}$, kus F_h - hõõrdejõud ning F_r - rõhumisjõud.
Katsevahendid: Klots, dünamomeeter, joonlaud.

Ü72 Kumminiit ★★ Autor: Koit Timpmann, piirkonnavoor, 2020, P E2

Määrake keha tihedus.
Katsevahendid: Kumminiit (lahti lõigatud rahakummiriba), konksuga koormis, mõõtejoonlaud, klaas veega. Vee tihedus on $1000\,\mathrm{kg/m^3}$.

Ü73 Münt ★★ Autor: Kaur Aare Saar, piirkonnavoor, 2021, P E2

Leidke 20-eurosendise mündi mass.
Katsevahendid: 20-eurosendine münt, A4 paber pindtihedusega $80\,\mathrm{g\,m^{-2}}$, joonlaud.

Ü74 Paber ★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2021, G E1

Leidke hõõrdetegur kahe paberilehe vahel. Laua liigutamine ei ole lubatud.
Katsevahendid: kolm A4 paberilehte, joonlaud.

Ü75 Kahe keha ruumalad ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1996, G E1

Määrata kahe samast materjalist keha ruumala. Esitada katse idee. Kirjeldada tegevuse etappe. Hinnata mõõteviga.
Katsevahendid: kaks keha, mõõtejoonlaud, pliiats, nihik.

Ü76 Magnet terasplaadil ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1997, G E1

Magnet asub terasplaadil. Määrata magneti ja terasplaadi tõmbejõu sõltuvus magneti ja terasplaadi vahelisest kaugusest. Magneti mass on kirjutatud magnetile. Hinnata mõõteviga.
Katsevahendid: terasplaat, magnet, mõõtejoonlaud, nihik, kumminiit kirjaklambritega, 10 paberilehte, millimeeterpaber.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü77 Pendel ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1998, G E1

Valmistada niidist ja kaaluvihist pendel. Määrata pendli võnkeperioodid niidi erinevatel pikkustel. Esitada tulemus graafikuna. Leida matemaatiline seos võnkeperioodi ja pendli pikkuse vahel.
Katsevahendid: niit, statiiv, kaaluviht, kell, joonlaud, millimeeterpaber graafiku jaoks.

Ü78 Kolm vedelikku ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1998, G E2

Reastada ained tiheduse järgi. Põhjendada tehtud valikut. NB! Ära maitse vedelikke, võivad olla ohtlikud.
Katsevahendid: 3 numbriga anumat vedelikega, pulgake, tükike plastiliini, tualettpaberit kuivatamiseks.

Ü79 Koondava läätse suurendus ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1999, G E1

Teha kindlaks kuidas oleneb koondava läätse suurendus kaugusest läätse ja eseme vahel ning kaugusest läätse ja silma vahel. Tulemus esitada graafiliselt. *Suurendus on suurus, mis näitab, mitu korda on kujutise joonmõõtmed suuremad kui eseme joonmõõtmed.*
Katsevahendid: kumerlääts, joonlaud, millimeetripaber.

Ü80 Voltmeetri ja ampermeetri takistus ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1999, G E2

Kasutades üht testrit voltmeetrina ja teist ampermeetrina, leida kummagi mõõteriista takistus sellisel mõõtepiirkonnal, mis on kõige sobivam kasutamiseks antud vooluallika korral. Testrit oommeetrina mitte kasutada.
Katsevahendid: Kaks testrit koos juhtmetega, taskulambipatarei $4{,}5\,\mathrm{V}$.

Märkus: Valem testri mõõtemääramatuse arvutamiseks pinge mõõtmisel on $0{,}005x + 2y$ ning voolutugevuse mõõtmisel $0{,}02x + 2y$, kus x on mõõtmistulemus ja y — väihim võimalik mõõtmistulemus antud mõõtepiirkonnal. Näiteks kui $x = 4{,}56\ \mathrm{V}$, siis mõõtemääramatus on $(0{,}005 \cdot 4{,}56 + 0{,}02)\ \mathrm{V}$.

Ü81 Läätse fookuskaugus ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2000, G E2

Määrake kahel viisil läätse fookuskaugus. Kirjeldage oma tegevust.
Katsevahendid: lääts alusel, taskulambipirn alusel, patarei, juhtmed, ekraan, mõõtejoonlaud.

Ü82 Pliiats vees ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2000, P E1

Asetage pliiats tühja klaasnõusse ja vaadake seda küljelt. Valage nõu poolenisti vett täis. Mida märkate? Kas nähtused olenevad pliiatsi asendist? Kui olenevad, siis kuidas? Põhjendage vastuseid.
Katsevahendid: Klaasnõu, anum veega, pliiats.

Ü83 Taskulambipirni takistus ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2000, P E2

Leida põleva taskulambipirni takistus.
Katsevahendid: Taskulambipirn alusel, lapik patarei, tester, juhtmed.
Märkusi: Kasutatava testri takistus ampermeetrina mõõtepiirkonnal $10\,\mathrm{A}$ on $0{,}2\ \Omega$ ja mõõtepiirkonnal $200\,\mathrm{mA} - 6\ \Omega$. Testri kasutamisel voltmeetrina mõõtepiirkondadel $0{,}02\,\mathrm{V}$ ja $2000\,\mathrm{mV}$on takistus $1\,\mathrm{M}\Omega$. *NB! Testri kui oommeetri kasutamine pingestatud detailide takistuse määramiseks on keelatud, kuna see võib põhjustada testri riknemise.*

Ü84 Taskulambipirni takistus 2 ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2001, G E1

Määrake taskulambipirni takistus toatemperatuuril (testri oommeetrina kasutamise eest punkte ei anta).
Katsevahendid: taskulambipirn, taskulambipatarei, reostaat, lüliti, voltmeeter, ampermeeter (kasutada ampermeetrina testrit mõõtepiirkonnas 200 mA), juhtmed, millimeeterpaber.

Ü85 Nurga joonistamine ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2000, G E1

Joonistage valgele paberile nurk $36°$.
Katsevahendid: valge paber, pliiats, kaks tasapeeglit.

Ü86 Vedeliku murdumisnäitaja ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2001, G E2

Hinnata, kas suurem murdumisnäitaja on värvitul või kollasel vedelikul. Põhjendage tulemust.
Katsevahendid: korgiga suletud katseklaas, milles on värvitu ja kollane vedelik.

Ü87 Kaks läätse ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2002, G E2

On antud 2 läätse. Teha kindlaks, kumb lääts on suurema optilise tugevusega ja mitu korda. On teada, et kehtib seos: $1/f = 1/a + 1/k$, kus f on läätse fookuskaugus, a on eseme kaugus läätsest ja k — kujutise kaugus läätsest.
Märkus: kui kaks läätse on teineteisele väga lähedal (kokkupuutes), siis nende optilised tugevused liituvad algebraliselt.
Katsevahendid: kaks läätse, joonlaud.

Ü88 Vooluring hõõglampidega ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2002, P E2

Koostage vooluring, milles kolmest ühesugusest hõõglambist kaks on ühendatud omavahel rööbiti ja kolmas lamp selle rööpühendusega jadamisi. Määrake, mitu korda on jadamisi ühendatud lambis eralduv võimsus suurem ühes rööbiti ühendatud lambis eralduvast võimsusest. Kasutatavat multimeetrit võib mõõtepiirkonnal 10 A lugeda ampermeetriks, mis ei mõjuta mõõdetavat voolutugevust (plussklemm kõige ülemine pesa, miinusklemm alumine). Mõõtepiirkondadel 20 V ja 2000 mV võib sedasama mõõteriista lugeda voltmeetriks, mis ei mõjuta mõõdetavat pinget (plussklemm keskmine pesa, miinusklemm alumine). Joonistage töös

kasutatud elektriskeemid.
Katsevahendid: 3 hõõglampi hoidjates, aukudega plastikplaat, 6 neisse aukudesse sobivat vedrukest, 3 metallriba, mida võib kasutada juhtmetena, vooluallikas (3 V) koos ühendusjuhtmetega, multimeeter koos ühendusjuhtmetega.

Ü89 Libisemise hõõrdejõud ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2003, G E1

Mitu korda erineb hõõrdejõud libisemisel hõõrdejõust veeremisel?
Katsevahendid: raamat, mille kaaned pole väga libedad, ümmargune pliiats ja joonlaud.

Ü90 Kaks kujutist ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2003, G E2

Kui vaadata kumerläätselt peegeldunud valgust, näeme valgusallika kahte kujutist. Miks? Mille poolest need kujutised erinevad? Kumb neist asub meile lähemal? Kuidas seda eksperimentaalselt kontrollida?
Katsevahendid: koondav lääts, laelamp.

Ü91 Puitsilindri tihedus ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2003, G E1

Määrake puitsilindri tihedus.
Katsevahendid: Anum veega (tihedus on $1000\,\mathrm{kg/m^3}$), pikk ja peenike puitsilinder, mille otsa on kinnitatud niit, joonlaud.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü92 Niit ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2004, P E1

Määrake suurim jõud, millega võib tõmmata antud niiti.
Katsevahendid: 5 juppi niiti, joonlaud, koormis massiga 100 g, statiiv vardaga, statiivi jalg.

Ü93 Plaat ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2004, G E1

Määrake plaadi mass.
Katsevahendid: korrapäratu kujuga plaat, joonlaud, kaaluviht.

Ü94 Läätse fookuskaugus ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2006, G E1

Määrake nõguslääts fookuskaugus.
Katsevahendid: kumerlääts, nõguslääts, mõõtejoonlaud, taskulambipirn kõrgel alusel, lapik taskulambi patarei, 2 juhet, ekraan, valge paberileht.

Ü95 Klaasplaat ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2006, G E1

Määrata klaasi murdumisnäitaja.
Katsevahendid: klaasplaat, mõõtejoonlaud, paberileht ja pliiats.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü96 Lamp ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2006, G E2

Hinnata valgusallika vilkumise sagedus.
Katsevahendid: vilkuv lamp, stopper.

Ü97 Kolmnurk ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2007, G E2

Leida kolmnurga massikeskme koordinaadid, kui kolmnurga pikem kaatet on x-telg, lühem kaatet on y-telg ja nullpunktiks on joonlaua täisnurk.
Katsevahendid: täisnurkne kolmnurkne joonlaud nurkadega 30 ja 60 kraadi, kirjutuslaud.

Ü98 Vedeliku tihedus ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2008, G E1

Määrata tundmatu vedeliku tihedus. Hinnata mõõteviga.
Katsevahendid: joonlaud, anum nr. 1 tuntud vedelikuga (tihedus $\rho_1 = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$), anum nr. 2 tuntud vedelikuga (tihedus $\rho_2 = 1060\ \mathrm{kg/m^3}$), anum tundmatu vedelikuga, 2 joogikõrt, käärid, plastiliin.

Ü99 Kumminiit ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2009, G E1

Leida mutri tihedus. Mõõtevea hindamist ei nõuta.
Katsevahendid: kumminiit, tundmatust materjalist mutter, statiiv, joonlaud, tops veega.

Ü100 Traat ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2010, G E1

Määrake takistustraadi eritakistus. Hinnake mõõtemääramatust.
Katsevahendid: puitlatile kinnitatud takistustraat, kaks ühesugust lampi, tuntud takistusega ($R = 12{,}1\,\Omega$) takisti, patarei, mõõdulint, nihik.
Märkus: Patereid mitte lühistada, traati mitte lõigata! Pirn kannatab patarei pinget.

Ü101 Niit ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2011, G E2

Leida niidi katkemispinge (st minimaalne jõud, mille rakendamisel niidi otstele niit katkeb).
Katsevahendid: niit, tundmatu massiga koormis, etteantud massiga joonlaud.

Ü102 Lumi ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2011, P E2

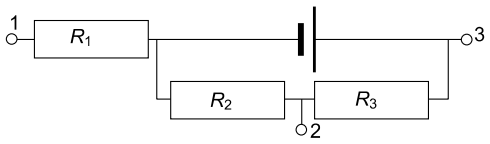
Määrake lume sulamissoojuse ja vee erisoojuse suhe.
Katsevahendid: kalorimeeter, termomeeter, mõõtejoonlaud, lumi, vesi.

Ü103 Süstal ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2011, G E1

Määrake süstla nõela siseläbimõõt.
Katsevahendid: süstal (ruumalaga $V = 10\,\mathrm{ml}$), anum veega, statiivile kinnitatud joonlaud, stopper.

Ü104 Must kast ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2011, G E2

On teada, et mustas kastis paikneb juuresolev skeem. Määrake patarei elektromotoorjõu ja takistite väärtused.
Katsevahendid: kolme väljundklemmiga must kast, multimeeter, mida tohib kasutada milliampermeetrina ja voltmeetrina. Patarei ja multimeetri võib lugeda ideaalseteks.



Ü105 Pliiats ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2012, G E2

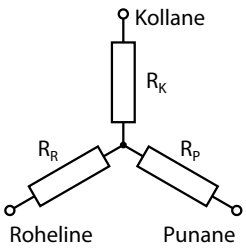
Määrake pliiatsi ristlõike ümbermõõt. Eeldage, et raskuskiirendus $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$. Mõõtemääramatust ei ole vaja leida.
Katsevahendid: kuuekandiline pliiats, niit, koormis, stopper, statiiv kinnitusklambriga.

Ü106 Kumminiit ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2012, P E2

Määrake mutriga poldi mass.
Katsevahendid: purk veega, tühi joogitops märgistusega, kaks kokkuseotud kumminiiti, niit, mõõtejoonlaud, statiiv.
Märkus: kui joogitopsis veenivoo on märgistuseni, on selles topsis $150\,\mathrm{ml}$ vett. Vee tihedus on $1000\,\mathrm{kg/m^3}$.

Ü107 Täht ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2013, G E1

Kolmest takistist on joonisel kujutatud viisil moodustatud tähtühendus. Tähe harudest väljuvad skeemil kujutatud värvi juhtmed ning tähe keskpunkt on isolatsiooniga kaetud.
a) Mõõtke takistite $\mathrm{R_K}$, $\mathrm{R_R}$ ja $\mathrm{R_P}$ takistuste suhted neist vähimasse eeldades, et voltmeeter on ideaalne.
b) Hinnake takistite takistusi, kui on teada, et voltmeetri takistus on $4500\,\Omega$.



Katsevahendid: takistitest tähtühendus, patarei, voltmeeter. Mõõtemääramatusi hinnata pole vaja.

Ü108 Vedeliku tihedus ★★★ Autor: Eero Uustalu, piirkonnavoor, 2014, G E1

Määrata kollase vedeliku tihedus kahte kihti jaotunud vedelikus. Raskema vedeliku tihedus $\rho = 1{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$.
Märkus: Katses kasutatud vedelik võib määrida riideid ja paberit.
Katsevahendid: Joogikõrs, joonlaud, katseklaas kahte kihti jaotunud vedelikuga.

Ü109 Klots ★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2014, G E2

Määrake seisuhõõrdetegur klotsi ja laua vahel. Laua kallutamine on keelatud.
Katsevahendid: Tundmatu massiga klots, niit, millimeeterpaber, tuntud massiga koormised.

Ü110 Tikud ★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2015, G E1

Mitu protsenti moodustab tikuväävli mass tiku kogumassist?
Katsevahendid: Kaks tikku.
NB! Mõõtejoonlaua kasutamine on keelatud!

Ü111 Läätse fookuskaugus ★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2015, G E2

Leidke nõguslääatse fookuskaugus 20 % täpsusega.
Katsevahendid: Nõgusläääts, mõõtejoonlaud, ruuduline paber.

Ü112 Tops ★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2015, P E2

Määrata võimalikult täpselt joogitopsi massikeskme kaugus lauapinnast siis, kui tops seisab püsti laual.
Katsevahendid: tasane plaat, joonlaud, tühi papist joogitops.

Ü113 Kaks palli ★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2015, G E1

Määrata, mitu protsenti kineetilisest energiast muutub kahe palli omavahelisel põrkel soojuseks.
Katsevahendid: kaks ühesugust nööri otsa kinnitatud elastset palli, statiiv, millimeeterpaber, kirjaklambrid.

Ü114 Takistid ★★★ Autor: Oleg Košik, lõppvoor, 2016, P E1

Määrake tundmatu takisti takistus.
Katsevahendid: Patarei, tuntud takistusega takisti ($R = 5{,}6\,\mathrm{k\Omega}$), tundmatu takistusega takisti, voltmeeter, ühendusjuhtmed.
Arvestage, et voltmeetril on olemas takistus.

Ü115 Tiivik ★★★ Autor: Mihkel Kree, lõppvoor, 2016, G E1

Kujutage graafiliselt tiiviku pöörlemiseks vajaliku elektrivõimsuse P (vahemikus $0{,}1\,\mathrm{W}$ kuni $2\,\mathrm{W}$) sõltuvus tiiviku pöörlemissagedusest f. Teades, et sõltuvus avaldub kujul $P = kf^n$, määrake astendaja n väärtus.
Katsevahendid: alalisvoolumootor tiivikuga; muudetava pingega vooluallikas, mis näitab tablool nii pinget kui voolutugevust; ühendusjuhtmed; laser-tahhomeeter; graafikupaberid lineaarse teljestikuga ning logaritmiliselt jaotatud teljestikuga.
Kasutusjuhend: Vooluallikal on pinge muutmiseks kaks nuppu: peen- (*fine*) ja jämereguleerimine (*coarse*). Jälgige, et vooluallikas töötaks konstantse pinge režiimis

(tablool C.V.). Mootori käivitamiseks ei pruugi piisata pinge aeglasest suurendamisest, sel juhul ühendage voolujuhe hetkeks lahti ja siis kohe tagasi. Tahhomeetriga mõõtmisel hoidke all *test*-nuppu ning suunake laserkiir tiivikule, hoides tahhomeetrit sellest umbes $5\,\mathrm{cm}$ kaugusel. Tahhomeeter näitab lasertäpilt hajunud valguse heleduse võnkeperioode ühes minutis.
Hoiatused! Jälgige, et elektrivõimsus mootoris ei ületaks $2\,\mathrm{W}$. Mootor võib läbi põleda! Ärge suunake laserikiirt endale ega teistele silma!

Ü116 Kalorimeeter ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2017, P E2

Leidke kalorimeetri soojusmahtuvus C_{kal}.
Katsevahendid: kalorimeeter, termomeeter, joonlaud, vesi, lumi.
Vihje: Kalorimeetri soojusmahtuvus on kalorimeetri topsi erisoojuse ja massi korrutis $C_{kal} = c_{kal}m_{kal}$. Vee erisoojus $c_v = 4200\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)}$, jää sulamissoojus $\lambda = 330\,\mathrm{kJ/kg}$, vee tihedus $\rho = 1{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$.

Ü117 Pendlikonstant ★★★ Autor: Mihkel Kree, piirkonnavoor, 2017, G E1

On teada, et pendli võnkeperiood T avaldub kujul $T = \alpha\sqrt{l}$, kus l on pendli pikkus. Määrake võrdeteguri α väärtus, kasutades oma mõõtetulemuste graafilist esitust.
Katsevahendid: statiiv, nöör, koormis, joonlaud, stopper, millimeeterpaber.

Ü118 Süstal ★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2019, P E2

Leidke tühja süstla mass.
Katsevahendid: 20 ml süstal, tops veega, kuivatuspaber.

Ü119 Taskulambipirni töötemperatuur ★★★ Autor: Koit Timpmann, piirkonnavoor, 2020, G E2

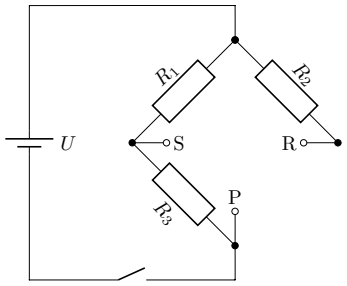
Määrake töötava taskulambipirni hõõgniidi temperatuur. Volframi eritakistuse temperatuurikoefitsent $\alpha = 0{,}0044\,1/\mathrm{K}$. Hõõgniidi soojuspaisumist ei ole vaja arvestada.
Katsevahendid: Taskulambipirn, patarei, ühendusjuhtmed (4 tk.), multimeeter.
Märkus: Eeldage, et eritakistuse jaoks kehtib valem $\rho = \rho_0\,(1 + \alpha t)$, kus t on temperatuur Celsiuse kraadides, ρ_0 on aine eritakistus temperatuuril $0\,^\circ\mathrm{C}$ ja α on eritakistuse temperatuuritegur.

Ü120 LED-lambid ★★★ Autor: Kaido Reivelt, lõppvoor, 2020, P E1

Määrata külgmise (suure) valgusallika LED-lampide kaugus valgusallika klaasist.
Katsevahendid: tükk musta paberit, valge ekraan, kaardinõel, paberiklambrid paberi ja ekraani püsti hoidmiseks, millimeeterpaber, joonlaud. Kaardinõeladega tohib paberi sisse auke teha.

Ü121 Must kast ★★★ Autor: Hans Daniel Kaimre, lõppvoor, 2020, P E2

Teha kindlaks mustas kastis (skeem joonisel) olevate komponentide väärtused (patarei pinge U, takistused R_1, R_2, R_3). Multimeetrit saab ühendada punktides R (roosa), S (sinine) ja P (pruun). Patarei sisetakistusega mitte arvestada.



Katsevahendid: must kast, millest väljub kolm juhet, ühendusjuhtmed, multimeeter. Takistite väärtused on sellised, et võib eeldada, et multimeeter töötab ideaalse ampermeetrina.
NB! Kui mõõtmisi parasjagu ei teostata, tuleks seade hoida *OFF*-asendis, et vältida patarei tarbetut tühjenemist.

Ü122 Optiline tihedus ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2021, P E1

Hinnake, kas optiline tihedus on suurem veel või toiduõlil. Põhjendage tulemust.
Katsevahendid: vesi, toiduõli, läbipaistev pudel ära lõigatud ülemise osaga.

Ü123 Paberi tihedus ★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2021, P E2

Mitu korda erinevad šokolaadi ümbrispaberi ja hõbepaberi tihedused?
Katsevahendid: Anneke šokolaad 300g, käärid.

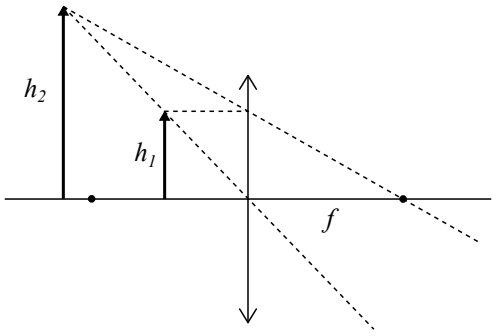
Ü124 Spagett ★★★ Autor: Kaarel Kivisalu, piirkonnavoor, 2022, G E1

Hinnake, kui pikk peaks minimaalselt olema spagett, et selle otspunktid kokku pannes moodustuks ringjoon.
Katsevahendid: 1 tavaline spagett (spageti purunemisel on võimalik juurde saada vähemalt 9 tervet spagetti), millimeeterpaber.

Ü125 Nõgusläätse ★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2022, P E1

Leidke nõgusläätse fookuskaugus ja kumerusraadius.
Katsevahendid: Nõgusläätse, millimeeterpaber (A4), laserpointer.

Ü126 Luubi suurendus ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1996, G E2



Luubi suurenduseks S nimetatakse kujutise mõõtme ja eseme vastava mõõtme suhet $S = h_2/h_1$. Luubi suurenduse arvutamiseks on käibel valem $S = \rho/f$ (1), kus ρ on silma parima nägemise kaugus ($25\,\mathrm{cm}$) ja f luubi fookuskaugus. Määrata luubi maksimaalne suurendus millimeetripaberi abil ja võrrelda seda valemi (1) abil arvutatud tulemusega. Kui tulemused erinevad teineteisest oluliselt, püüdke erinevust põhjendada.
Katsevahendid: luup (koondav 1ääts), millimeetripaber, joonlaud.

Ü127 CD-plaat ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2001, G E2

Hinnata CD radade vahekaugust. Vajadusel lugeda $\sin\alpha \approx \alpha$, punase valguse lainepikkus $\lambda_p = 600\,\mathrm{nm}$ ja violetse valguse lainepikkus $\lambda_v = 400\,\mathrm{nm}$.
Katsevahendid: CD (või osa sellest), kauge punktvalgusallikas (Päike või laelamp), joonlaud.

Ü128 Läätse optiline tugevus ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2002, G E1

Hinnata läätse optilist tugevust. Põhjenduseks esitada ka joonis ning katse kirjeldus.
Katsevahendid: nõguslääts, joonlaud, ruuduline paber.

Ü129 Pirn ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2004, G E2

Taskulambipirni hõõgniidi takistus on toitepinge U astmefunktsioon $R = R_0 + cU^n$, kus c ja n on konkreetset lampi iseloomustavad konstandid. Määrata antud lambi jaoks c ja n.
Katsevahendid: taskulambipirn, lapik patarei, takisti, krokodill, tester.
Märkused: Eeldada, et voltmeetrina kasutatava testri takistus on $1\ \mathrm{M\Omega}$; kui testrit kasutada ampermeetrina mõõtepiirkonnal 10 A, võib tema takistuse lugeda nulliks. Oommeetrina toimiva testri töövool on $1{,}2$ mA.

Ü130 Läätse fookuskaugus ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2005, G E1

Kasutades paberilehte ekraanina jälgige, millise varju jätab lääts paberile. Visandage valguse intensiivsuse jaotus paberil sõltuvuses punkti kaugusest optilisest peateljest siis, kui läätse kaugus paberist on umbes 10 cm. Leidke läätse fookuskaugus kasutades antud nähtust.
Katsevahendid: punktvalgusallikas, nõguslääts hoidjas, mõõtejoonlaud, valge paberileht.

Ü131 Õhu tihedus ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2005, G E1

Leidke õhupalli sees oleva õhu tihedus, kui on teada õhu temperatuur ja õhurõhk väljaspool palli. Hinnake mõõteviga. Võib lähtuda eeldusest, et palli väikeste deformatsioonide korral muutub palli kuju, mitte aga oluliselt tema ruumala. Õhu molaarmassiks lugege $M = 29{,}0$ kg/kmol. Õhurõhu ja temperatuuri väärtused tööruumis on toodud tahvlil.
Katsevahendid: Õhupall, millimeetripaber, marker, kaaluviht (veega täidetud plastpudel).

Ü132 Tikutoos ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2006, G E2

Määrake tikutoosi kesta otsa ja paberi vaheline hõõrdetegur. Tikutoosi mõõtmed on $50 \times 36 \times 15$ mm.
Katsevahendid: millimeeterskaalaga tikutoosi kest, paberileht, tikk.

Ü133 Must kast ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2007, G E2

Määrata, mis tüüpi komponendid on mustas kastis ja teha kindlaks musta kasti elektriline skeem. Kirjeldage, milliste katsete põhjal ja kuidas jõudsite oma järeldusele.
Katsevahendid: must kast punase, rohelise ja kollase väljundjuhtmega, milles on teatud viisil ühendatud kolm komponenti (neist kaks on ühesugused), patarei, lamp, mille värv sõltub voolusuunast.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü134 Süstal ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2008, G E2

Määrata süstla kolvile mõjuv hõõrdejõud. Hinnata mõõteviga.
Katsevahendid: süstal mahuga 10 ml, joonlaud, baromeeter.

Ü135 Ampermeeter ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2008, G E1

Voltmeetrit tahetakse kasutada milliampermeetrina. Joonistage selleks sobiv skeem ning määrake, mitmele milliamprile vastab sel juhul voltmeetri näidu üks volt. Hinnake mõõteviga.
Katsevahendid: patarei (sisetakistus on tühine), tuntud takisti ($R = 4{,}7\,\mathrm{k\Omega} \pm 5\%$), voltmeeter, ühendusjuhtmed.

Ü136 Galvanomeeter ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2009, G E2

Leida mitmele amprile vastab voltmeetri skaala maksimaalne väärtus, kui voltmeetrit kasutatakse ampermeetrina. Mõõtevea hindamist ei nõuta.
Katsevahendid: Voltmeeter, takisti takistusega $R = 7{,}5\,\mathrm{k\Omega}$, värske tsink-süsinik patarei (sisetakistus alla $30\,\Omega$), ühendusjuhtmed.

Ü137 Pirn ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2009, P E2

Materjalide eritakistused sõltuvad temperatuurist ning suurte temperatuurierinevuste korral võivad ka takistuste erinevused olla suured. Mitu korda erineb külma lambi (hõõgniit on toatemperatuuril) takistus nominaalrežiimis põleva lambi nominaaltakistusest?
Katsevahendid: taskulambi pirn nominaalpingega $U_0 = 3{,}6\,\mathrm{V}$ ja nominaalvõimsusega $P_0 = 1{,}8\,\mathrm{W}$, patarei (pinge mitte üle 3,3 V), tuntud takisti ($R = 1\,\mathrm{k\Omega}$), voltmeeter.

Ü138 Koormise mass ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2009, G E1

Määrata koormise mass. Hinnata mõõtemääramatust.
Katsevahendid: ümmargune varras, nöör, dünamomeeter, koormis, statiiv.
Märkus: koormise kaal ületab dünamomeetri maksimaalse näidu.

Ü139 Ventilaator ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2010, G E2

Leidke hinnang ventilaatorist väljuva õhujoa kiiruse jaoks. Õhu tihedus $\rho = 1,29$ $\mathrm{kg/m^3}$, raskuskiirendus $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.
Katsevahendid: Tuntud massiga õhuke plaat ($m = 20\,\mathrm{g}$), statiiv, joonlaud, ventilaator, niit.

Ü140 Luubi suurendus ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2011, G E1

Tehke kindlaks kuidas oleneb luubi suurendus kaugusest luubi ja eseme vahel, kui kaugus eseme ja silma vahel hoida ≈ 30 cm. Tulemus esitage graafiliselt.
Katsevahendid: luup, mõõtejoonlaud, millimeetripaber.
Märkus: Suurendus näitab, mitu korda suureneb luubi abil vaadeldava väikese eseme nurkläbimõõt.
Vihje: Väikese eseme fikseeritud kauguse korral on selle nurkläbimõõt võrdeline joonmõõtmega.

Ü141 Muffinivorm ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2012, G E2

Eeldades, et õhu takistusjõud õhus liikuvale kehale avaldub seosega $F = Cv^\alpha$, kus C on langevat keha ja konkreetset gaasi (õhku) iseloomustav konstant, määrake astmenäitaja α õhus langevate muffinivormide jaoks. Hinnake mõõtemääramatust.
Märkus. Kuigi tegelikult sõltub astmenäitaja α ka keha kiirusest gaasi suhtes, eeldame me, et vaadeldavas kiiruste vahemikus on α konstantne.
Katsevahendid: kaks ühesugust paberist muffinivormi, stopper.

Ü142 Kumminiit ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2013, P E2

Määrake 15 cm võrra väljavenitatud kumminiidi energia.
Märkus: 10 cm-st suuremate deformatsioonide korral ei ole kumminiidi pikenemine võrdeline kumminiidile mõjuva jõuga.
Katsevahendid: klots, 100-grammise massiga koormis, mõõtejoonlaud, kumminiit.

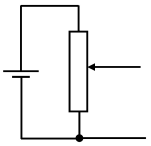
Ü143 Pinksipall ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2013, G E2

Mõõtke seisuhõõrdetegur lauatennisepalli ja joonlaua vahel. Hinnake mõõtemääramatust.
Katsevahendid: lauatennisepall, kaks puitjoonlauda.

Ü144 Spagetid ★★★★ Autor: Jaan Kalda, piirkonnavoor, 2014, G E2

Leidke spageti murdumiseks vajalik jõumoment murdumispunkti suhtes.
Katsevahendid: Kümme spagetikõrt, teadaoleva massiga joonlaud.

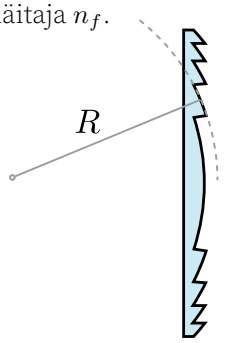
Ü145 Elektripirni takistus ★★★★ Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2014, P E2



Elektrilambi hõõgniidi takistus sõltub temperatuurist. Määrake oommeetrit kasutamata toatemperatuuril oleva hõõglambi hõõgniidi takistus.
Katsevahendid: Vooluallikas, reostaat nelja juhtmega, voltmeeter, multimeeter (ampermeetrina), hõõglamp juhtmetega, 3 juhet, 4 surveklemmi, millimeeterpaber.
Vihje: Voolutugevuse mõõtmiseks kasutage multimeetrit piirkonnaga $200\,\mathrm{mA}$. Pinge reguleerimiseks kasutage reostaati potentsiomeetrilises lülituses, kus reostaadi otstele on rakendatud vooluallika pinge ning katseskeem on ühendatud reostaadi ühe otsaklemmi ja liuguri klemmiga (vt joonist). Vastavalt liuguri asendile muutub pinge katseskeemi otstel.

Ü146 Fresneli lääts ★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2014, G E1

Määrake Fresneli läätse materjali absoluutne murdumisnäitaja n_f.
Näpunäited: Selles katses kasutatava Fresneli läätse üks pind on tasane ning teine koosneb kaarjatest segmementidest raadiusega R (joonis läbilõikest). Fresneli läätse sakilise pinna võib asendada mõttelise sfäärilise pinnaga, mille kõverusraadius on samuti R, ilma et läätse fookuskaugus sellest muutuks. Tasakumera läätse optiline tugevus avaldub kui $D = (n-1)/R$, kus n on läätse materjali murdumisnäitaja ümbritseva keskkonna suhtes. Üksteisega kokkupuutuvatest optilistest elemetidest koosneva süsteemi optiline tugevus avaldub süsteemi elementide optiliste tugevuste summana.



Katsevahendid: Fresneli lääts, mõõdulint, vesi (murdumisnäitaja $n_{\text{vesi}} = 1,33$), läbipaistev plaat, kuivatuspaber.

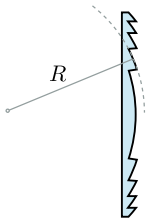
Ü147 Niit ★★★★ Autor: Jaan Kalda, piirkonnavoor, 2016, G E2

Määrake niidi ja silindri välispinna vaheline liughõõrdetegur μ täpsusega kuni 10%.
Vihje: on teada, et kui ümber pulga on keeratud niit teatud arv keerde nii, et niidi sihi summaarne pöördenurk radiaanides on φ (nt $\varphi = 2\pi$ vastab täpselt ühele täiskeerule) ja niidi ühest otsast tõmmatakse jõuga T_1 ning teisest otsast jõuga $T_2 < T_1$, siis niit hakkab libisema kui $T_1 > T_2 e^{\mu\varphi}$.
Katsevahendid: kirjaklambrid (15 tk), silinder, niit (*niidi mass on tühine võrreldes kirjaklambri massiga*).

Ü148 Läätsed ★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2017, P E2

Määrake Fresneli nõguslääatse fookuskaugus f_n.

Näpunäited: Selles katses kasutatava Fresneli kumerläätse üks pind on tasane ning teine koosneb kaarjatest segmementidest raadiusega R (joonis läbilõikest). Fresneli läätse sakilise pinna võib asendada mõttelise sfäärilise pinnaga, mille kõverusraadius on samuti R, ilma et läätse fookuskaugus sellest muutuks.
Katsevahendid: Fresneli kumerlääts, Fresneli nõguslääts, mõõtejoonlaud.



Ü149 Ruumalad ★★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2017, G E1

Määrake võimalikult täpselt erinevast materjalist kehade A ja B tiheduste suhe $\frac{\rho_A}{\rho_B}$. Materjalide tihedus on suurem kui vee tihedus.
Katsevahendid: erinevast materjalist kehad A ja B, niit, purk veega, puidust mõõtejoonlaud.

Ü150 Hõõgniidi temperatuur ★★★★ Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P E2

Määrake töötava taskulambipirni hõõgniidi temperatuur. Toa temperatuur on 23 °C ja volframi eritakistuse temperatuurikoefitsent $\alpha = 0{,}0044\,1/\mathrm{K}$. Hõõgniidi soojuspaisumist ei ole tarvis arvestada.
Katsevahendid: taskulambipirn alusel, lapik taskulambipatarei, 4 juhet, multimeeter (voolutugevuse mõõtmisel kasutage skaalat 0 A - 10 A).
Märkus: Eritakistuse sõltuvust temperatuurist kirjeldab seos $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$.

Ü151 Klotsi mass ★★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2018, G E1

Leidke puidust klotsi mass m_k.
Katsevahendid: kaks identset puidust klotsi, koormis massiga $m = 100\,\mathrm{g}$, millimeeterpaber, niit, lühike kummipael.

Ü152 Süstal ★★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2019, G E1

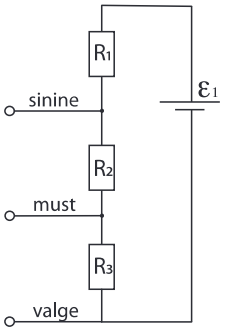
Määrake tundmatu roosa vedeliku tihedus.
Katsevahendid: 20 ml süstal, tops veega ($\rho_v = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$), tundmatu roosa vedelik.

Ü153 Kumerpeegel ★★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2019, G E1

Määrake kumerpeegli fookuskaugus.
Katsevahendid: Kumerpeegel, joonlaud (30 cm).

Ü154 Must kast ★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2019, G E2

Joonisel kujutatud kolme väljundjuhtmega "must kast" koosneb kolmest takistist R_1 , R_2 ja R_3 ning pingeallikast elektromotoorjõuga $\mathcal{E}$. Määrake võimalikult täpselt R_1 , R_2 , R_3 ning $\mathcal{E}$ väärtused.
Katsevahendid: kolme väljundjuhtmega (sinine, must ja valge juhe) "must kast", multimeeter.



Ü155 Masskese ★★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2020, G E1

Määrake plastiktopsi masskeskme kõrgus lauapinnast.
Katsevahendid: plastikust kohvitops, A4 paber, joonlaud.

Ü156 Must kast ★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2020, G E2

Must kast sisaldab nelja takistit, mis on ühendatud teadmatul viisil nelja väljundjuhtme vahele. Juhtmete otsi saab ühendada oommeetri külge ja vajaduse korral ka lühistada omavahel.
(a) Määrake kindlaks musta kasti sees olev elektriskeem (joonista see skeem, tähista skeemil juhtmete värvid ja põhjenda mõõtmistulemustega). (7 p)
(b) Leidke kõigi takistite väärtused. (7 p)
Katsevahendid: must kast, millel on neli väljundjuhet (valge, roheline, sinine ja punane), oommeeter. (kokku 14 p)

Ü157 Spagetikõrs ★★★★ Autor: Jaan Kalda, piirkonnavoor, 2021, G E2

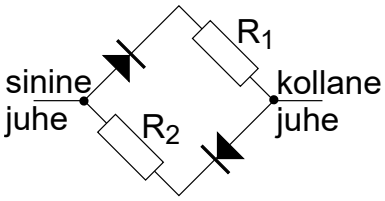
Spagetikõrrega lükates ei ole võimalik avaldada piiramatult suurt jõudu: isegi, kui kõrs oleks absoluutselt sirge ja lükata täpselt piki kõrt, siis teatud jõust alates muutub kõrs ebastabiilseks ja paindub. Eeldades, et maksimaalne avaldatav jõud sõltub fikseeritud kõrre jämeduse juures kõrre pikkusest L vastavalt valemile $F_m = AL^\alpha$ (kus A ja α on konstandid), määrake eksperimentaalselt astmenäitaja α väärtus.
Katsevahendid: joonlaud, liitrine anum veega, veeklaas vee valamiseks, mille seinale on tehtud märge umbes $150\,\mathrm{mL}$ veehulgale vastavale nivookõrgusele, tühi liitrine õhukesest kartongist piima või mahalapakk, mille ülemine tahk on ära lõigatud (massi vähendamiseks ja vee sissevalamise hõlbustamiseks), mõned peenikeste spagettide kõrred (Nr 5 või Nr 7), majapidamispaber kuivatamiseks.

Ü158 Mahlakarp ★★★★ Autor: Konstantin Dukatš, lõppvoor, 2021, G E1

Leidke mahlakarbi ja paberilehe vaheline hõõrdetegur. Keelatud on kasutada mistahes kaldpinna põhimõtet.
Katsevahendid: üks A4 paberileht, 1L täis mahlakarp, joonlaud.

Ü159 Must kast ★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2022, G E1

Leida võimalikult täpselt mustas kastis olevate takistite R_1 ja R_2 väärtused!
Katsevahendid: must kast, millest on välja toodud sinine ja kollane juhe ning mille sees on kaks dioodi ja takistit ühendatud nii, nagu on näidatud juuresoleval skeemil; patarei; multimeeter; samasugune diood nagu mustas kastis, mis on kokku ühendatud takistiga takistusega ligikaudu $R = 2{,}43\,\mathrm{k\Omega}$. Takisti ja dioodi vabade otste külge on ühendamise hõlbustamiseks külge joodetud juhtmejupid ning takisti ja dioodi ühenduskoha külge on võimalik kinnitada juhe või krokodill.
Vihje: dioodi läbiv vool sõltub rakendatud pingest mittelineaarselt, kusjuures vastupinge rakendamisel (st siis, kui vool peaks liikuma noolele vastassuunas) on voolutugevus tühiselt väike.
NB! Mitte ühendada dioodi otse patarei klemmidele — selle tulemusel hävineb diood või põleb sisse patareipesa.



Ü160 Kuivelement ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1997, G E2

Esitada kaks meetodit kuivelemendi elektromotoorjõu ja sisetakistuse määramiseks testri abil. Olles eelnevalt hinnanud mõõtmistäpsust, võib vähem täpse meetodi jätta realiseerimata. Teostada eksperiment ja hinnata mõõtmisviga.
Lisainfo: Kasutatava testri takistus alalispinget mõõtva voltmeetrina mõõtepiirkonnal $3\,\mathrm{V}$ on $30\,\mathrm{k\Omega}$. Alalisvoolu ampermeetrina mõõtepiirkonnal $3\,\mathrm{A}$ on testri takistus $0{,}3\,\Omega$, piirkonnal $SI0,3A - 3{,}0\,\Omega$, piirkonnal $30\,\mathrm{mA} - 30\,\Omega$ ja piirkonnal $3\,\mathrm{mA} - 290\,\Omega$. Kõik takistused on antud suhtelise piirveaga $0,1\%$. Testri täpsusklass voltmeetrina piirkonnal $3\,\mathrm{V}$ ning ampermeetrina piirkondadel $3\,\mathrm{A}, 0{,}3\,\mathrm{A}$ ja $30\,\mathrm{mA}$ on 4. Piirkonnal $3\,\mathrm{mA}$ on täpsusklass 2,5.
Katsevahendid: uuritav kuivelement ($1{,}5\,\mathrm{V}$), tester, ühendusjuhtmed.

Ü161 Elektriskeem karbis ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2000, G E2

Kinnises karbis on neljast detailist koosnev elektriskeem. Joonistage see skeem ja leidke detailide takistused.
Katsevahendid: nelja väljundklemmiga kinnine karp, oommeeter (multimeeter). Takistuse mõõtmisel on soovitav kasutada oommeetri mõõtepiirkonda "2000 Ω".

Ü162 Hõõrdetegur ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2002, G E2

Määrata pliiatsi teritatud otsa ja klaasplaadi vaheline hõõrdetegur.
Katsevahendid: statiiv, joonlaud, pliiats niidiga, klaasplaat, lapp klaasplaadi puhastamiseks.
Märkus: pliiatsi võib lugeda ühtlase massijaotusega pulgaks.

Ü163 Vee eritakistus ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2003, G E2

Määrake kraanivee eritakistus. Visandage protokolli katseskeem(id), millelt on näha elektroodide kuju ja paigutus vees ning kõik ühendused.
Katsevahendid: tester (multimeeter), lapik patarei, juhtmed, käärid, kuubikujuline plastanum, tükk paksu alumiiniumfooliumi, vesi, mõõtejoonlaud, paberkäterätik töökoha kuivatamiseks.
Märkused: Mitte kasutada testrit oommeetrina. Arvestada, et kasutatava testri takistus voltmeetrina mõõtepiirkonnal 20 V on $1\ \mathrm{M\Omega}$, ampermeetrina mõõtepiirkonnal 200 mA — 6 Ω, piirkonnal 20 mA — 15 Ω ja piirkonnal 2 mA — 105 Ω. Eeldada, et patarei sisetakistus ei ületa ühte oomi. Testri plussklemm on parempoolne pistikupesa, miinusklemm aga keskmine pesa. Töölõpetamisel lülitada tester kindlasti välja (asend OFF).
Märkus: Lahendus puudub!

Ü164 Nöör ★★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2005, G E2

Antud on homogeense massijaotusega nöör, mis asub horisontaalsel laual. Määrata nööri ja laua vaheline hõõrdetegur. Hinnata mõõtmisviga.
Katsevahendid: Nöör, horisontaalne laud, mõõtejoonlaud.

Ü165 Kaldpind ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2005, G E2

Määrake soojushulk, mis eraldub keha algkiiruseta libisemisel üle paberiga kaetud kaldpinna, kui keha stardib kaldpinna ülemise serva juurest, mille kaldenurk on $\varphi = 27{,}5°$. Hinnake mõõteviga. Keha tihedus on $\rho = 2700\ \mathrm{kg/m^3}$. Keha mõõtmed võite lugeda kaldpinna pikkusega võrreldes tühiselt väikeseks.
Märkus: Töö teostamisel võtke arvesse, et hõõrdetegur võib sõltuda libisemiskiirusest. Õhu takistust pole tarvis arvestada.
Katsevahendid: paberiga kaetud kaldpind, statiiv, alumiiniumist keha, mõõtejoonlaud, paberileht.

Ü166 Süstal ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2007, G E1

Määrata vee pindpinevustegur. Hinnata mõõteviga.
Katsevahendid: ühekordne süstal mahuskaalaga, vesi, teritatud pliiats, nihik.
Märkus: Lahendus puudub!

Ü167 Paber ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2008, G E2

Määrake hõõrdetegur paberi ja paberi vahel parima võimaliku täpsusega. Hinnake mõõteviga.
Katsevahendid: Kolm lehte paberit, käärid, dünamomeeter (mõõtepiirkond 5 N), koormis (massiga $65 \pm 0{,}5\,\mathrm{g}$).

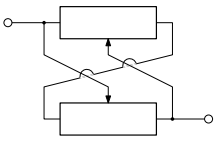
Ü168 Tundmatu vedelik ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2009, G E2

Määrata vedeliku tihedus. Hinnata mõõtemääramatust.
Katsevahendid: süstlasilinder mahuskaalaga (cm^3), anum tundmatu vedelikuga, mõõtejoonlaud, statiiv klambriga, tühi plastpudel (ruumala $V = 0,538$ liitrit) tihedalt suletud korgiga, milles olevasse auku saab tihedalt suruda süstla otsa.
Märkus: katse on väga tundlik temperatuuri kõikumiste suhtes. Kirjeldage, milliseid meetmeid seda arvestades rakendasite.

Ü169 Briljant ★★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2010, G E2

Kasutades täieliku sisepeegeldumise efekti, leidke optilise detaili murdumisnäitaja.
Katsevahendid: briljandikujuline läbipaistev ese, millimeeterpaber, joonlaud, pliiats. Eseme tipu moodustavate vastastahkude vaheline nurk on 90°. Eseme kõrgus, st tipu kaugus suurimast tahust on $h = 32\,\mathrm{mm}$. Õhu murdumisnäitaja võib lugeda võrdseks ühega.
Märkus: võib osutuda kasulikuks teadmine, et kehtib valguse murdumise seadus $n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$, kus n_1 ja n_2 on keskkondade murdumisnäitajad ning α_1 ja α_2 on nurk pinnanormaali ja valguskiire vahel vastavas keskkonnas.

Ü170 Stereopotentsiomeeter ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2012, G E1



Karbis on ühisel teljel kaks ühesugust potentsiomeetrit, mis on ühendatud nagu skeemil. Seadme nupu keeramisel nihkuvad potentsiomeetrite liugkontaktid samal määral ja joonisel samas suunas. Karbist on välja toodud skeemil näidatud juhtmeotsad. Leidke ühe potentsiomeetri äärmiste klemmide vaheline takistus, mis tal oleks lahtiühendatuna. Hinnake mõõtemääramatust.
Katsevahendid: uuritav seade, tester. Testri tootja poolt lubatav mõõtemääramatus oommeetrina on kirjutatud eraldi lehele töölaual. Pange tähele, et antud on mittelineaarne potentsiomeeter: ka lahtiühendatuna ei sõltu takistus potentsiomeetri liuguri ja otsa vahel nupu pöördenurgast lineaarselt. Siiski, liugurid jaotavad potentsiomeetrite takistused alati sama suurteks osadeks.

Ü171 Valgusdiood ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2015, G E2

Määrata valgusdioodi voolutugevuse sõltuvus pingest vahemikus $0\,\mathrm{V}-3\,\mathrm{V}$ (joonistada graafik).
Katsevahendid: kaks voltmeetrit, kaks takistit ($R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$ ja $R_2 = 10\,\mathrm{k\Omega}$), kondensaator (mahtuvus suurusjärgus $20\,\mathrm{mF}$), patarei pingega $1{,}5\,\mathrm{V}$, juhtmed, millimeeterpaber.

Ü172 Kile ja paber ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2016, G E2

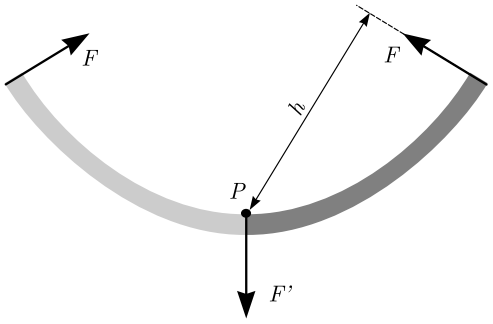
Leidke kile ja paberi vaheline hõõrdetegur.
Katsevahendid: Purk veega, õhukeseseinaline kilekott, väike raskus massiga $m = 8{,}5\,\mathrm{g}$ (tihedusega $\rho_k = 7{,}8\,\mathrm{g/cm^3}$), ühtlase laiusega paberiribad, joonlaud, kuivatuspaber.

Ü173 Spagett ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, piirkonnavoor, 2017, G E2

Kui painutatud spagett jagada mõtteliselt kaheks osaks, siis need kaks osa mõjutavad üksteist jõumomendiga T, mis sõltub spageti kõverusraadiusest R mõtteliste osade eralduspunktis. Hooke'i seaduse analoogi saab kirja panna valemina

$$T = k/R,$$

kus k on võrdetegur, mis sõltub spageti materjalist ja jämedusest. Leidke võrdetegur k teile antud spageti jaoks.
Katsevahendid: mõned spagetikõrred, kaks tikutoosi, kaks tuntud massiga joonlauda ($m = \ldots$).
Vihje: kui painutada spagetti kolme jõu abil nagu näidatud joonisel, siis parempoolne jõud F mõjutab paremat spagetipoolt punkti P suhtes jõumomendiga Fh ning selle tasakaalustab vasaku spagetipoole poolt avaldatav jõumoment $T = k/R$, kus R on spageti kõverusraadius punktis P. Kõverusraadiuse leidmiseks punktis P eeldage lihtsustatult, et spagett on ringjoone kaar.

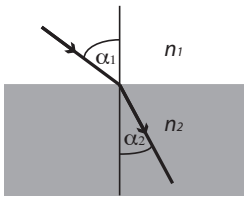


Ü174 Õhupall 2 ★★★★★ Autor: Ardi Loot, lõppvoor, 2017, G E2

Määrata võimalikult täpselt mitme protsendi võrra on õhupallis olev rõhk suurem õhurõhust $p_0 = 101\,\mathrm{kPa}$. Võib lähtuda eeldusest, et palli väikeste deformatsioonide korral muutub palli kuju, mitte aga tema ruumala. Raskuskiirendus $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.
Katsevahendid: õhupall, millimeetripaber, marker, teadaoleva massiga koormis.

Ü175 Murdumisnäitaja ★★★★★ Autor: Eero Uustalu, piirkonnavoor, 2018, G E2

Määrake võimalikult täpselt vee murdumisnäitaja n_{vesi}.
Katsevahendid: keeduklaas veega, millimeeterpaber, paberteip, käärid.
Vihje: Murdumisseadus kahe keskkonna piirpinnal avaldub kujul $n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$.



Ü176 Must kast ★★★★★ Autor: Jaan Kalda/Eero Uustalu, lõppvoor, 2018, G E2

Tehke kindlaks mustas kastis olev elektriline skeem ja määrake takisti takistus, patarei sisetakistus ning kondensaatori mahtuvus.
Katsevahendid: kolme väljundklemmiga must kast, mille sees on takisti, võrdlemisi suure sisetakistusega patarei ja kondensaator; multimeeter; stopper; juhtmed; millimeeterpaber.

Ü177 Vooluallikas ★★★★★ Autor: Eero Uustalu, piirkonnavoor, 2019, G E2

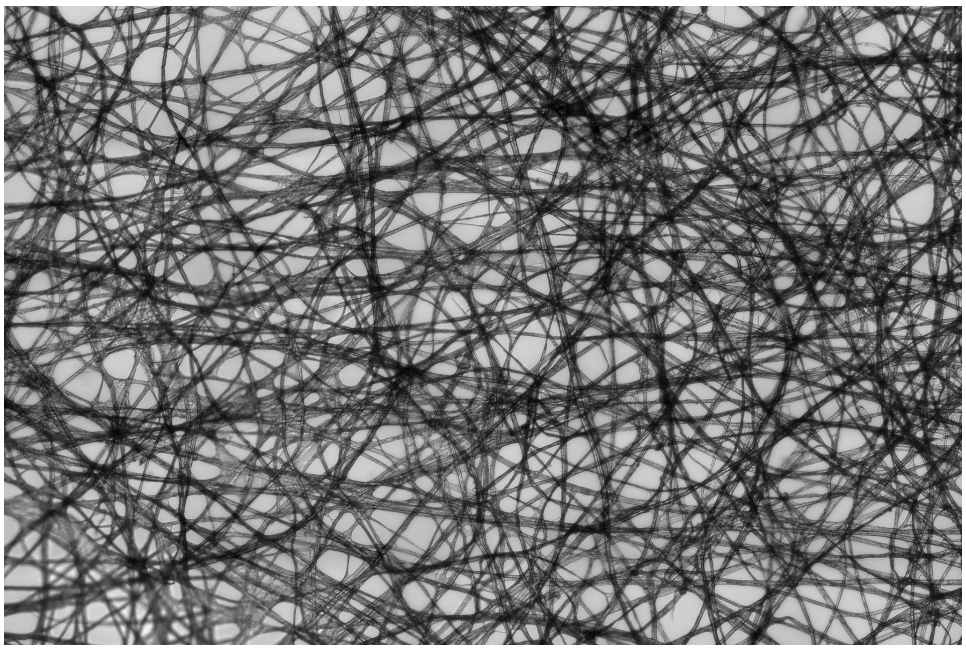
Määrake võimalikult täpselt mõlema patarei sisetakistus.
Katsevahendid: kaks sama tüüpi patareid, ampermeeter, reostaat kolme klemmiga, juhtmed (4tk).
Märkus: Ampermeetril on olemas takistus R_A! Vähekasutatud patarei elektromotoorjõu võib lugeda võrdseks patarei nimipingega. Kui ühendada patarei otse ampermeetriga, siis tekkiv vool (mis on tunduvalt suurem ampermeetri nimivoolust) võib viia ampermeetri läbipõlemiseni!

Ü178 Masside suhe ★★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2020, G E1

Leidke koormiste masside suhe. Keelatud on kasutada mistahes teostuses kangkaalu põhimõtet.
Katsevahendid: niit, 2 koormist (polt ja kaarjas metallist viht), millimeeterpaber, 2 iminapaga näpitsat (laua peale, alla või serva külge kinnitamiseks), žiletiteraga sõrmus niidi lõikamiseks.

Ü179 Majapidamispaber ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2021, G E2

Hinnake majapidamispaberi kiudude vahelist keskmist vahekaugust. Kirjeldage võimalikult täpselt oma mõõtmisprotseduuri. Juuresolevalt mikroskoobi abil tehtud fotolt on näha, millised näevad välja majapidamispaberi kiud. Vee pindpinevustegur $\sigma = 0{,}072\,\mathrm{N\,m^{-1}}$.
Katsevahendid: majapidamispaberi leht, anum veega, käärid, joonlaud.
Vihje: vedelikupinna kaks mõttelist poolt tõmbavad üksteist jõuga $F = \sigma l$, kus l on mõttelise eraldusjoone pikkus.



Pildi autoriõigused: Zephyris, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons.

Ü180 Foolium ★★★★★ Autor: Jarl Patrick Paide, piirkonnavoor, 2022, G E2

Leidke fooliumi pindtihedus (mass pindala kohta). Vee pindpinevustegur $\sigma = 0{,}072\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ ja tihedus $\rho = 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.
Katsevahendid: vesi anumaga, foolium, joonlaud, käärid.
Vihje: vedelikupinna kaks mõttelist poolt tõmbavad üksteist jõuga $F = \sigma\ell$, kus ℓ on mõttelise eraldusjoone pikkus.

Ü181 Pingpong ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2022, G E2

Leidke pingpongi palli ja puitjoonlaua vaheline hõõrdetegur.
Katsevahendid: kaks pingpongi palli, millest ühe külge on läbi nõelaaugu kinnitatud niit; puitjoonlaud; plastjoonlaud.

Lahendused

L1 Liivatera tihedus (8 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1996, K E1

- Eksperimendi kirjeldus — 1 p
- Sobiva meetodi valik — 3 p
- Tulemus koos mõõtühikuga — 2 p
- Mõõtmistäpsuse analüüs — 2 p

L2 Koormise keskmine kiirus (8 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1997, P E1

Mõõtmised:
Mõõdetkse nööri pikkus R (1 p). Mõõdetakse n perioodi kestus t (1 p).

Arvutused:
Ühe perioodi kestus $T = \dfrac{t}{n}$ (1 p). Teepikkus ühe perioodi jooksul $L = 2\pi R$ (1 p). Keskmise kiiruse valem $v = \dfrac{L}{T}$ (1 p).

Vea analüüs:
Nööri pikkust mõõtsime täpsusega $0{,}5\ \mathrm{mm}$ (1 p). Perioodi kestuse mõõtmise täpsus sõltub sellest, kui suur oli n (1 p). Ta peab olema piisavalt suur, et keskmistamisel väheneks perioodi mõõtmise viga ja ei tohi olla nii suur, et jõuaks oluliselt väheneda võnkumiste amplituud. Optimaalne n väärtus sõltub ka valitud nööri pikkusest. (1 p)

L3 Topsi rõhk (8 p) ★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1997, P E1

- Teooria kirjeldus (2 p)
  Teoreetiline põhjendus seisneb võrrandite süsteemi lahendamises, mis saadakse Hooke´i seaduse, hõõrdejõu seaduse ja raskusjõu valemi rakendamise tulemusena.
- Katse kirjeldus ja mõõtmised (2 p)
- Mõõtevea hindamine (2. p)
- Järeldused (2 p)

L4 Keha mass (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1998, P E2

Teooria:
Keha massi saab avaldada kehale mõjuvast raskusjõust. Raskusjõu valem on $F = mg$, kus F on raskusjõud, m on keha mass, g on konstant, mis arvuliselt on võrdne $10\,\mathrm{N/kg}$ (1 p).
Kehale mõjuvat raskusjõudu saab mõõta dünamomeetriga. Dünamomeetriga mõõtes on tekkinud elastsusjõud suuruselt võrdne kehale mõjuva raskusjõuga (1 p).
Dünamomeeter valmistatakse kumminiidist. Kumminiidi pikenemisel tekkiv elastsusjõud on võrdeline kumminiidi pikenemisega (1 p).
Tuntud massiga kehale mõjuva raskusjõu F mõjul pikeneb kumminiit pikkuse s võrra. Tundmatu massiga kehale mõjuva raskusjõu F_1 mõjul pikeneb kumminiit pikkuse s_1 võrra.
Tundmatu ja tuntud massiga kehale mõjuvate raskusjõudude jagatis on võrdne kumminiidi pikenemiste jagatisega $F_1/F = s_1/s$ (1 p).

Mõõtmised:
Dünamomeetri valmistamine. Teeme kumminiidi ühte otsa aasa ja kinnitame kumminiidi teise otsa statiivi klambri vahele (1 p).
Mõõdame koormiseta kumminiidi pikkuse. Mõõdame kumminiidi pikkuse, kui selle otsa on riputatud tuntud massiga koormis. Mõõdame kumminiidi pikkuse, kui selle otsa on riputatud tundmatu massiga koormis (1 p).

Arvutused:
Arvutame tuntud massiga koormisele mõjuva raskusjõu valemist $F = mg$.
Arvutame kumminiidi pikenemise s tuntud massiga koormise mõjul (1 p). Arvutame kumminiidi pikenemise s_1 tundmatu massiga koormise mõjul (1 p).
Arvutame tundmatu massiga kehale mõjuv raskusjõud $F_1 = F \cdot s_1/s$ (1 p). Arvutame tundmatu massiga keha massi $m_1 = F_1/g$ (1 p).

L5 Joonlaua mass (8 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1998, G E1

Teooria:
Joonlaud, mille ühe otsa peale on asetatud münt, tasakaalustatakse pliiatsil. Joonlaud on tasakaalus, kui seda päri- ja vastupäeva pööravad jõumomendid on suuruselt võrdsed. Jõumoment arvutatakse valemist $M = mgL$, kus m on keha mass, g vaba langemise kiirendus, L jõuõlg (1 p).
Tähistame L_1 joonlaua selle osa pikkuse, kus asub münt ja L_2 joonlaua teise osa pikkuse. Kummalegi poole toetuspunkti jääb osa joonlauast. Homogeense massijaotuse korral, võime joonlaua massi joontiheduse avaldada seosest $\rho = m/L$, kus $L = L_1 + L_2$ (1 p).
Sel juhul on joonlaua mass ühel pool toetuspunkti võrdne $m = \rho L_1$ ja teisel pool toetuspunkti $m = \rho L_2$. Jõumomentide seos saab kuju $m_1 g L_1 + \rho L_1 g L_1/2 = \rho L_2 g \cdot L_2/2$, kus tähega m_1 on tähistatud mündi mass (1 p).

Tuletatud seosest saame avaldada joonlaua joontiheduse

$$\rho = (2m_1L_1) \,/\, [(L_2 - L_1) \cdot (L_2 + L_1)]$$

ja sellest omakorda joonlaua massi $m = \rho L$.
Suhtelise vea valem: $E(x) = \Delta x/x$.
Summa (vahe) arvutamise viga: $E\,(x_1 \pm x_2) = (\Delta x_1 + \Delta x_2) \,/\, (x_1 \pm x_2)$
Korrutise (jagatise) arvutamise viga: $E\,(x_1/x_2) = E\,(x_1 \cdot x_2) = E\,(x_1) + E\,(x_2)$ (1 p).

Mõõtmised:
Paigutame mündi joonlaua ühe otsa peale. Tasakaalustame mündiga joonlaua pliiatsil. Mõõdame joonlaua kaugused L_1 ja L_2 (1 p).

Arvutused:
Arvutame eeltoodud valemite abil joonlaua joontiheduse ja massi (1 p).

Mõõtmisvea hindamine:
Arvutame massi suhtelise vea $E(m) = \Delta\rho/\rho + \Delta L/L$ (1 p).
$\Delta L/L$ võime jätta arvestamata, kuna see on suhteliselt väike. Seega $E(m) = \Delta\rho/\rho$.
Joontiheduse vea arvutamisel võime jätta arvestamata ka liikme $(L_2 + L_1)$ vea, kuna ka see on väike võrreldes liikme $(L_2 - L_1)$ veaga, seega

$$\Delta\rho/\rho = \Delta L_1/L_1 + (\Delta L_1 + \Delta L_2) \,/\, (L_2 - L_1) \qquad \text{(1 p)}.$$

L6 Keha tihedus (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1999, P E2

Katse idee. Joonlauast ja pliiatsist kaalu valmistamine — 1 p. Joonlaua esialgne tasakaalustamine — 1 p. Kehade tasakaalustamine joonlauast kaaludel — 1 p. Teooria ja valemi tuletamine — 4 p. Kauguste l_1 ja l_2 mõõtmine — 1 p. Aine tiheduse arvutamine — 1 p. Arvutatud tulemuse mõõteviga $\Delta\rho/\rho \leq 10\%$ või on analüüsitud mõõtmise täpsust kvalitatiivselt — 1 p.

L7 AHI (11 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2000, P E2

Pudel peab olema tekstiga risti — 1 p. Pudel peab olema tekstist kaugel — 1 p. Vett täis pudel töötab koondava silindrilise läätsena — 3 p. (kui ainult läätsena, siis 1 p, kui ainult koondava läätsena, siis 2 p). Koondav lääts pöörab kujutise ringi (ümber, vms) — 1 p. Erinevalt sfäärilisest läätsest, mis pöörab kujutise ringi kõikides suundades, pöörab silindriline lääts kujutist ainult ühe telje ümber, mis ühtib silindri (antud juhul pudeli) teljega — 2 p. Sõna AHI ongi vertikaaltelje ümber pööratud sõna IHA — 1 p.

L8 Keha tihedus (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2002, P E1

Lahenduse idee — 2 p. Teab valemeid $F = mg$, $F_{ü} = \rho g V$, $\rho = m/V$ — 1 p iga valemi eest. Määrab kehale mõjuva raskusjõu — 1 p. Määrab kehale mõjuva üleslükkejõu vees ja arvutab keha ruumala — 3 p. Arvutab keha tiheduse — 1 p.

L9 Kumminiit (12 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2002, P E2

Kinnitada kumminiit statiivi klambri külge. Mõõta kumminiidi esialgne pikkus. Asetada kumminiidi otsa koormis ja mõõta kumminiidi pikkus. Arvutada kumminiidi pikenemine ehk koormise langemise kõrgus. Katset korrata mitu korda ja arvutada keskmine pikenemine. Arvutada töö, mille tegi raskusjõud koormise liikumisel allapoole. Teisendada ühikud. Vastavalt energia jäävuse seadusele on raskusjõu töö võrdne kumminiidi venitamisel tehtava tööga.

Hindamine:
Katse kirjeldus — 3 p. Kumminiidi esialgse pikkuse mõõtmine — 1 p. Koormatud kumminiidi pikkuse mõõtmine — 1 p. Kumminiidi pikenemise määramine — 1 p. Kordusmõõtmised — 1 p. Aritmeetilise keskmise arvutamine — 1 p. Töö arvutamine — 1 p. Ühikute teisendamine — 1 p. Energia jäävuse seaduse rakendamine — 1 p. Tõepärane tulemus — 1 p.

L10 Ühekroonine (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2003, P E1

Võtame topsikusse veidike vett ja asetame sinna põhja 10-sendised nii, et topsik ujub stabiilselt püstises asendis. Märgime viltpliiatsiga topsi seinale ujumissügavuse. Lisame topsi ühekroonise ja märgime uue ujumissügavuse. Mõõdame kõrguste vahe h ja topsi välisdiameetri d. Mündi mass $m = \pi \cdot h \cdot d^2 \cdot \varrho/4$, kus ϱ on vee tihedus.

Hindamine:
Idee (3 p), tehniline teostus ja mõõtmine (3 p), mündi massi arvutamise valem (3 p), arvuline tulemus $m = 5 \pm 1{,}5$ g (1 p).

L11 Vedrust pendel (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2004, G E2

Statiivile kinnitatud vedrule kinnitatakse koormis ja leitakse stoppkella abil n võnkeks kulunud aja t, millest leitakse võnkeperiood T. Katset korratakse koormise erinevate massidega. Pendli võnkeperioodi sõltuvus koormise massist esitatakse katseandmete põhjal tabelina ning graafiliselt millimeetripaberil (teljestikus mT).

Hindamisskeem: Katse kirjeldus ja koormiste valik (1 p). Võnkeperioodi määramine kasutades seost $T = t/n$ (2 p). Kordusmõõtmiste kasutamine (2 p). Tabeli vormistamine, andmete kandmine tabelisse (1 p). Kordusmõõtmistest aritmeetilise keskmise arvutamine (1 p). Graafiku telgede õige määramine (1 p). Graafiku mõõtkava (1 p). Graafiku joonistamine (1 p).

L12 Pall (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2005, P E1

Idee: kasutada potentsiaalse energia mõõduna raskusjõu poolt tehtavat tööd $E_p = A = Fs = mgh$ — (2 p); mõõtmise planeerimine (teha mõõtmisi kahel oluliselt erineval kõrgusel, kordusmõõtmised, keskmise leidmine) — (3 p); muundunud energiaosa hindamine põrke kõrguse järgi $\Delta E = (h_{alg} - h_{lopp})/h_{alg}$ — (3 p); tulemuste võrdlemine — (1 p); järeldus (ei olene) — (1 p).

L13 Kustutuskumm (8 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2006, P E1

Katse idee — 3 p. Katsekeha kaal õhus on $F = mg$ ja vees $P = F - \rho_v g V$ (1 p). Arvestades, et $V = m/\rho$, saame

$$P = F - \rho_v g V \quad \Rightarrow \quad P = F - \rho_v g \frac{m}{\rho} \quad \Rightarrow \quad P = F\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho}\right). \quad \text{(1,5 p)}$$

Avaldame viimasest võrrandist katsekeha tiheduse ρ, saame

$$\rho = \frac{F\rho_v}{F - P}. \quad \text{(0,5 p)}$$

Mõõtmised — 1 p, lõpptulemuse arvutamine — 1 p.

L14 Keha mass (8 p) ★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2006, P E1

Lahendus puudub.

L15 Joonlaua mass (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2007, P E1

Eeldame, et joonlaua mass on kogu joonlaua ulatuses jaotunud ühtlaselt. Paigutame joonlaua risti laua servaga üks ots üle serva. Nihutame joonlauda ettevaatlikult ja määrame koha, kus joonlaud hakkab laua serval kalduma. Sellel kaugusel asub joonlaua masskese. Kuna mõõtejoonlaua skaala ei pruugi alata ega lõppeda joonlaua otstes, ei pruugi masskeskme asukoht olla 15 cm joonel. Mõõdame mündi läbimõõdu (Eesti Panga andmetel 23,25 mm). Asetame mündi mingisse skaala punkti, paigutame joonlaua laua servale ja nihutame joonlauda seni, kuni joonlaud hakkab üle laua serva kalduma. Fikseerime skaalal selle punkti. Arvutame mündipoolse õla d_m ja masskeskmepoolse õla d_k. Teades mündi massi m_m, arvutame seosest $F_m d_m = F_j d_k$ joonlaua massi m_j:

$$m_j = \frac{m_m d_m}{d_k}.$$

Täpsema tulemuse saamiseks tuleb teha mitu katset asetades mündi erinevatele kaugustele masskeskme asukohast ühele ja teisele poole masskeset.

Hindamine:
Idee — (3 p). Joonlaua masskeskme asukoha määramine — (1 p). Mündi läbimõõdu mõõtmine — (1 p). Õlgade määramine mõõtmisel müdiga — (1 p). Kangi seose

teadmine ja kasutamine — (1 p). Korduvmõõtmised erinevate jõuõlgadega — (1 p). Korduvmõõtmised juhul kui münt on ühel või teisel pool masskeset — (1 p). Tulemus (kui erinevus kaalumisel saadud tulemusest ei ületa 5%) — (1 p).

L16 Mutter (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2008, P E1

Laseme mutri anumasse, mõõdame veetaseme tõusu. Sama teeme poldiga. Mõõdame pudeli diameetri. Arvutame veetaseme kõrguste muutuste suhte, mis võrdub masside suhtega. $m = \rho V$ ja $V = S_p \Delta h$, seega:

$$\frac{m_p}{m_m} = \frac{V_p}{V_m} = \frac{\Delta h_p}{\Delta h_m}.$$

Hindamine: Teoreetiline mudel (5 p). Mõõtmiste teostamine ja suhte arvutamine (3 p); tulemus on tõepärane (1 p). Mõõtmisi on korratud mitu korda (1 p).

L17 Haavlid (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2009, P E1

Kallame mensuuri vett ja fikseerime skaalal vedeliku mahu näidu V_0. Lisame seejärel haavleid, niiet veetase mensuuris jääks skaala ulatusse ja ülespoole haavlite taset (kerge loksutamisega sätime viimase horisontaalseks). Fikseerime koguruumala V_1, mis jääb allapoole veetaset ja haavlite + veega täidetud osa ruumala V_2. Veehulga jäävusest enne ja pärast haavlite lisamist

$$V_0 = V_2 \cdot S + (V_1 - V_2),$$

kus S on otsitav tühikute suhteline ruumala. Sellest seosest saame

$$S = 1 - (V_1 - V_0)/V_2.$$

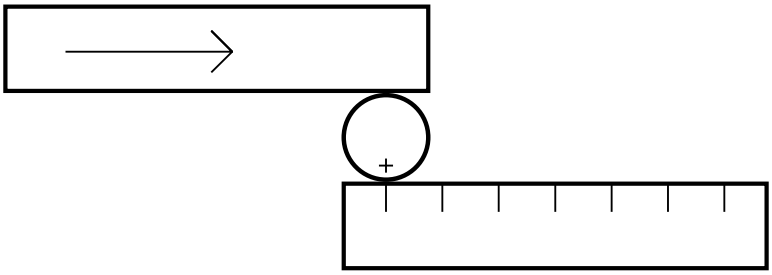
Erijuhul kui haavlite tase ühtib veetasemega ($V_1 = V_2$), siis $S = V_0/V_2$.
Märkus: Sama läbimõõduga kerakeste juhusliku pakkimise korral on näidatud, et $S = 0,38$. Tihedaima (regulaarse) pakendi korral $S = 0,26$.

Hindamine: Kirjeldatud õige mõõtmisprotseduur ja arvutuseeskiri — 4 p. Teostatud mõõtmised ja esitatud tulemused — 2 p. Arvutatud S väärtus — 2 p. Tühikutega täidetud osa ruumala vahemikus $0,25 \leq S \leq 0,50$ — 2 p.

L18 Kaldtee (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2010, P E1

Lahendus puudub.

L19 Eurosent (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2011, P E1



Asetame sendi ja joonlaua tasasele pinnale joonisel kujutatud viisil. Sendi pöörame asendisse, kus selle mõni servalähedane märge asub kohakuti ühe joonlaua kriipsuga, mille registreerime alguspunktina. Surume sendi kergelt joonlaudade vahele ja liigutame ühte joonlauda noolega näidatud suunas. Selle tulemusel hakkab sent pöörlema. Libisemise vältimiseks tuleks joonlaudu hoida võimalikult paralleelsena. Peame silmas märget eurosendil ja jätkame liikumist, kuni sent on teinud joonlaua pikkuse piires maksimaalse arvu täispöördeid. Paneme kirja märke lõppkoordinaadi ja pöörete arvu. Koordinaatide vahe jagatud pöörete arvuga annabki eurosendi ümbermõõdu. Kordame katset vähemalt kolm korda ja lõpptulemuseks võtame katsete keskmise. Eurosendi ümbermõõt on 51,1 mm.

Hindamine: Idee — 5 p. Joonlaua kogu ulatuse kasutamine — 2 p. Kordusmõõtmised — 2 p. Õige vastus vahemikus 51,1 ± 0,5 mm — 1 p.
Joonlauaga mündi läbimõõdu otsesel mõõtmisel saadud tulemus teenib maksimaalselt 4 punkti.

L20 Pendel (10 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2012, P E2

Katse läbiviimiseks tuleb niidijupp siduda mutri külge ja niidi teine ots fikseerida kinnitusklambri vahele.
Seejärel tuleb mõõta niidi pikkus (mutri massikeskmest kinnituskohani) ja mõõta võnkeperiood. Võnkeperioodi täpseks määramiseks tuleb stopperiga mõõta aeg, mis kulub mitme võnke tegemiseks (> 5), ja jagada see võngete arvuga.
Konstandi α võimalikult täpseks hindamiseks tuleb katseid korrata. (Niidi pikkust võib, kuid ei pea varieerima.)
Vastus tuleb matemaatilise pendli teooriast $\alpha = \pi/\sqrt{g} \approx 2\ \mathrm{s/m^{0{,}5}}$, korrektselt läbi viidud katse tulemus ei erine sellest rohkem kui 10%.

Hindamine:
Katse idee (2 p).
Võnkeperioodi mõõtmisel n võnkeks (> 5) kulunud aja lugemine ja sellest võnkeperioodi arvutamine (1 p). Kui on mõõdetud ainult üheks võnkeks kulunud aeg, siis seda punkti ei saa.
Korduskatsed (3x1 p) (iga korduskatse annab ühe punkti, maksimaalselt 3).

Arvutus $\alpha = \frac{T}{\sqrt{l}}$ iga katseseeria jaoks (3x0,5 p), mitme mõõtmise korral α keskmistamine (0,5 p).
Realistlik vastus ($\pm 10\%$) (2 p).

L21 Mutter (12 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2013, P E2

Mutter tuleb kleeplindiga kinnitada lauatennise palli külge (2 p). Asetades saadud keha vette, jääb see ujuma ning selle mass on võrdne väljatõrjutud vee massiga (1 p).
Väljatõrjutud vee massi saame leida veetaseme tõusu järgi (1 p).
Mõõdame anuma diameetri d (1 p) ning arvutame ristlõikepindala $S = \pi d^2/4$ ja mõõdame veetaseme tõusu Δh (1 p), kui keha vette asetati. Keha mass $m = \rho V = \rho S \Delta h$ (2 p). Sobivaks vastuseks lugeda 32 ± 2 grammi (2 p) (1 p, kui vastus on vahemikus 32 ± 4 grammi).
Mutri mass on samuti 32 grammi, kuna lauatennisepalli massi loeme mutri massiga võrreldes tühiseks.
Kordusmõõtmised (2 p).

L22 Keha ruumala (10 p) ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2015, P E1

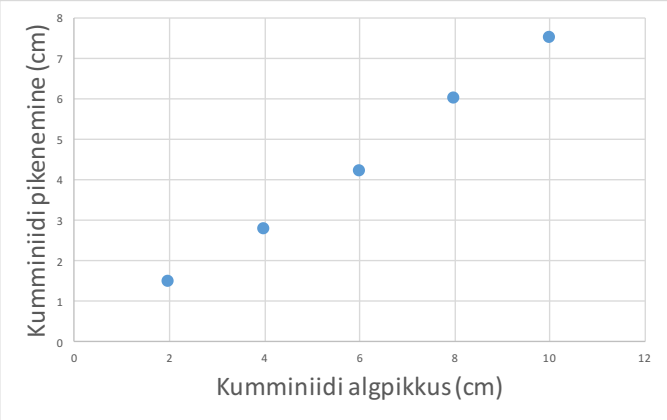
Riputame keha dünamomeetri külge, saame teada kehale mõjuva raskusjõu $N_1 = F_r$, kus N_1 on dünamomeetri näit.
Riputame keha dünamomeetri külge ning sukeldades vette, näitab dünamomeeter (N_2) keha raskusjou F_r ja üleslükkejõu $F_{\text{ü}} = \rho_v g V$ vahet

$$N_2 = F_r - F_{\text{ü}} = N_1 - \rho_v g V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{N_1 - N_2}{\rho_v g}.$$

Hindamine:
Eksperimendi idee — 3 p.
Raskusjõu mõõtmine — 1 p.
Vette asetatud kehale mõjuva jõu mõõtmine — 1 p.
Seos $N_2 = F_r - F_{\text{ü}} = N_1 - \rho_v g V$ annab 1 p.
Keha ruumala V avaldamine — 2 p.
Kordusmõõtmised (3 katset) — 1 p.
Vastus erineb õigest tulemusest kuni $5\,\text{cm}^3$ — 1 p..

L23 Kumminiit (10 p) ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2016, P E1

Graafiku joonistamiseks peame mõõtma kumminiidi pikenemise Δl erinevate algpikkuste l_0 korral. Korraliku graafiku saamiseks on vaja mõõta pikenemine vähemalt viie erineva algpikkuse puhul.
Kumminiidi pikenemise Δl leidmiseks mõõdame kumminiidi alg- ja lõpp-pikkuse $\Delta l = l_{\text{lõpp-pikkus}} - l_{\text{algpikkus}}$.
Kumminiidi algpikkuse ja pikenemise vahel valitseb lineaarne sõltuvus



Hindamine:
Idee: hoida sõrmedega kumminiiti fikseeritud kohast ning mõõta algpikkust venimata olekus, seejärel riputada kumminiidi otsa koormis, mõõta lõpp-pikkus ja arvutada pikenemine — 3 p.
Korrektselt teostatud mõõtmised — 1 p.
Kumminiidi pikenemise arvutamine — 1 p.
Graafiku telgede valik ja graafiku konstrueerimine — 2 p.
Mõõtmine viie erineva algpikkuse korral — 2 p. (3-4 algpikkust — 1 p)
Seose tüübi määramine — 1 p.

L24 Pangaröövel (12 p) ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2016, P E2

Selleks, et leida 10 kg 5-sendiste müntide arv, peame leidma ühe mündi massi. Selleks kasutame kangimeetodit. Kuna joonlaud on kolmnurkne, peame kõigepealt leidma selle raskuskeskme. Selleks asetame joonlaua laua servale (joonlaua skaala on laua servaga risti) ning leiame koha, kus joonlaua laua peal olev osa ning üle laua olev osa on tasakaalus (1 p).
Edaspidistes mõõtmistes peab joonlaua asend olema laual nii, et joonlaua raskuskeskme asukoht ühtiks laua servaga ning joonlaua skaala on laua servaga risti (2 p).
Asetame ühe mündi (näiteks 20-sendise) joonlaua laua peal oleva osa peale ning teise (5-sendise) mündi joonlaua teise otsa peale. Nüüd hakkame liigutama 20-sendist joonlaua keskpunkti poole ning leiame koha, kus joonlaud jääb tasakaalu (2 p).
Vastavalt kangi reeglile on mündile mõjuvate raskusjõudude ja jõuõlgade korrutised võrdsed.

$$m_{20}g \cdot l_{20} = m_5 g \cdot l_5 \quad (1\text{ p})$$

Mõõtes müntide keskpunktide kaugused (l_{20} ja l_5) pöörlemisteljest (2 p) ning teades 20-sendise mündi massi, saame 5-sendise mündi massiks

$$m_5 = \frac{5{,}7\,\mathrm{g} \cdot l_{20}}{l_5} \quad (1\text{ p})$$

Vastus täpsusega $3{,}9\,\mathrm{g} \pm 0{,}2\,\mathrm{g}$ annab 2 p, $3{,}9\,\mathrm{g} \pm 0{,}4\,\mathrm{g}$ annab 1 p.
Seega 10 kg müntide väärtus on

$$n = \frac{10\,\mathrm{kg}}{m_5} \cdot 0{,}05\,\mathrm{EUR} \approx 130\,\mathrm{EUR}. \quad (1\text{ p})$$

L25 Pliiats (12 p) ★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2016, P E2

Asetame pliiatsi mõõtesilindrisse nii, et ta ujuks. Fikseerime ruumala muutuse ΔV_0. Pliiatsi mass võrdub väljatõrjutud vedeliku massiga, seega $m = \rho_v \Delta V_0$.
Pliiatsi ruumala leidmisel paneme tähele, et meil vett ei ole piisavalt, et pliiatsit tervenisti uputada. Küll aga me saame teda uputada kahest erinevast otsast, märkides pliiatsil koha, milleni uputame. Mõõtesilindri abil mõõdame ΔV_1 ja ΔV_2. Pliiatsi ruumala seega $V = \Delta V_1 + \Delta V_2$. Tiheduseks saame

$$\rho = \rho_v \frac{\Delta V_0}{\Delta V_1 + \Delta V_2}.$$

L26 Mündid (12 p) ★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2017, P E1

Laome mündid (5 tükki) silindriliselt üksteise otsa ning mõõdame tekkinud silindri kõrguse $H \approx 8\,\mathrm{mm}$.
Silindri läbimõõdu täpseks mõõtmiseks laome 5 münti üksteise kõrvale ning mõõdame viie mündi summaarse läbimõõdu $l = 10{,}6\,\mathrm{cm}$. Seega ühe mündi läbimõõt d ja raadius r on

$$d = \frac{l}{5} = 2{,}12\,\mathrm{cm}, \qquad r \approx 1{,}06\,\mathrm{cm}.$$

Müntidest silindri ruumala on seega

$$V = \pi r^2 H \approx 2{,}82\,\mathrm{cm}^3.$$

Müntidest silindri materjali ruumala leidmiseks leiame viie mündi kogumassi M kangimeetodil (viie mündi kasutamine annab täpsema tulemuse).
Kõigepealt leiame joonlaua masskeskme kauguse l_{mk} joonlaua ühest otsast. Selleks asetame joonlaua laua servale ning leiame tasakaalupunkti.
Müntide silindri massi leidmiseks asetame müntidest silindri ühe kangi otsa peale ning leiame tasakaalupunkti kauguse l_m müntide keskpunktist ning tasakaalupunkti kauguse joonlaua masskeskmest l_j
Kangireeglist saame

$$m_j l_j = M l_m \quad \Rightarrow \quad M = \frac{m_j l_j}{l_m} = \approx 19{,}6\,\mathrm{g}.$$

Kuna mündi materjali tihedus $\rho = 8{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$, siis on müntidest silindri materjali ruumala V_m

$$V_m = \frac{M}{\rho} \approx 2{,}45\,\mathrm{cm}^3.$$

Seega müntide tornis olevad tühimikud moodustavad koguruumalast

$$p = \frac{V - V_m}{V} \cdot 100\,\% \approx 13\,\%.$$

Hindamine:
Müntidest silindri kõrguse mõõtmine kasutades viit münti — 2 p.
Müntide diameetri mõõtmine kasutades viit ridamisi olevat münti — 2 p. Kasutades ainult ühte münti — 1 p.
Müntidest silindri ruumala arvutamine — 1 p.
Joonlaua masskeskme leidmine — 1 p.
Müntide massi leidmine kangimeetodil kasutades korraga viit münti — 3 p. Kasutades ainult ühte münti — 2 p.
Müntide materjali ruumala arvutus — 1 p.
Tühimike ja müntide ruumala suhte leidmine — 1 p.
Korduskatsed, vähemalt 3 mõõtmist — 1 p.

L27 Mutri tihedus (10 p) ★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2018, P E1

Märgime plastiktopsil veenivoo. Uputame mutri topsi. Eemaldame süstlaga topsist nii palju vett, et veetase oleks märgini - saame teada mutri ruumala V_m.
Paneme väikese plastiktopsi vette ujuma ning märgime ära veenivoo. Paneme mutri väikesesse topsi nii, et ta jääb ujuma. Eemaldame süstlaga topsist nii palju vett, et veetase oleks märgini - saame teada mutri pool väljatõrjutud vee ruumala V_v ning leiame jõudude tasakaalust mutri massi m_m.

$$m_m g = \rho_v V_v g \quad \Rightarrow \quad m_m = \rho_v V_v$$

Teades ruumala ja massi, saame leida tiheduse ρ_m

$$\rho_m = \frac{m_m}{V_m} = \frac{\rho_v V_v}{V_m}.$$

L28 Makaronid (10 p) ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2020, P E1

Kasutame spagetti kangina. (1 p) Täpsema tulemuse saamiseks tuleb kasutada kahte või kolme spagetti koos. (1 p)
Asetame torumakaroni spagettide otsa ning tasakaalustame laua serval. (1 p) Mõõdame spagettide masskeskme ning torumakaroni masskeskme kauguse toetuspunktist (jõuõlad). (1 p) Spagettide masskese asub spagettide keskel.
Mõõtmiseks saame kasutada väikest spageti juppi. (1 p) Leiame, mitu korda erinevad spageti ja makaroni jõuõlgade pikkused.
Kangireeglist $m_s l_s = m_m l_m$ saame leida, mitu korda erinevad torumakaroni ja spageti massid.

$$\frac{m_m}{m_s} = \frac{l_s}{l_m} \qquad \text{(3 p)}$$

Kordusmõõtmised — 1 p.
Õige tulemus täpsusega $\pm 20\,\%$ — 1 p.

L29 Tennisepall (10 p) ★ Autor: Oleg Košik, piirkonnavoor, 2021, P E1

Tennisepalli massi saab määrata ujumise tingimusest

$$m_{\text{pall}}g = \rho_v g V_{\text{vedelikualune}} = \rho_v g S \Delta h_1,$$

kus S on piimapaki ristlõikepindala ja $\Delta h_1 = h_1 - h_0$ veetaseme muutus. Tennisepalli ruumala määratakse sukeldusmeetodil surudes tennisepalli vee alla, millele vastab veetaseme muutus $\Delta h_2 = h_2 - h_0$. Seega $V_{\text{pall}} = S\Delta h_2$. Kuna

$$\rho_{\text{pall}} = \frac{m_{\text{pall}}}{V_{\text{pall}}} = \frac{\rho_v S \Delta h_1}{S \Delta h_2} = \rho_v \frac{h_1 - h_0}{h_2 - h_0},$$

taandub mõõtmine veetaseme kahe muutuse mõõtmisele.
Märkus. Tennisepalli läbimõõt on $6{,}70 \pm 0{,}16\,\text{cm}$ ning kuiva palli mass $6{,}70 \pm 0{,}16\,\text{cm}$. Seetõttu kuiva palli tihedus jääb vahemikku $0{,}35 - 0{,}39\,\text{g/cm}^3$, märja oma on suurusjärgus $0{,}45 - 0{,}50\,\text{g/cm}^3$.

Hindamine

Kui on leitud valem veetaseme kahe muutuse jagatisena:
Valemi tuletamine: 5 p.
Mõõdetud h_0, h_1, h_2: 3 p.
Arvutatud tihedus ja vastus realistlik: 2 p.

Kui on eraldi leitud mass ujumismeetodil ja ruumala sukeldusmeetodil:
Mõõdetud aluse ristlõike küljepikkus ja arvutatud pindala: 1 p.
Tuletatud valem ruumala jaoks sukeldusmeetodil: 1 p.
Tehtud veetaseme muudu mõõtmised: 1 p.
Arvutatud ruumala: 1 p.
Tuletatud valem massi jaoks ujumismeetodil: 2 p.
Tehtud veetaseme muudu mõõtmised: 1 p.
Arvutatud mass: 1 p.
Arvutatud tihedus ja vastus realistlik: 2 p.

Kui on eraldi leitud mass ujumismeetodil ja ruumala diameetri mõõtmisena (ebatäpne meetod, kokku 8 p):
Ruumala valem $V = \frac{4}{3}\pi r^3$: 1 p.
Hinnatud mõõtmise abil diameeter ja arvutatud ruumala: 1 p.
Mõõdetud aluse ristlõike küljepikkus ja arvutatud pindala: 1 p.
Tuletatud valem massi jaoks ujumismeetodil: 2 p.
Tehtud veetaseme muudu mõõtmised: 1 p.
Arvutatud mass: 1 p.
Arvutatud tihedus: 1 p.

L30 Joonlaua mass (10 p) ★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2022, P E1

Mõõdame A4 paberi pikkuse ja laiuse ning teades paberi pindtihedust, saame leida A4 paberi massi $m_p \approx 5\,\mathrm{g}$
Leiame joonlaua masskeskme laua serval.
Asetame kokkuvolditud A4 paberi joonlaua ühe otsa peale ning leiame joonlaua ja paberi tasakaalupunkti.
Mõõdame paberi keskkoha kauguse toetuspunktist l_p ning joonlaua masskeskme kauguse toetuspunktist l_j.
Kasutades kangireeglit, saame tasakaalu jaoks kirjutada seose ning leida joonlaua massi m_j.

$$m_p l_p = m_j l_j \quad \Rightarrow \quad m_j = \frac{m_p l_p}{l_j}$$

Hindamine:
Paberi massi leidmine — 2 p.
Joonlaua masskeskme leidmine — 2 p.
Joonlaua tasakaalupunkti leidmine koos paberiga — 1 p.
Tasakaalu seoste avaldamine — 1 p.
Joonlaua massi avaldamine — 1 p.
Jõuõlgade l_p ja l_j korrektne mõõtmine koos kordusmõõtmistega — 2 p.
Joonlaua massi arvutamine — 1 p.

L31 Plastiliin (10 p) ★ Autor: Konstantin Dukats, piirkonnavoor, 2022, P E2

Määrata plastiliini ruumala sukeldumismeetodil. Valmistada plastiliinist laevuke ja mõõta selle poolt väljatõrjutud vedeliku ruumala (3 p). Tuletada ujumise tingimusest valem plastiliini tiheduse arvutamiseks:

$$\rho_p = \frac{m_p}{V_p} = \rho_v \frac{V_v}{V_p} \quad (3\text{ p})$$

Tuleb teha vajalikud mõõtmised ja arvutada plastiliini tihedus (3 p). Vastus oleneb plastiliini sordist ja on ca $1{,}1 \ldots 1{,}2\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ (1 p).

L32 Keha tihedus (12 p) ★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2022, P E2

Tiheduse saame leida valemiga $\rho = \frac{m}{V}$, kus m on keha mass ning V keha ruumala.
Mõõdame kaaluga tundmatu keha massi m.
Seejärel mõõdame kaaluga vee ja topsi kogumassi M. Kinnitame tundmatu keha niidi külge ning riputame keha vette hõljuma (keha ripub niidi küljes ning anuma põhja ei puuduta). Mõõdame nüüd näiva vee (veetase topsis tõusis) ja topsi kogumassi M'.
Kui keha on vette rippuma pandud, siis mõjub kaalule jõud $F' = Mg + \rho_v V g$, kus V on keha ruumala, seega $M' = M + \rho_v V$.

Avaldame viimasest seosest keha ruumala

$$V = \frac{M' - M}{\rho_v}$$

Teades nüüd keha massi m ja ruumala V, saame leida keha tiheduse

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m\rho_v}{M' - M}$$

L33 Vee mass (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1996, K E2

Soojusliku tasakaalu võrrand:

$$\left.\begin{array}{l} c_V m_V \left(t^\circ - t_0^\circ\right) + c_K m_K \left(t^\circ - t_0^\circ\right) + c_M c_M \left(\theta - t^\circ\right) = 0 \\ \text{Siit avaldame: } m_K = \dfrac{-c_M m_M \left(\theta - t^\circ\right) - c_V m_V \left(t^\circ - t_0^\circ\right)}{c_K m_K \left(t^\circ - t_0^\circ\right)} \end{array}\right\} 2\text{p}$$

Kus t_0° on vee ja kalorimeetri algtemperatuur, t° on vee ja kalorimeetri lõpptemperatuur, $\theta = 100°\text{C}$.
Vea hindamine ja arvutamine teoreetiliselt (3 p).
Kui praktiliselt eksib mitte üle 10%, siis 5 p, kui üle 10%, siis 3 p. Kui üle 20%, siis 1 p.

L34 Puitklotsi ja kivi tihedus (12 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1997, G E1

Teooria:
Keha ujub, kui $F_{\ddot{U}} = mg$, kus $F_{\ddot{U}}$ on üleslükke jõud, m on keha mass ja g on vaba langemise kiirendus (1 p). $F_{\ddot{U}} = \rho V g$, kus ρ on vee tihedus, V on välja tõrjutud vee ruumala (1 p). Ujuva keha mass võrdub välja tõrjutud vee massiga $m = \rho V$ (1 p).
Suhtelise vea valem: $E(x) = \Delta x / x$ (1 p);
Summa (vahe) arvutamise viga: $E\left(x_1 \pm x_2\right) = \left(\Delta x_1 + \Delta x_2\right) / \left(x_1 \pm x_2\right)$ (1 p);
Korrutise (jagatise) arvutamise viga: $E\left(x_1 / x_2\right) = E\left(x_1 \cdot x_2\right) = E\left(x_1\right) + E\left(x_2\right)$ (1 p).

Mõõtmised:
Mõõdame puitklotsi mõõtmed (1 p). Mõõdame, kui suure vee ruumala V_{PV} tõrjub välja ujuv puitklots (1 p). Mõõdame, kui suure vee ruumala V_K tõrjub välja kivi (1 p). Mõõdame, kui suure vee ruumala V_{KP} tõrjub välja kivi, ujudes puitklotsil (1 p).

Arvutused:
Puitklotsi ruumala on $V_P = a \cdot b \cdot c$, kus a, b ja c on puitklotsi mõõtmed. Puitklotsi mass on $m_P = V_{PV} \cdot \rho_V$, kus ρ_V on vee tihedus. Puitklotsi tihedus on $\rho_P = m_P / V_P$.
Kivi mass on $m_K = \left(V_{KP} - V_{PV}\right) \cdot \rho_V$. Kivi tihedus on $\rho_K = m_K / V_K$.

Mõõtevea arvutamine:
Mõõtmiste suhtelised vead (1 p):
Puuklotsi mõõtmete mõõtmise suhtelised vead: $E(a) = \Delta a/a$, $E(b) = \Delta b/b$, $E(c) = \Delta c/c$.
Välja tõrjutud vee ruumala mõõtmise suhteline viga: $E(V) = 2\Delta V/V$, kus V on vastav mõõdetud välja tõrjutud vee ruumala ja ΔV on antud mõõtesilindri mõõtetäpsus.

Arvutuste suhtelised vead (1 p):
Puitklotsi ruumala arvutamise suhteline viga: $E\left(V_P\right) = E(a) + E(b) + E(c)$.
$E\left(m_P\right) = E\left(V_P\right)$ — puitklotsi massi suhteline viga on võrdne puitklotsi ruumala suhtelise veaga.
Puitklotsi tiheduse arvutamise suhteline viga on võrdne puitklotsi ruumala suhtelise vea ja puitklotsi poolt välja tõrjutud vee ruumala suhtelise vea summaga: $E\left(\rho_P\right) = E\left(V_P\right) + E\left(V_{PV}\right)$.
Kivi massi arvutamise suhteline viga: $E\left(m_K\right) = 2\Delta V/\left(V_{KP} - V_{PV}\right)$, kus ΔV on mõõtesilindri mõõtetäpsus.
Kivi tiheduse arvutamise suhteline viga on võrdne kivi massi arvutamise suhtelise vea ja kivi ruumala mõõtmise suhtelise vea summaga: $E\left(\rho_K\right) = E\left(m_K\right) + E\left(V_K\right)$.

L35 Piirituse põlemine (12 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1997, G E2

Teooria:
Soojendamise kasutegur: $\eta = (Q_A + Q_V)/Q$, kus Q on piirituse põlemisel vabanenud soojushulk, Q_A anuma soojenemiseks kulunud soojushulk ja Q_V vee soojenemiseks kulunud soojushulk (2 p).
Piirituse põlemisel vabanenud soojushulk: $Q = rm$, kus m on ära põlenud piirituse mass ja r on piirituse küttevääртus (1 p).
Vee soojenemiseks on kulunud soojushulk: $Q_V = cm(t_2 - t_1)$, kus m on soojendatava vee mass, c on vee erisoojus, t_1 vee algtemperatuur ja t_2 vee lõpptemperatuur (1 p).
Samasuguse valemi järgi arvutatakse ka Q_A.
Suhtelise vea valem: $E(x) = \Delta x/x$ (1 p);
Summa (vahe) arvutamise viga: $E\left(x_1 \pm x_2\right) = \left(\Delta x_1 + \Delta x_2\right)/\left(x_1 \pm x_2\right)$ (1 p);
Korrutise (jagatise) arvutamise viga: $E\left(x_1/x_2\right) = E\left(x_1 \cdot x_2\right) = E\left(x_1\right) + E\left(x_2\right)$ (1 p).

Mõõtmised:
Mõõdame vee ja anuma massid (1 p). Mõõdame piirituslambi massi enne ja pärast põletamist (1 p). Mõõdame vee temperatuuri enne ja pärast soojendamist (1 p).

Mõõtevea arvutamine:
Mõõtmiste suhtelised vead (1 p):
Masside mõõtmiste suhteline viga $E(m) = \Delta m/m$, kus Δm on vastavalt vee või

anuma massi mõõtmise absoluutne viga (võib olla $0{,}1\,\mathrm{g}$ kuni $0{,}5\,\mathrm{g}$ sõltuvalt olemasolevast vihtide komplektist) ja m vastav mõõdetud massi väärtus.
Temperatuuri vahede mõõtmiste suhteline viga $E(\Delta t) = 2\Delta t/(t_2 - t_1)$, kus t_1 ja t_2 on vastavalt mõõdetud vee ja anuma alg- ja lõpptemperatuuride väärtusud ning Δt on kasutatud termomeetri mõõtetäpsus (võib olla $0{,}1\,^\circ$ kuni $0{,}5\,^\circ$ sõltuvalt termomeetri skaalast).

Arvutuste suhtelised vead (1 p):
Piirituse põlemisest eraldunud soojushulga suhteline viga on võrdne piirituslambi massi mõõtmise suhtelise veaga: $E(Q) = E(m) = 2\Delta m/(m_2 - m_1)$, kus m_1 ja m_2 on piirituslambi alg- ja lõppmassid ja Δm on massi mõõtmise absoluutne viga.
Vee soojenemiseks kulunud soojushulga suhteline viga on võrdne vee massi ja temperatuuride vahe mõõtmiste suhteliste vigade summaga: $E(Q_V) = E(m) + E(\Delta t)$.
Anuma soojenemiseks kulunud soojushulga suhteline viga on võrdne anuma massi ja temperatuuride vahe mõõtmiste suhteliste vigade summaga: $E(Q_A) = E(m) + E(\Delta t)$.
Vee soojendamise kasuteguri suhteline viga on ülalarvutatud kolme soojushulga suhteliste vigade summa:$E(\eta) = E(Q) + E(Q_A) + E(Q_V)$.

L36 Paberileht (10 p) ★★

Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1998, P E1

Teooria:
Kiri "$80\,\mathrm{g/m^2}$" tähendab, et paberi iga ruutmeetri mass on $80\,\mathrm{g}$ (1 p). $80\,\mathrm{g/m^2}$ võib tähistada, näiteks, tähega r. Kasutades ühikut, saab tuletada valemi $r = m/S$ (1 p), kus m on paberilehe mass ja S on pindala.
Paberilehe pindala $S = ab$, kus a ja b on paberilehe mõõtmed.
Paberilehe mass $m = rS$ (1 p).
Paberilehe paksuse määramiseks voltida leht kokku ja mõõta joonlauaga saadud paki paksus, paki paksus jagada paberikihtide arvuga (1 p). Paberilehe paksus $d = L/n$, kus L on paki paksus ja n on paberi kihtide arv pakis (1 p).

Mõõtmised:
Paberilehe pikkuse ja laiuse mõõtmine (1 p). Paberipaki paksuse mõõtmine (1 p).

Arvutused:
Paberilehe pindala (1 p). Paberilehe mass koos ühikuga (1 p). Paberilehe paksus koos ühikuga (1 p).

L37 Vedeliku tihedus (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1998, G E2

Teooria:
Kehale mõjuvat raskusjõudu F saab mõõta dünamomeetriga. Vedelikus mõjub kehale üleslükkejõud, mille valem on $F_u = \rho g V$, kus ρ on vedeliku tihedus, V keha poolt välja tõrjutud vedeliku ruumala, g vaba langemise kiirendus (1 p).
Vedelikus asetsev keha mõjub dünamomeetrile jõuga $F_1 = F - F_u = F - \rho g V$ (1 p).
Vedelikku asetatud keha ruumala on võrdne ruumalaga, mis on keha poolt väljatõrjutud. Keha ruumala on võrdne $V = Sh$, kus S on anumas oleva vedeliku pinna pindala, h on vedeliku nivoo kõrguse muutus anumas sinna asetatud keha mõjul (1 p).
Suhtelise vea valem: $E(x) = \Delta x/x$.
Summa (vahe) arvutamise viga: $E\left(x_1 \pm x_2\right) = \left(\Delta x_1 + \Delta x_2\right) / \left(x_1 \pm x_2\right)$ (1 p).
Korrutise (jagatise) arvutamise viga: $E\left(x_1/x_2\right) = E\left(x_1 \cdot x_2\right) = E\left(x_1\right) + E\left(x_2\right)$ (1 p).

Mõõtmised:
Mõõdame dünamomeetriga kehale mõjuva raskusjõu ja vedelikku asetatud kehale mõjuva jõu (1 p). Mõõdame keha ruumala mõõtes anuma ristlõikepindala ja vedeliku nivoo muutuse (1 p).

Arvutused:
Arvutame keha ruumala (1 p).
Arvutame valemist $F_1 = F - \rho g V$ vedeliku tiheduse $\rho = \left(F - F_1\right) / gV$ (1 p).

Mõõtmisvea hindamine:
Vedeliku tiheduse suhteline viga $E(\rho) = E\left(F - F_1\right) + E(g) + E(S) + E(h)$.
Antud ülesande puhul võime arvestamata jätta g ja S vea, mis on teistest olulisemalt väiksemad.
Jõu vea hindamisel võiks võtta ΔF võrdseks 0,5 dünamomeetri vähima skaalajaotisega ja Δh võrdseks joonlaua vähima jaotisega ($1\,\mathrm{mm}$), sest siin segab täpsemat fikseerimist menisk ja erinevast klaasi märgamisest tingitud ebatäpsus. (1 p).

L38 Küünlaleek (13 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1999, P E1

Pilu keskel on tume kriips — 1 p. Küünla valgus venib kahele poole välja — 1 p. Tekivad tumedad kohad väljavenitatud osasse — 1 p. Tumedate osade vahelised alad on värvilised — 1 p. Keskkohale lähemal olevad servad on sinised, kaugemad punased — 1p. Kui muuta pilu kitsamaks (kas pööramise või pigistamisega), siis pilt venib laiemaks — 2 p. Pilu pööramisel ümber vaatesuuna pöördub ka valgusriba — 1 p. Pilt oleneb silma kaugusest pilust — 1 p. Pilt oleneb pilu kaugusest küünlast ja on paremini nähtav suuremate kauguste korral — 2 p. Nähtust nimetatakse difraktsiooniks, mis seisneb valguse kandumises varju piirkonda — 1 p. Pilust väljuvad valguslained võivad liitudes teineteist tugevdada või nõrgendada — 1 p.

L39 Hõõrdetegurid (11 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1999, G E1

Katse:
Raamatukaanest teha kaldpind ja lasta sealt alla veereda ja libiseda katsekeha. Kaane serva kõrgust mõõdetakse selles asendis, kus keha hakkas liikuma. Mõõtes kaane pikkuse raamatu seljani, saab arvutada kaldenurga.

Hindamine:
Meetodi väljamõtlemine (kaldpinna tegemine, pliiatsi veeremise ja libisemise saavutamine) — 3 p.
Arvutusvalemi tuletamine (joonis, õiged jõud, jõudude tasakaal, tegurite suhte avaldis) — 4 p.
Korduvate mõõtmiste tegemine ja keskmise leidmine — 2 p.
Nurkade leidmine — 1 p.
Suhte leidmine — 1 p.
Vea hinnang: nö. "silma järgi" — 1 p; mingi arvutuse abil — 2 p.

Märkusi:
Silindriliseks kehaks sobib pliiats, kudumisvarras, ilma peata nael vms.

L40 Vedeliku tihedus (13 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 1999, G E2

Teooria:
Vedelikku asetatud kehale mõjub üleslükkejõud $F_\uparrow = \rho_v g V$ (1 p). Keha ujub vedeliku pinnal siis, kui kehale mõjuv üleslükkejõud on arvuliselt võrdne kehale mõjuva raskusjõuga $mg = \rho_v g V$ (1 p), kus ruumalana on arvestatud keha vedelikus oleva osa ruumala (1 p). Ujumise tingimusest saab arvutada vedeliku tiheduse $\rho_v = mg/gV$ (1 p).
Tähistades tühja topsiku massi m_1, saab tühja topsiku ujumise tingimuse kirjutada üles seosega $m_1 g = \rho_v g V_1$, kus V_1 on topsiku vedelikku sukeldatud osa ruumala (1 p). Kui topsikusse on asetatud tuntud massiga m_2 keha, vajub topsik sügavamale vedelikku ja kehtib seos $(m_1 + m_2)g = \rho_v g V_2$, kus V_2 on topsiku vedelikus oleva osa ruumala (1 p). Lahutades teisest seosest esimese ning teisendades valemit, saame vedeliku tiheduse arvutada seosest $\rho_v = m_2/(V_2 - V_1)$ (1 p). Koormisega ja koormiseta topsiku poolt väljatõrjutud vedeliku ruumala muudu arvutame seosest $\Delta V = \pi d^2(l_2 - l_1)/4$, kus kus d tähistab anuma diameetrit ning l_1 ja l_2 tähistavad vedeliku nivoosid (1 p).
Kui mingi mõõdetava suuruse x suhteline mõõtmisviga on $E_x = \Delta x/x$, siis tema ruudu viga $E_{x^2} = 2\Delta x/x$ (1 p) (korrutise suhteline viga on tegurite suhteliste vigade summa).

Mõõtmised:
Asetame topsiku vedelikku ja mõõdame vedeliku nivoo. Asetame koormise topsikusse ja mõõdame uuesti vedeliku nivoo. Mõõdame anuma läbimõõdu (2 p).

Arvutused:
Saadud tulemustest arvutame väljatõrjutud vedeliku ruumala muudu ning vedeliku tiheduse (1 p). Kui mõõtmist teostatakse nii, et joonlaud on vedelikus, siis tuleb arvestada ka ruumalaga, mille hõivab joonlaud.

Mõõtevea arvutamine:
Vedeliku ruumala mõõtmise suhteline viga on $E_{\Delta V} = 2\Delta d/d + (\Delta l_2 + \Delta l_1)/(l_2 - l_1)$ (1 p).

Märkusi:
Koormisena on soovitatav kasutada kuubikujulist 100 g koormist. Vedelikuks sobib vesi, millele on lisatud veidi keedusoola või värvainet, topsiks — jogurti vms tops.

L41 Voolutugevus (13 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1999, P E2

Õpilane teab oma kogemuste põhjal, et vana taskulambipatarei tekitab vooluringis nõrgema voolu kui uus patarei — 1 p. Kasutatava patarei vanus pole teada — 1 p. Kuna kolme-oomilise takistusega juhti pole antud, tuleb mõõta voolutugevused tuntud takistusega juhtides ja ennustada võimalik voolutugevus kolme-oomilise takistusega juhis — 1 p.

Traattakistite takistuse mõõtmine oomeetriga — 1 p. Võimalike vooluringide planeerimine (kokku on neid 4 tk.) — 2 p. Vooluringide koostamine: kaks ühe takistiga ja kaks kahe jadamisi ühendatud takistiga — 2 p. Voolutugevuse mõõtmine — 1 p. Graafiku telgede määramine — 1 p. Punktide kandmine graafikule — 1 p. Punkte ühendava joone joonistamine — 1 p. Kolme-oomilise juhi takistus — 1 p.

L42 Piirituse põlemine (8 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2001, P E1

Lahenduse idee:
Soojendada piirituslambiga teatud kogus vett. Piirituslambis piirituse (etanooli) põlemisel eralduv soojushulk (Q_e) on võrdne soojushulkade summaga, mis kulutatakse vee soojendamiseks (Q_v) ja anuma soojendamiseks (Q_a) teatud temperatuuri võrra. Vee soojendamiseks kulub soojushulk $Q_v = c_v m_v (t_{v1} - t_{v0})$, kus c_v on vee erisoojus, m_v — soojendatava vee mass, t_{v0} — vee algtemperatuur (enne soojendamist) ja t_{v1} — vee lõpptemperatuur (pärast soojendamist). Anuma soojendamiseks kulunud soojushulk $Q_a = c_{al} m_a (t_{v1} - t_{v0})$, kus c_{al} on alumiiniumi erisoojus ja m_a on anuma mass. Piirituse põlemisel eralduva soojushulga (Q_e) arvutamiseks tuleb kasutada valemit: $Q_e = K m_e$, kus K on piirituse küteväärtus (ehk 1 kg piirituse täielikul põlemisel eralduv soojushulk) ning m_e on piirituse mass, mis kulub ära täielikul põlemisel. Piirituse massi m_e saab leida, kui lahutada piirituselambi massist enne põlemist m_{p0} piirituselambi mass pärast põlemist m_{p1} : $m_e = m_{p0} - m_{p1}$. Võib kirjutada soojustasakaalu võrrandi: $Q_e = Q_v + Q_a$ ehk

$$K (m_{p0} - m_{p1}) = c_v m_v (t_{v1} - t_{v0}) + c_{al} m_a (t_{v1} - t_{v0}) ,$$

Siit:

$$K = \frac{(t_{v1} - t_{v0})\,(c_v m_v + c_{al} m_a)}{m_{p0} - m_{p1}}$$

Otsitakse 1 g piirituse põlemisel eralduvat soojushulka $K' = K/1000$:

$$K' = \frac{(t_{v1} - t_{v0})\,(c_v m_v + c_{al} m_a)}{1000 \cdot (m_{p0} - m_{p1})}$$

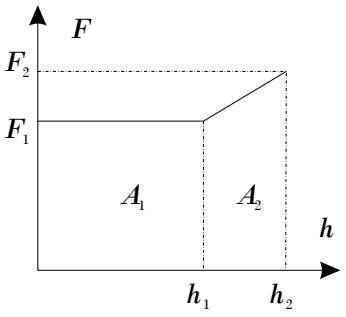
Töö käik:
1. Valada anumasse mõõtesilindriga vett ja arvutada vee mass m_v. Fikseerida vee algtemperatuur t_{v0}. Leida kaalumise teel piirituselambi algmass m_{p0}.
2. Soojendada piirituslambiga veega täidetud anumat.
3. Mõõta vee lõpptemperatuur t_{v1} ja piirituselambi mass pärast põlemist m_{p1}.
4. Arvutada K' väärtus.

L43 Lauatennise pall (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2002, G E1

Idee — mõõta kõrgus, milleni pall pärast põrget tõuseb (2 p). Puudu jäävale osale vastav potentsiaalne energia läks takistusjõu ületamisel tehtavaks tööks. Vastaja peab teadma kineetilise ja potentsiaalse energia valemeid ja töö valemit $A = Fs$ — 3 p. Teeb kordusmõõtmisi ja leiab keskväärtuse — 2 p. Avaldab õigesti otsitava suuruse — 1 p. Hindab mõõteviga — 2 p.

L44 Keha vees (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2002, P E1

Tähistused: h_1 on kõrgus, milleni tuleb keha tõsta, et keha ülemine tahk oleks veepinna nivool. h_2 on kõrgus, milleni tuleb keha tõsta, et keha alumine tahk oleks veepinna nivool. F_1 on jõud keha tõstmiseks, kui keha on täielikult sukeldatud vette. F_2 on jõud keha hoidmiseks, kui keha on täielikult veest väljas. Mõõtmistulemuste põhjal koostatud graafik omab joonisel toodud kuju. Graafikujoone alune pindala teljestikus antud suurustes on minimaalne töö keha tõstmiseks. Kogu töö on otstarbekas leida kahe osatöö summana: $A = A_1 + A_2$, kus $A_1 = F_1 h$ ja



$$A_2 = \frac{(F_2 - F_1)(h_2 - h_1)}{2}.$$

Tulemuse täpsuse hinnang on kvalitatiivne näidates ära peamised mõõtmise ebatäpsuse allikad.

L45 Nurga joonistamine (8 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2003, P E1

Lahendus puudub.

L46 Reostaadi traat (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2004, P/G E1

Traadi tihedus: $\rho = m/V$, kus traadi mass $m = \rho V$ (1 p). Traadi ruumala $V = Sl$ (1 p). Traadi ristlõike pindala $S = (\pi d^2)/4$ (1 p). Mõõtmiste kirjeldus, kus on kirjeldatud ka kolmnurga kasutamist(1 p). Traadi pikkuse määramine (ühe keeru pikkus korda keerdude arv, kus keeru pikkus $c = \pi d$)(1 p). Keeru läbimõõdu mõõtmine: kui on arvestatud ainult keraamilise silindri või traadi kihi läbimõõtu (1 p), kui on arvestatud traadikeeru välis- ja siseläbimõõtu ning on leitud keeru läbimõõdu aritmeetiline keskmine (1 p). Traadi läbimõõdu määramine:

$$\text{traadi läbimõõt} = \frac{\text{mähise pikkus}}{\text{keerdude arv}} \quad ((1\text{ p})).$$

Traadi massi arvutamine (1 p). Mõõtmistulemustest traadi eritakistuse arvutamine, reostaadi takistuse saab reostaadilt (1 p).

L47 Vedeliku tihedus (12 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2004, P E2

Keha ujub vedelikus, kui kehale mõjuv raskusjõud ja üleslükkejõud on suuruselt võrdsed. Ülelükkejõud võrdub keha poolt välja tõrjutud vedeliku raskusjõuga. Seega, kui keha ujub vees ning tundmatus vedelikus, kehtivad seosed:

$$mg = \rho_v g V_v, \quad mg = \rho g V,$$

kus indeksiga v on tähistatud olukord, mil keha ujub vees, indeksita aga keha ujumine tundmatus vedelikus. m elimineerimisel saame $\rho_v V_v = \rho V$, millest $\rho = \rho_v V_v / V$. Üleslükkejõu puhul arvestatakse keha veealuse osa ruumala, mis võrdub keha poolt väljatõrjutud vedeliku ruumalaga. Viimase saab arvutada vedeliku nivoo stabiilselt vedelikus. Mõõdame markerit kasutades veenivoo muutuse topsi vette asetamisel. Mõõdame anuma sisemise läbimõõdu. Kordame sama tundmatu vedeliku korral. Arvutame ruumalad. Arvutame tundmatu vedeliku tiheduse.

L48 Must karp (12 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2006, P E2

Lahendus puudub.

L49 Katsesklaas (8 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2007, G E1

Katseklaasi tuleb panna natuke vett, et see ujuks vertikaalasendis ja mõõta sisemise ning välimise veenivoo vahe Δh ning katseklaasi diameeter d. Siis võrdub katseklaasile mõjuv raskusjõud talle mõjuva üleslükkejõuga. Arvestades, et katseklaasis oleva vee panus on mõlemasse ühesugune, saame

$$m_k g = \rho_v V g \quad \Rightarrow \quad m_k = \rho_v V = \frac{\pi \rho_v d^2 \Delta h}{4}.$$

Siin m_k on katseklaasi mass ja ρ_v — vee tihedus.

Hindamine:
Idee — 2 p, katseklaasi diameetri mõõtmine — 1 p, ühekordne katse läbiviimine ja nivoode vahe mõõtmine — 1 p, arvutused — 2 p, korduvad katsed (vähemalt 3 korda) — 1 p, piisavalt täpne lõppvastus — 1 p.

Võimalik vale lahenduskäik:
Paneme anumasse vett ja mõõdame veenivoo h_0 selles. Asetame katseklaasi anumasse ilma katseklaasi vett lisamata. Mõõdame anuma diameetri d_0 ja uue veenivoo anumas h_1. Siis oletades, et katseklaasi raskusjõu ja üleslükkejõu tasakaalu tõttu võrdub katseklaasi mass väljatõrjutud vee massiga, saame

$$m_k = \rho_v V = \frac{\pi \rho_v d_0^2 \left(h_1 - h_0\right)}{4}.$$

Tegelikkuses, kui katses katseklaasi vett mitte panna, kukub ta pikali. Lisaks raskusjõule ja üleslükkejõule mõjub talle siis ka hõõrdejõud anuma seina poolt. Sel juhul aga massi määramiseks arvutusi teha pole enam võimalik, mistõttu sellist lahendust ei saa lugeda õigeks.

Hindamine: (kokku 4 p)
Idee — 1 p, katse teostamine ja mõõtmised — 1 p, arvutused — 1 p, korduvad katsed (vähemalt 3 korda) — 1 p.

L50 Kang (12 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2007, P E2

Lahendus puudub.

L51 Polt (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2008, P E2

Kumminiidi pikenemine on võrdeline sellele rakendatud jõuga (2 p). Lõikame kummirõnga lahti ja seome otstesse kirjaklambrid. Kinnitame kirjaklambri statiiviklambri külge. Mõõdame kirjaklambrite vahekauguse h_0. Riputame kirjaklambri otsa tuntud massiga keha ja mõõdame kirjaklambrite vahekauguse h. Leiame kumminiidi pikkuse muutuse $h - h_0$. Riputame kirjaklambri otsa tundmatu massiga keha ja mõõdame kirjaklambrite vahekauguse H. Leiame kumminiidi pikkuse muutuse $H - h_0$. Kuna kumminiidi pikenemine on võrdeline sellele mõjuva jõuga, seega on kumminiidi pikenemiste suhe võrdne selle otsa riputatud masside suhtega. (3 p)

$$\frac{M}{m} = \frac{H - h_0}{h - h_0} \quad \Rightarrow \quad M = m\frac{H - h_0}{h - h_0} \quad \text{(1 p)}.$$

Mõõtmised: Mõõtmised on dokumenteeritud ja nende põhjal on leitud H (2 p); tulemus on tõepärane (1 p). Mõõtmisi on korratud mitu korda (1 p).

L52 Hõõrdetegur (12 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2008, P E1

Riputame klotsi, mõõdame niidi pikenemise L_1 paneme klotsi alusele, tirime niidiga, mõõdame niidi pikenemise L_2. Et elastsusjõud on võrdeline niidi pikenemisega, siis $\mu = F_2/F_1 = L_2/L_1$.

L53 Voltmeeter (12 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2008, P E2

Rakendame patarei pinge esmalt otse voltmeetrile, lugem $U_1 = \mathcal{E}$ annab patarei elektromotoorjõu; seejärel rakendame jadamisi takistiga R, lugem $U_2 = r\mathcal{E}/(r + R) = rU_1/(r + R)$. Seega $1 + R/r = U_1/U_2$, millest

$$r = R\frac{U_2}{U_1 - U_2}.$$

L54 Pliiats (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2009, P E1

Asetame pliitasi mõõtesilindri nii, et ta ujuks. Fikseerime ruumala muutuse ΔV_0. Pliiatsi mass võrdub väljatõrjutud vedeliku massiga, seega $m = \rho\Delta V_0$.
Pliiatsi ruumala leidmisel paneme tähele, et meil vett ei ole piisavalt, et pliiatsit tervenisti uputada. Küll aga me saame teda uputada kahest erinevast otsast, märkides pliiatsil koha, milleni uputame. Mõõtesilindri abil mõõdame ΔV_1 ja ΔV_2. Pliiatsi ruumala seega $V = \Delta V_1 + \Delta V_2$. Tiheduseks saame

$$\rho = \rho_v\frac{\Delta V_0}{\Delta V_1 + \Delta V_2}.$$

L55 Tiku mass (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2010, G E1

Esmalt määrame joonlaua massikeskme asukoha. Selleks jagame skaala pooleks või tasakaalustame joonlaua tiku või laua serval ja paneme kirja tiku asukoha näidu joonlaual. (1 p)
Järgmisena määrame tühja tikutopsi massi. Asetame tühja tikutopsi joonlauale võimalikult otsa lähedale ja leiame topsi keskkoha asukoha. Viimase saamiseks tuleks võtta topsi mõlema serva näidud ja arvutada aritmeetiline keskmine. (1 p)
Tasakaalustame joonlaua ja paneme kirja toetuspunkti asukoha. (1 p) Saadud tulemuste põhjal arvutame joonlaua massikeskme ja tikutopsi massikeskme kaugused toetuspunktist l_1 ja l_2. Kangi seaduse tõttu:

$$m_1 g l_1 = m_2 g l_2 \quad \text{(2 p)}$$

ja tühja toosi massiks saame

$$m_2 = \frac{m_1 l_1}{l_2} \quad \text{(1 p)}.$$

Kordame katset täis tikutopsiga. (2 p) Ühe tiku massi leidmiseks tuleb täis tikutopsi massist lahutada tühja topsi mass ning jagada saadud tulemus topsis olnud tikkude arvuga:

$$m_{tikk} = \frac{m_{täis} - m_{tühi}}{n} \quad \text{(1 p)}.$$

Realistlik vastus: $m_{tikk} = 0{,}1\,\mathrm{g}$ (1 p).

L56 Nõguspeegel (12 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2010, P E1

Lahendus puudub.

L57 Õun (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2011, P E1

Tihedus arvutatakse seosest $\rho = m/V$. Õuna massi saab määrata ujumise tingimusest

$$mg = \rho_v g V_{\text{vedelikualune}} = \rho_v g S h_1,$$

kus S on purgi ristlõikepindala ja h_1 veetaseme muutus. Õuna ruumala määratakse sukeldusmeetodil surudes õuna vee alla, millele vastab veetaseme muutus h_2. Kuna

$$\rho_{\text{õ}} = \frac{\rho_v S h_1}{S h_2} = \frac{\rho_v h_1}{h_2},$$

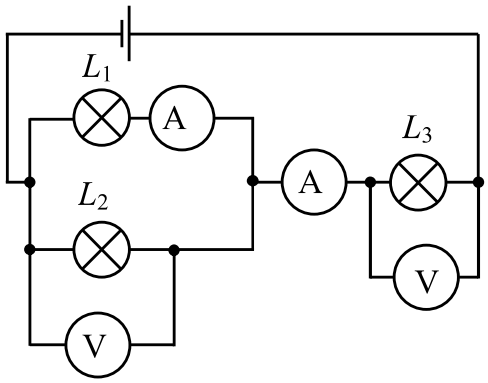
taandub mõõtmine veetaseme kahe muutuse mõõtmisele.
Vastuseks on $\rho_{\text{õ}} \approx 850\ \mathrm{kg/m^3}$.

L58 Plastiliin (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2012, G E1

Kõigepealt tuleb sukeldada plastiliini veega täidetud silindrisse anumasse ja mõõta joonlauaga seejuures toimuv veetaseme tõus h_1 (1 p). Seejärel tuleb valmistada plastiliinist laevuke ja mõõta veetaseme tõus h_2 siis, kui see laevuke ujub vee pinnal (2 p). Paneme tähele, et plastiliini ruumala $V_1 = Sh_1$ (1 p), plastiliini mass $m = \rho Sh_2$ (1 p) ja laevukese ujumisel välja surutava vee ruumala $V_2 = Sh_2$ (1 p), mistõttu plastiliini mass $m = \rho_v Sh_2$ (2 p). Nendest seostest saame avaldada $\rho = m/V_1 = \rho_v h_2/h_1$ (1 p). Asendades siia mõõtmistulemused saame $\rho \approx 1{,}1\,\mathrm{g/cm^3}$ kuni $\rho \approx 1{,}2\,\mathrm{g/cm^3}$ (1 p) (tulemus oleneb plastiliini sordist).

L59 Lambid (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2012, P E1

Koostame allesitatud elektriskeemi.



Lülitame ampermeetri jadamisi lambiga L_3 ja voltmeetri rööbiti lambiga L_3. Mõõdame voolutugevuse lambis L_3 ja pinge selle klemmidel.
Kuivõrd lambid on kõik ühesugused on voolutugevus lampides L_1 ja L_2 kaks korda väiksem kui lambis L_3. Me võime selle arvutada või mõõta paigutades ampermeetri skeemi jadamisi lambiga L_1.
Paigutame voltmeetri rööbiti lambiga L_1 või L_2 ja mõõdame pinge lambi otstel. Kuivõrd lambid on ühesugused, piisab ühes mõõtmisest.
Arvutame seosest $R = U/I$ lampide takistused ja takistuste suhte.
Lambi hõõgniidi takistus sõltub oluliselt hõõgniidi temperatuurist. Takistus suureneb temperatuuri suurenedes. Hõõgniidi temperatuur sõltub aga voolutugevusest lambis. Kuna rööbiti ühendatud lampides on voolutugevus väiksem kui nendega jadamisi ühendatud lambis, põlevad rööbiti ühendatud lambid tuhmimalt, nende hõõgniitide temperatuur on madalam kui lambi L_3 temperatuur ja nende taksitus on väiksem lambi L_3 takistusest.

L60 Sendid (8 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2013, G E1

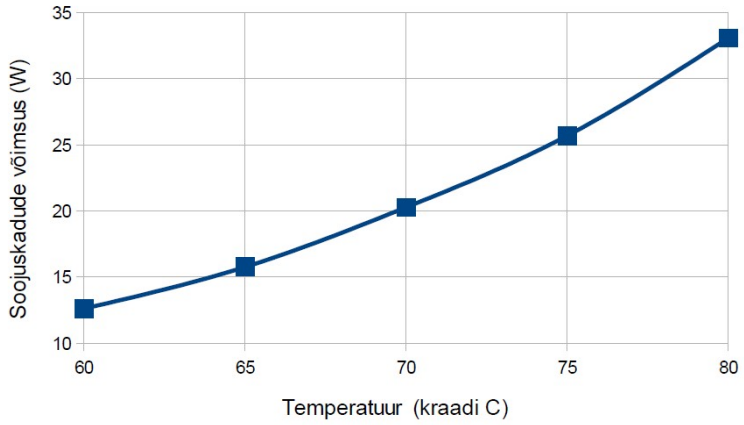
Mündi ruumala saame leida valemist $V = S_p h$ (0,5 p), kus $S_p = \pi d^2/4$ (0,5 p).
Seega ruumalade suhte saame leida, kui leiame mündi diameetrite suhte ning paksuste suhte

$$\frac{V_{20}}{V_1} = \frac{d_{20}^2}{d_1^2}\frac{h_{20}}{h_1} \quad \text{(0,5 p)}.$$

Diameetrite suhte leidmiseks vaatame, mitu korda mahuvad mündid A4 paberi ühe külje peale (1,5 p).
Paberi pikema külje peale mahub 18,3 1-sendist ja 13,3 20-sendist, seega $d_{20}/d_1 = 18,3/13,3 = 1,38$ (1 p). Diameetri suhte leidmiseks võib veeretada münte paberi peal ning vaadata mitu täisringi moodustab üks paberi külg. (Diameetrite suhte leidmine iga sarnase täpsusega meetodiga (2,5 p).
Müntide paksuste leidmiseks voldime paberi kokku ning vaatame mitu kihti paberit on võrdne mündi paksusega (1 p).
Joonistuspaberiga $\left(120\ \mathrm{g/cm^2}\right)$ saame, et 1-sendine münt on 12 lehte paks ning 20-sendine münt on 15 lehte paks. Seega $h_{20}/h_1 = 15/12 = 1,25$. (1 p)
Müntide ruumalade suhe on seega $V_{20}/V_1 = 1,38^2 \cdot 1,25 = 2,38$.
Tulemus vahemikus 2,3 - 2,5 annab 2 p, vahemikus 2,1 - 2,7 annab 1 p.
Märkus: Täpne müntide ruumalade suhe on 2,4, kuid antud meetodiga tuleb ebatäpsus sisse müntide paksuste suhte leidmisel.

L61 Vee jahtumine (12 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2013, G E2

Kui kuum vesi on topsi valatud, tuleb sinna asetada termomeeter ning oodata, kuni selle näit on tõusmise lõpetanud. Vee temperatuuri ajasõltuvuse mõõtmiseks on täpseim lahendus märkida üles aeg, mis kulub iga täiskraadini jõudmiseks, alustades hiljemalt $81°\mathrm{C}$ juurest ning lõpetades kõige varem $59°\mathrm{C}$ juures. Sel ajal ei tohi topsi liigutada ega liigset tuult topsi kohal tekitada. Kindlasti tuleb mõõtmise ajal topsis olevat vett termomeetriga segada, et selle temperatuur oleks ühtlane ning termomeeter mõõdaks tõesti kogu vee keskmist temperatuuri.
Teiseks tuleb leida topsis oleva vee mass. Selleks tuleb mõõta veetaseme kõrgus topsis h, topsi läbimõõt põhjas d_1 ja üleval d_2. Lähendades topsi silindriga, on selle keskmine pindala $S = \frac{1}{8}\pi\left(d_2^2 + d_1^2\right)$. (Täpne valem keskmise pindala jaoks on $S = \frac{1}{8}\pi\left(d_2^2 + d_1^2 - \frac{1}{3}\left(d_2 - d_1\right)^2\right)$.) Vee ruumala on siis ligikaudu $V = Sh$, sellest saame vee massi $m = \rho S h$.
Soojuskadude võimsus temperatuuril T on $N = Q/\Delta t = cm\Delta T/\Delta t$, kus temperatuurivahemiku ΔT keskmine on T ning selle vahemiku läbimiseks kulus aega Δt. Piisab, kui N on arvutatud viie erineva T jaoks, näiteks $60°\mathrm{C}, 65°\mathrm{C}, 70°\mathrm{C}, 75°\mathrm{C}$ ja $80°\mathrm{C}$. Täpseim on valida $\Delta T = 2°\mathrm{C}$, ehk siis näiteks $70°\mathrm{C}$-le vastava N leidmiseks kasutada temperatuurivahemikku $71°\mathrm{C}$ - $69°\mathrm{C}$.
Tulemuse graafikul peab soojuskadude võimsus temperatuuri tõustes suurenema. Arvväärtused sõltuvad kasutatud topsist (ja vee kogusest). Näiteks ühe läbi proovitud topsi puhul tulid soojuskaod $33\ \mathrm{W}$ temperatuuril $80°\mathrm{C}$ ja $12\ \mathrm{W}$ temperatuuril $60°\mathrm{C}$.



Hindamine:
Temperatuuri ajasõltuvuse mõõtmise meetodi kirjeldus (1 p).
Topsis oleva vee segamine mõõtmise ajal (1 p).
10 või rohkem mõõtepunkti temperatuurivahemikus $58°\mathrm{C}$ kuni $82°\mathrm{C}$ (2 p). 8..9 mõõtepunkti (1,5 p), 6..7 mõõtepunkti (1 p), 4..5 mõõtepunkti (0,5 p).
Topsi keskmise ristlõikepindala leidmine (2 p) (kui on kasutatud ainult põhja või ülemise otsa pindala, siis 1 p).
Vee ruumala arvutamine (1 p).
Soojuskadude võimsuse valemi tuletamine (2 p).
Soojuskadude võimsuse füüsikaliselt mõistliku graafiku joonistamine (s.h. ühikutega teljed, mõistlik ruumikasutus): graafikul 5 punkti (3 p), 4 punkti (2 p), 3 punkti (1 p).

L62 Kolmnurk (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2013, P E1

Ühendame patarei kahest kolmnurga tipust tulevate juhtmetega (olgu need näiteks kollane ja roheline). Sel juhul on takistid $\mathrm{R_{RP}}$ ja $\mathrm{R_{PK}}$ patareiga jadamisi ühendatud ning mõlemat takistit läbib võrdse tugevusega vool. Mõõdame nendele takistitele langevad pinged U_{RP} ja U_{PK}. Ohmi seaduse järgi kehtib võrdsete voolutugevuste korral seos

$$\frac{R_{RP}}{R_{PK}} = \frac{U_{RP}}{U_{PK}}.$$

Seega annab mõõdetud pingete jagatis takistuste R_{RP} ja R_{PK} suhte. Kui kordame samu mõõtmisi veel ülejäänud takistipaaride jaoks, siis saame takistuste suheteks

$$\frac{R_{PK}}{R_{KR}} \approx 2, \quad \frac{R_{RP}}{R_{PK}} \approx 2, \quad \frac{R_{RP}}{R_{KR}} \approx 4.$$

Nagu näha, siis on väikseima väärtusega takisti $\mathrm{R_{KR}}$ ja ülejäänud takistite takistused on vastavalt $R_{PK} \approx 2 \cdot 230\,\Omega = 460\,\Omega$ ja $R_{RP} \approx 4 \cdot 230\,\Omega = 920\,\Omega$.

L63 Tikutops (12 p) ★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2014, P E1

Tikutops avaldab maksimaalset rõhku lauale siis, kui topsi pindala, mis lauale toetub on kõige väiksem. Kõige väiksema pindalaga saab tikutopsi toetada lauale nii, et lükkad sisemise osa natuke välja ning paned tikutopsi välise kesta servade peale seisma (3 p).
Toetuspindala leidmine: Tikutopsi väline kest tuleb vajutada kokku (mööda murdejooni), siis saame paksuseks 1 mm ning pikkuseks 4,7 cm, seega pindala on $S = 0{,}1\,\mathrm{cm} \cdot 4{,}7\,\mathrm{cm} = 0{,}47\,\mathrm{cm}^2$ (2 p).
Tikutopsi massi saame leida, kui kasutame joonlauda kangina (2 p). Toetame joonlaua laua servale ning tikutopsi servapidi teise joonalau otsa ja leiame juhu, kus joonlaud ulatub maksimaalselt üle laua serva, kuid maha veel ei kuku. Kangi reeglist $mg\frac{l_1}{2} + Mgl_1 = mg\frac{l_2}{2}$ saame leida tikutopsi massi, kus l_1 on joonlaua lauapealse osa pikkus,l_2 üle laua oleva osa pikkus, m joonalua mass ning M tikutopsi mass (2 p). Täistikutopsi korral peaks vastus olema vahemikus 6,2-6,6 grammi.
Lauale avaldatud rõhu saame valemist $p = \frac{F}{S}$. Vastus tuleb kuskil 1300-1500 Pa (1 p).
Kordusmõõtmised (2 p).
Märkus: Kui tikutopsi ei panda servade peale seisma, siis saab maksimaalselt **10 p.**

L64 Tundmatu vedelik (12 p) ★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2014, P E1

Plastik torust ja plastiliinist saame teha areomeetri, pannes väikese tüki plastiliini ühte toru otsa. Areomeeter tuleb valmistada nii, et ta ujuks nii vees kui suhkrulahuses. Parima tulemuse saab siis, kui valmistatud areomeeter vajub vees võimalikult sügavale - veest jääb välja kuskil 2 mm pikkune pulk.
Paigutades areomeetri vedelikku, saame mõõta selle, kui suur osa areomeetrist jääb vedelikust välja. Vette paigutades on veest välja ulatuva areomeetri toru pikkus l_0 ning 20 % suhtkurlahuse korral l_1. Kuna lahuse tihedus (protsent) on lineaarses sõltuvuses veest välja ulatuva toru pikkusega (vastavalt jõudude tasakaalule), saame leida, et ühele pikkusühikule (l_x) vastav protsent on

$$p_l = \frac{20\,\%}{l_1 - l_0}$$

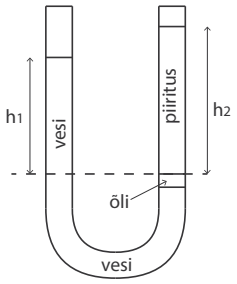
Mõõtes ära selle, kui palju jääb toru välja (l_{mahl}) mahlajoogi korral, saame leida ka mahlajoogi suhkrusisalduse p

$$p = (l_{mahl} - l_0) \cdot p_l$$

Korrektse lahenduse jaoks on vaja teostada vähemalt kolm kordusmõõtmist iga lahuse korral.

L65 U-toru (10 p) ★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2015, P E1

Täidame U-toru poolenisti veega ning lisame ühte U-toru harusse õhukese kihi toiduõli. Toiduõli lisamine on vajalik, et vesi ja piiritus ei saaks omavahel seguneda Nüüd lisame ettevaatlikult õli peale piiritust. Piirituse samba kõrgus peaks olema vähemalt 5 cm. Kuna toiduõli kiht on võrreldes piirituse kihiga väga väike, siis võib selle jätta arvestamata (lisada piirituse nivoo juurde).



$$p_p = p_v \quad \Rightarrow \quad \rho_p g h_2 = \rho_v g h_1 \quad \Rightarrow \quad \rho_p = \rho_v \frac{h_1}{h_2} \approx 0{,}8\,\mathrm{g/cm^3}$$

L66 Kumminiit (10 p) ★★ Autor: Mihkel Kree, piirkonnavoor, 2016, G E1

Seome kumminiidi koormise külge ning sõrmedega kumminiiti erinevatest kohtadest hoides mõõdame erinevatele kumminiidi algpikkustele l_0 vastavad väljavenitatud kumminiidi pikkused l. Vastavalt Hooke'i seadusele $mg = k(l - l_0)$ ning arvestades, et $k = \alpha/l$, saame avaldada $\alpha = mgl/(l - l_0)$. Viime katse läbi vähemalt viie erineva algpikkuse jaoks, mis katavad ühtlaselt kogu kasutada oleva niidi pikkuse vahemiku ning kanname tabelisse mõõtmistulemused koos nende põhjal arvutatud $l/(l - l_0)$ väärtustega:

l_0 [mm]	l [mm]	$l/(l - l_0)$
30	56	2,15
40	72	2,25
50	89	2,28
60	105	2,33
70	122	2,35
80	141	2,31
90	158	2,32
100	176	2,32

Leiame katsepunktide keskväärtuse $\langle l/(l - l_0)\rangle = 2{,}3$. Arvestades koormise massiga $m = 100\,\mathrm{g}$, saame avaldada kordaja α väärtuse $\alpha = 2{,}3\,\mathrm{N}$.

Hindamine:
Idee hoida sõrmedega niiti kinni fikseeritud kohast ja mõõta algpikkust venimata olekus ning vastavat lõpp-pikkust koormise riputamisel: 2 p.
Arvutuskäik α avaldamiseks l_0 ja l kaudu: 2 p.
Katsetulemused tabelina (või vähemasti selgelt esitatuna) ning igale katsepunktile vastava $l/(l - l_0)$ või α väljaarvutamine: 2 p.
Erinevate algpikkustega katsepunkte vähemalt 5: 2 p; katsepunkte 3 või 4: 1 p; katsepunkte 1 või 2: 0 p.
Õige dimensiooniga vastus täpsusega kuni 10%: 2 p; täpsusega 10-20%: 1 p.

L67 Paberi mass (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2018, P E1

Kiri "80 g/m^2" tähendab, et paberi iga ruutmeetri mass on 80 g. Tähistame selle tähega $r = 80\,\mathrm{g/m^2}$. Kasutades ühikut, saab tuletada valemi $r = m/S$, kus m on paberilehe mass ja S on pindala.
Paberilehe pindala $S = l_{pikem} l_{\text{lühem}}$, kus l_{pikem} ja $l_{\text{lühem}}$ on paberilehe mõõtmed.
Paberilehe mass $m = rS$.
Pikema külje leidmiseks voldime ühe paberi külje vähemalt 4 korda kokku (paberi külg jaguneb 16 lõiguks) ning vaatame mitu sellist lõiku mahub kummagi külje sisse. Teades, mitu korda erinevad paberi külgede pikkused, saame leida pikema külje pikkuse.

Hindamisjuhend:
Seose $m = rS$ tuletamine — 2 p.
Pikema külje mõõtmiseks paberi voltimine kitsamaks, mis tagab täpsema tulemuse — 2 p.
Paberi pikema külje võrdlemine lühema külje pikkusega $l_{\text{pikem}}/l_{\text{lühem}} = 22,5/16 = 1{,}406$ — 2 p.
Pikema külje pikkuse arvutamine $l_{pikem} = 1{,}406 \cdot 210\,\mathrm{cm} = 295{,}3\,\mathrm{cm}$
Paberilehe pindala arvutamine $S \approx 62\,000\,\mathrm{mm^2} \approx 0{,}062\,\mathrm{m^2}$. — 2 p.
Paberilehe massi arvutamine $m = 4{,}9\,\mathrm{g} \ldots 5{,}0\,\mathrm{g}$ — 2 p (Väiksem täpsus 1 p).

L68 Topsi mass (10 p) ★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2018, G E1

Leiame joonlaua masskeskme laua serval.
Asetame tühja topsi joonlaua otsa ning leiame joonlaua ja topsi tasakaalupunkti. Mõõdame topsi keskkoha kauguse toetuspunktist l_t ning joonlaua masskeskme kauguse toetuspunktist l_j.
Nüüd lisame süstlaga topsi kindla koguse vett m_v. Vee massi leiame vee tiheduse ja ruumala kaudu.
Asetame veega topsi joonlaua otsa ning leiame joonlaua ja topsi tasakaalupunkti. Mõõdame veega topsi keskkoha kauguse toetuspunktist l_{t2} ning joonlaua masskeskme kauguse toetuspunktist l_{j2}.
Kasutades kangireeglit, saame kirjutada kummagi tasakaalu jaoks välja seose

$$m_t l_t = m_j l_j \quad \Rightarrow \quad m_j = \frac{m_t l_t}{l_j}$$

$$(m_t + m_v) l_{t2} = m_j l_{j2}$$

Asendades esimesest seosest m_j teise seosesse, saame avaldada topsi massi m_t

$$(m_t + m_v) l_{t2} = \frac{m_t l_t}{l_j} \cdot l_{j2} \quad \Rightarrow \quad m_t = \frac{m_v l_{t2} l_j}{l_t l_{j2} - l_{t2} l_j}.$$

Hindamisjuhend:
Joonlaua masskeskme leidmine — 1 p.
Joonlaua tasakaalupunkti leidmine tühja topsiga — 1 p.

Idee, et ühte tühja topsi saame lisada kindla koguse vett. Vee massi leidmine — 1 p.
Joonlaua tasakaalupunkti leidmine veega topsiga — 1 p.
Tasakaalu seoste avaldamine (tühja topsiga ning koos veega) — 2 p.
Topsi massi avaldamine — 1 p.
Jõuõlgade l_v ja l_t korrektne mõõtmine (topsi keskkohast) — 1 p.
Topsi massi arvutamine täpsusega 5 % — 2 p (Väiksem täpsus (1 p)).

L69 Münt (10 p) ★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2019, P E1

Mündi paksust ei ole võimalik joonlauaga täpselt mõõta. Kasutame mündi paksuse mõõtmiseks volditud paberilehtedest torni ning vaatame, mitme paberilehe paksune on münt.
Kõige parem on voltida paberi pikemat külge, mida saab kergesti 16-ks voltida. Kasutades paberi kahte pikemat külge, saab kasutada kuni 32 lehe paksust paberitorni.
Asetame mündi lauale ning paberitorni tema kõrvale. Leiame, kui paks peaks olema paberitorn, et ta oleks mündiga sama kõrge. Kasutades tavalist paljunduspaberit (80 g/cm^2), saame ühe mündi paksuseks $h_m = 16\,\text{paberit}$.
Mündi servas oleva vao laiust on raske mõõta, parem on mõõta mündi servas oleva kõrgema osa laiust. Asetame mündi lauale ning paberitorni tema kõrvale ja leiame kõrgema osa paksuse. Kasutades tavalist paljunduspaberit (80 g/cm^2), saame ühe mündi paksuseks $h_k = 5\,\text{paberit}$.
Mündi servas oleva vao paksus on seega $h_v = h_m - 2 \cdot h_k = 6\,\text{paberit}$
Paberilehe paksuse saame kõige täpsemini mõõta, kui mõõdame 32 paberilehe paksuse torni pakuse, milleks saame $h_{32} = 3{,}3\,\text{mm}$. Ühe paberi paksus on seega $h_p \approx 0{,}1\,\text{mm}$
Mündi servas oleva vao laius on seega $h_v = 0{,}6\,\text{mm}$.

Hindamisjuhend:
Paberilehtedega paksuse mõõtmise idee — 2 p.
Paberilehe paksuse mõõtmine ja arvutamine 32 lehe paksuse torniga — 2 p.
Mündi paksuse mõõtmine paberilehtedega — 2 p.
Mündi servas oleva kõrgema osa mõõtmine paberilehtedega — 2 p.
Mündi servas oleva vao paksuse arvutamine — 2 p.

L70 Soojuskadu (12 p) ★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2019, P E1

Vee jahtumise võimsuse leidmiseks 50 °C juures segame külmast ja soojast veest kokku 51 °C vee ning mõõdame aja t, millal vesi jahtub 49 °C-ni.
Eraldunud soojuse saame kätte valmiest $Q = cm\Delta t$.
Kontrollkatses jahtus vesi 2 °C võrra $t \approx 160\,\text{s}$ Vee massi leidmiseks mõõdame topsi põhja dimaneetri d_p, ülemise diameetri d_y ning topsi kõrguse H. Arvutame topsi ruumala

$$V = SH, \quad \text{kus} \quad S = \pi \left(\frac{d_p + d_y}{4} \right)^2$$

Vee massi leiame vee tiheduse kaudu $m = \rho V$
Vee jahtumise võimsuse leiame võimsuse valemist

$$N = \frac{Q}{t} = \frac{cm\Delta t}{t} \approx 10\,\mathrm{W}$$

L71 Klots (12 p) ★★ Autor: Hans Daniel Kaimre, lõppvoor, 2019, P E2

Esmalt leiame klotsi massi. Asetame selle lauale pikemale küljele. Konksust dünamomeetriga õige pisut klotsi kergitades saame kangi, mille jaoks kehtib jõumomentide tasakaal $mg\frac{b}{2} = F_1 b$, kus F_1 on dünamomeetri näit ning b klotsi külje pikkus. Klotsi mass avaldub kui $m = 2F_1/g$.
Nüüd tõmbame dünamomeetriga klotsi mööda laua pinda ühtlase kiirusega. Tõmbejõud (dünamomeetri näit F_2) ja hõõrdejõud on tasakaalus, s.t. $F_2 = mg\mu$. Tehes siin asenduse $m = 2F_1/g$, avaldame hõõrdeteguri:

$$\mu = \frac{F_2}{2F_1}$$

Asendades mõõtmisel saadud tulemused võrrandisse, saame et $\mu \approx ...$

L72 Kumminiit (12 p) ★★ Autor: Koit Timpmann, piirkonnavoor, 2020, P E2

Õhus mõjub ülesriputatud kehale raskusjõud $F_o = mg$, millest on võimalik arvutada keha mass $m = \frac{F_o}{g}$. (1 p)
Kui keha sukeldada täielikult vette, mõjub kehale üleslükkejõud $F_y = \rho_v g V_k$. (1 p)
Kui keha on sukeldatud vette, on keha mõju riputusvahendile üleslükkejõu võrra väiksem raskujõust. $F_v = F_o - \rho_v g V_k$. (1 p)
Eelmisest seosest saab leida keha ruumala

$$V_k = \frac{F_o - F_v}{\rho_v g}.$$

Seega, keha tihedus võrdub

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{F_o \rho_v g}{g(F_o - F_v)} = \rho_v \frac{F_o}{F_o - F_v} \qquad (1\text{ p})$$

Jõud saab mõõta kumminiidi pikenemise abil. Kumminiidi pikenemine on võrdeline kumminiiti venitava jõuga $F = k(l - l_0)$. (1 p)
Mõõdame kumminiidi pikkuse, kui niiti ei ole venitatud l_0. (1 p)
Mõõdame kumminiidi pikenemise, kui keha ripub kumminiidi otsas õhus. Kehtib seos

$$F_o = mg = k(l_o - l_0) \qquad (1\text{ p})$$

Mõõdame kumminiidi pikenemise, kui keha on sukeldatud vette

$$F_v = F_o - F_y = k(l_v - l_0) \qquad (1\text{ p})$$

Leiame eelmistest seostest keha keskmise tiheduse

$$\rho = \rho_v \frac{l_o - l_0}{l_o - l_v} \qquad (1\text{ p})$$

Arvutame mõõtmistulemustest keha keskmise tiheduse — 1 p.
Kordusmõõtmised — 1 p.
Õige tulemus täpsusega $\pm 20\,\%$ — 1 p.

L73 Münt (12 p) ★★ Autor: Kaur Aare Saar, piirkonnavoor, 2021, P E2

Mõõdame joonlauaga paberi mõõtmed $a = 21{,}0\,\mathrm{cm}$ ja $b = 29{,}7\,\mathrm{cm}$ (1 p, kui kumbki ei erine rohkem kui $2\,\mathrm{mm}$ tegelikust küljepikkusest).
Leiame paberi massi. $m_{\text{paber}} = \rho ab = 5\,\mathrm{g}$ (1 p, kui mass ei erine rohkem kui $0{,}1\,\mathrm{g}$. (*Märkus:* A4 paberi jaoks võib kasutada ka pindalavalemit $A = 2^{-4}\mathrm{m}^2 = 1/16\ \mathrm{m}^2$)
Voldime paberit mööda pikemat külge mõned korrad ning teeme sellest kangi ja kasutame mündi massi leidmiseks kangkaalu põhimõtet (1 p). Et paber ei läheks liiga paksuks, et selle pealmine külg ei püsiks horisontaalsena, võib viimase voltimise jätta täisnurga alla. See suurendab ka paberi jäikust.
Paigutame mündi kangi ühte otsa (nii et pool münti jääb paberile ja pool üle paberi ääre) ning leiame kui palju võib maksimaalselt lükata paberit üle laua serva, et see ümber ei kukuks (2 p).
Teeme vähemalt 3 mõõtmist, ning leiame, et keskmiselt on laua peale jääva osa pikkus $x = 6{,}9\,\mathrm{cm}$ (2 p või 1 p kui on tehtud 2 või vähem mõõtmist).
Leiame paberi masskeskme kauguse laua servast. $y = \frac{b}{2} - x = 7{,}9\,\mathrm{cm}$ (1 p).
Paneme kirja kangi reegli laua serva kui toetuspunkti suhtes (3 p õige võrrandi eest): $ym_{\text{paber}} = xm_{\text{münt}}$.
Seega $m_{\text{münt}} = \frac{ym_{\text{paber}}}{x} = 5{,}74\,\mathrm{g}$ (1 p iga vastuse eest vahemikus $5{,}5\,\mathrm{g}$ kuni $6\,\mathrm{g}$).

L74 Paber (10 p) ★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2021, G E1

Hõõrdeteguri saame määrata kasutades kaldpinna meetodit. Voldime ühe/kaks paberit kokku, et tekitada paksem paber, mida saab kasutada kaldpinnana. Kaldpinna peale asetame kolmanda paberi (kokkuvoldutuna) ning leiame minimaalse nurga, mille korral paber hakkab kaldpinnal libisema. Hõõrdeteguri kahe paberilehe vahel saame leida seosest $\mu = \tan\alpha$.

Hindamine
Tugeva kaldpinna koostamine — 3 p.
Libiseva kehana kokkuvolditud paberi kasutamine — 1 p.
Seose $\mu = \tan\alpha$ kasutamine — 2 p.
Kaldpinna nurga/külgede mõõtmine (korduskatsed) — 2 p.
Korrektse tulemuse leidmine — 2 p.

L75 Kahe keha ruumalad (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1996, G E1

- Korrapärase kujuga keha ruumala määramine (20%)
- Idee korrapäratu kujuga keha ruumala määramiseks: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_1}{V_2}$ (30%)
- Masside suhte määramine (20%)
- Korrapäratu keha ruumala leidmine (10%)
- Mõõtmistäpsuse analüüs (20%)

L76 Magnet terasplaadil (8 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1997, G E1

Lahendus puudub.

L77 Pendel (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1998, G E1

Teooria:
Katse kirjeldus - mida ja kuidas mõõdab. Oluline on mitme perioodi mõõtmine ja pika niidi kasutamine, et saada suuremat täpsust (2 p).

Katse:
Tulemuste esitamine tabelina (1 p), õige tulemus, st pendli pikkuse kasvades periood suureneb (1 p), graafiku telgede õige valik koos ühikutega (2 p). T ja l vahelise seose leidmise idee - graafiku lineariseerimine (1 p). Õigesti teisendatud graafik (1 p). Õige seose leidmine teisendatud graafikult, mitte valemi teadmise abil (1 p).

Järeldus:
Katse tulemuse kokkuvõte, hinnang täpsusele või meetodile jne (1p).

L78 Kolm vedelikku (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1998, G E2

Teooria:
Vedeliku tiheduse määramiseks kasutame areomeetrit, mille valmistame pulgakesest ja plastiliinist. Kui üleslükkejõud on areomeetri kaaluga võrdne, siis areomeeter heljub vedelikus nii, et ta ei ulatu üle veepinna. Kui teise vedeliku tihedus on suurem, siis ulatub areomeetri ots vedelikust välja. Põhjus on selles, et ka nüüd on tarvis kompenseerida pulga kaal. Kuid kui tihedus on suurem, siis sellevõrra väiksem ruumala vedelikku tuleb välja tõrjuda ($F_{\ddot{U}} = Vg$). Kui tihedus on väiksem, siis areomeeter upub. Areomeetri idee peale tulek (2 p). Selle tööprintsiibi seletamine nii suurema kui väiksema tihedusega vedeliku korral (2p). Valemi kasutamine põhjendamisel (1 p).

Katse:
Eristatavate katsetulemuste saamine (1 p). Katsetulemuste registreerimine (klaasi number, kas ujub, heljub või upub) (1 p). Kolm ainet õiges järjekorras (2 p), kaks

ainet õiges järjekorras (1 p).

Järeldus:
Katse tulemuse kokkuvõte, hinnang täpsusele või meetodile jne (1 p).

L79 Koondava läätse suurendus (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1999, G E1

Idee võrrelda mm-paberi jaotusi, mis paistavad läbi luubi ja selle kõrval (3 p), reaalsed mõõtmistulemused (1 p), tulemus, et suurendus ei sõltu läätse ja silma vahekaugusest (1 p), tulemus, et suurendus suureneb kui läätse kaugus objektist suureneb (1 p), sellel suurenemisel on piir (1 p), suurenduse vähemalt kolme väärtuse mõõtmine (1 p), tulemuse graafiline esitamine (õiged teljed, ühikud-tähised 2 p, mittelineaarne tõusev ja sile joon graafikul 1 p), veahinnang 1 p, järeldus 1 p.

L80 Voltmeetri ja ampermeetri takistus (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1999, G E2

Kui ühendame ampermeetri ja voltmeetri jadamisi, siis mõõdab ampermeeter voltmeetrit läbiva voolu tugevust ning voltmeeter mõõdab pinget iseenesel. Pinge ja voolu suhe on voltmeetri takistus (2 p). Sobilik mõõtepiirkond voltmeetril on $20\,\mathrm{V}$ ja ampermeetril $200\,\mu\mathrm{A}$ (1 p). Kui ühendame ampermeetri ja voltmeetri rööbiti, siis mõõdab ampermeeter vooluallika lühisvoolu tugevust (voltmeetri suure takistuse tõttu on teda läbiv vool tühine) ning voltmeeter mõõdab pinget rööpühenduse otstel. Pinge ja voolu suhe on ampermeetri takistus (2 p). Mõõtepiirkondade valik: ampermeetril $10\,\mathrm{A}$, voltmeetril $20\,\mathrm{V}$ või $2000\,\mathrm{mV}$ (1 p). Korrektsed mõõtmistulemused takistuse leidmiseks: voltmeetril 1 p, ampermeetril 1 p; korrektsed arvutused: kumbki 1 p, mõõtmistäpsuse hinnang — kumbki 1 p.

L81 Läätse fookuskaugus (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2000, G E2

Katse idee, milles on määratud kaks mõõtmise meetodit — 1 p.
a) Kumerläätse läbinud paralleelsed kiired koonduvad fookuses — 1 p. Läätse fookuskauguse määramine — 2 p.
b) Kujutis on ümberpööratud ja sama suur ning asub kaugusel $2f$, kui eseme kaugus läätsest on $2f$ — 1 p. Kujutis on vähendatud, kui ese on kaugemal kui $2f$ — 1 p. Kujutis on on suurendatud, kui ese on lähemal kui $2f$ — 1 p. Eseme paigutamine $2f$ kaugusele läätsest ja kujutise leidmine — 1 p. $2f$ kauguse täpsustamine — 2 p.

L82 Pliiats vees (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2000, P E1

- Vee lisamisel esineb pliiatsi “murdumine” — (1 p)
- Selle põhjendus — (1 p)
- Nähtus oleneb pliiatsi asendist — (1 p)
- Suurim on siis, kui pliiats on klaasi keskkohast kaugeimas asukohas — (1 p)

- Põhjendus: jutt — (1 p), joonis — (1 p)
- Nähtus puudub kui pliiats asub vertikaalselt (1 p) klaasi keskel (1 p)
- Põhjendus: jutt — (1 p), joonis — (1 p)

L83 Taskulambipirni takistus (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2000, P E2

Ühendame jadamisi patarei, taskulambipirni ja testri ampermeetrina mõõtepiirkonnal $10\,\mathrm{A}$. Registreerime voolutugevuse I (2 p). Seejärel ühendame lambi otse patareiga ning testri voltmeetrina rööbiti lambiga. Registreerime klemmipinge U (2 p). Arvutame lambi takistuse eeldusel, et ampermeeter ja voltmeeter on ideaalsed: $R = U/I$ (2 p). Võrreldes tulemust mõõteriistade takistustega, veendume selles, et tehtud eeldus on piisavalt hästi põhjendatud (2 p). Täheldame, et voolu mõõtmine piirkonnal $10\,\mathrm{A}$ on väga ebatäpne (1 p). Seetõttu teostame samad mõõtmised ka ampermeetri mõõtepiirkonnal $200\,\mathrm{mA}$ (1 p). Eeldades klemmipinge konstantsust, arvutame lambi ja ampermeetri jadaühenduse kogutakistuse $R_k = U/I$ (1 p). Lambi takistuse R leidmiseks lahutame kogutakistusest ampermeetri takistuse. Seega $R = R_k - R_A$. (1 p). Kokku 12 p.

12 p võib ka teenida, rakendades keskkooli programmi kuuluvaid teadmisi:
1) mõõdame elektromotoorjõu E kui koormamata patarei klemmipinge (3 p);
2) mõõdame piirkonnal $10\,\mathrm{A}$ patarei lühisvoolu I_l (3 p);
3) arvutame patarei sisetakistuse

$$r = (E/I_l) - R_A \quad (2\text{ p});$$

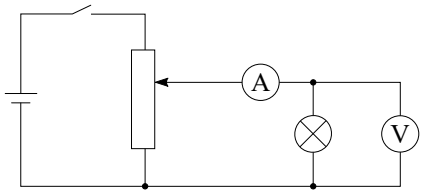
4) mõõdame voolutugevuse I läbi lambi ja ampermeetri jadaühenduse (2 p);
5) arvutame lambi takistuse valemist

$$R = (E/I) - r - R_A \quad (2\text{ p}).$$

L84 Taskulambipirni takistus 2 (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2001, G E1

Vihje: Et taskulambipatarei pinget ei saa muuta, siis kasutage reguleeritava pinge saamiseks reostaati potentsiomeetrilises lülituses.

Lahendus: Hõõglambi takistus sõltub hõõgniidi temperatuurist. Temperatuuri tõustes takistus suureneb. Hõõgniidi temperatuur sõltub voolutugevusest. Mida suurem on voolutugevus, seda suurem on temperatuur. Lambi hõõgniit on toatemperatuuril siis, kui voolutugevus lambis on 0 ehk pinge lambi hõõgniidi otstel võrdub nulliga. Mõõdame voolutugevuse lambis pinge erinevate väärtuste korral ja arvutame igal pinge väärtusele vastava takistuse väärtuse. Erilist tähelepanu tuleb pöörata mõõtmistele pinge väikestel väärtustel. Joonistame graafiku, mille ühel teljel on pinge, teisel — takistuse väärtus. Pikendades graafiku väärtuseni $U = 0$, saame hõõgniidi takistuse toatemperatuuril. Pinge muutmiseks kasutame reostaati pingejagajana. Vooluringi skeem on toodud järgmisel joonisel:



L85 Nurga joonistamine (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2000, G E1

Kui kaks tasapeeglit on teineteise suhtes mingi nurga all peegelpinnad vastakuti ja peeglite vahele paigutada ese, tekib peeglites esemest mitu kujutist. Kujutiste arv sõltub peeglitevahelisest nurgast. Teatud nurkade puhul kattuvad kaks kujutist ja sel juhul saab kujutiste arvu N peeglites arvutada seosest $N = 360°/\alpha - 1$, kus α on peeglite vaheline nurk kraadides. Näiteks, kui peeglid on $90°$ nurga all, tekib kolm kujutist, $45°$ nurga puhul seitse kujutist jne.

Hindamine: Idee — 4 p, kujutiste arv $90°$ nurga korral — 2 p, kujutiste arv näiteks $45°$ nurga korral — 2 p, algoritmi väljatöötamine — 2 p, täpse nurga joonestamine — 2 p.

L86 Vedeliku murdumisnäitaja (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2001, G E2

Lahendus: Tuleb vaadata läbi vedelike mingit eset või kujundit paberil. Teatud kauguse korral saame suurendatud kujutise. Mida suurem on kujutis, seda suurem on murdumisnäitaja, sest murdva pinna kumerus on mõlemal juhul ühesugune. Suuremale murdumisnäitajale vastab suurem murdumisnurk, sellele aga suurem kujutis. Parim seletus on joonise abil, kus on näha kujutise tekkimine läätses kahel juhul. Suuremale murdumisnäitajale vastab aga väiksem fookuskaugus.

Hindamine: Idee — 50%, põhjendamine joonisega — 50%, ilma jooniseta — 30%.

L87 Kaks läätse (15 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2002, G E2

1. Kindlaks teha, millist liiki läätsedega on tegu: kontrollida, kas lääts koondab valgust või mitte — 1 p.
2. Kindlaks teha, kumb on tugevam: panna läätsed kokku ja vaadata kas süsteem koondab valgust või mitte — 1 p.
3. Leida kumerläätse fookuskaugus: kas kasutada kauget valgusallikat või lähedast; teisel juhul tuleb mõõta ka kaugust valgusallikani ja arvutada läätse valemist $1/a + 1/k = 1/f$ fookuskaugus f. Idee — 1 p, mõõtmised — 1 p, valem — 1 p ning arvutus — 1 p.
4. Valemist $D = 1/f$ arvutada kumerläätse optiline tugevus D_k. Valem — 1 p, õige vastus — 1 p.
5. Leida eespoolkirjeldatud viisil süsteemi fookuskaugus. Idee — 1 p, teostus — 1

p.
6. Arvutada süsteemi optiline tugevus D — 1 p.
7. Leida seos süsteemi optilise tugevuse D ja kumer- ning nõguslääatse optiliste tugevuste D_k ja D_n vahel: $D = D_k - D_n$ ning arvutada D_n — 2 p.
8. Mõõtevea hindamine —2 p.

L88 Vooluring hõõglampidega (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2002, P E2

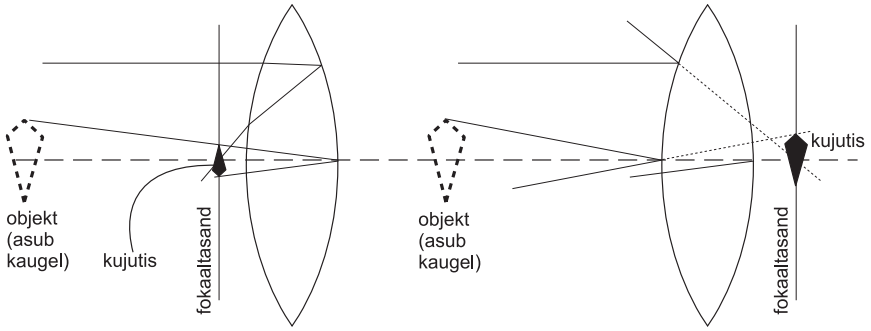
Õigesti visandatud lambid ja ühenduskohad skeemil — 2 p. Õigesti näidatud voltmeetri ja ampermeetri ühenduskohad skeemil (ampermeeter jadamisi, voltmeeter rööbiti uuritava lambiga) — 2 p. Ampermeetri ühendamine eraldi mõlemasse rööpharusse pole nõutav. Ülesandes oli ju tehtud eeldus, et lambid on ühesugused, mistõttu kumbagi rööpharu läbib pool sellest voolust, mis kulgeb jadamisi ühendatud lambis. Viimase mõõtmisest ja kahega jagamisest on küllalt. Õigesti määratud pinged — 2 p. Õigesti määratud voolutugevused — 2 p. Õigesti arvutatud võimsused ($N = IU$) ja võimsuste suhe — 2 p. Õigesti leitud piirvead — 2 p.

L89 Libisemise hõõrdejõud (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2003, G E1

a) Idee: raamatust saab moodustada kaldpinna, mille kaldenurka saab muuta, tõstes või langetades raamatu üht serva. Asetame pliiatsi ükskord kaldpinnale, nii, et see saaks sealt alla veereda, teinekord nii, et pliiats saaks libiseda. Leiame minimaalse kaldenurgaga asendi (määrates raamatu tagumise otsa kõrguse h). Mõõtes ära kaldpinna otsa sellised minimaalsed kõrgused h_v ja h_l, mille puhul pliiats veel veereb (või libiseb), saame leida otsitava suhte (2 p).
b) Arvutusvalemi tuletamine: hõõrdejõu valem $F = mgh/L$ (1 p), kus h — kaldpinna kõrgus ja L — raamatu pikkus, arvutusvalem

$$\frac{F_v}{F_l} = \frac{h_v}{h_l}\,,$$

kus indeks v tähistab veeremist ja l — libisemist (1 p).
c) h_v mõõtmine (1 p), mitme mõõtmise keskmise leidmine (1 p).
d) h_l mõõtmine (1 p), mitme mõõtmise keskmise leidmine (1 p).
e) Otsitava suhte arvutamine (1 p). Lubatud on 50% erinevus võrreldes korraldajate endi poolt antud katsevahendite komplekti juures saadud väärtusega. *NB!* Vältimaks vigu peaksid katse läbi viima üksteisest sõltumatult vähemalt kaks korraldajat.
f) Veahinnang (1 p).



NB! Joonisel on objektid ebaproportsionaalselt lähedal.

L90 Kaks kujutist (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2003, G E2

a) Kujutised tekivad valguse peegeldumisel läätse esimeselt ja tagumiselt pinnalt (1 p).
b) Läätse tagumiselt, nõgusalt pinnalt peegeldumisel tekkiva kujutise konstrueerimine (2 p).

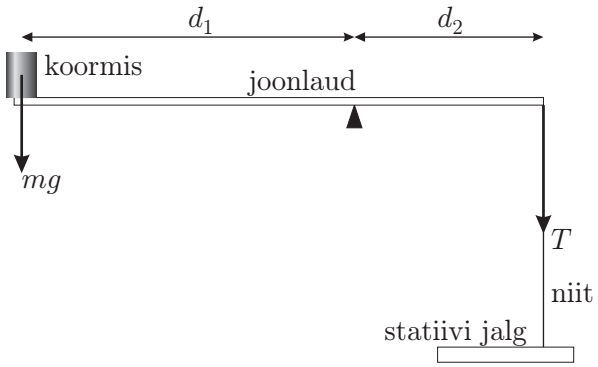
c) See on tõeline kujutis (1 p).
d) Tõeline kujutis on ümberpööratud (1 p).
e) Läätse eesmiselt, kumeralt pinnalt pinnalt peegeldumisel tekkiva kujutise konstrueerimine (2 p).
f) See on näiv kujutis (1 p).
g) Näiv kujutis on päripidine (1 p).
h) Mõlemad kujutised on vähendatud, kuid tõeline kujutis on väiksem (1 p), sest esimeselt pinnalt toimub ainult peegeldumine, tagumiselt aga lisaks veel murdumine läätses: see lühendab fookuskaugust (ilma murdumiseta oleksid need mõlemal juhul võrdsed) ja seepärast on kujutis väiksem.
i) Meile lähemal asub tõeline kujutis (1 p).
j) Kauguse kindlakstegemiseks võib näiteks silma lähendada läätsele. Kui kaugus kujutisest saab väga väikeseks, muutub kujutis ebateravaks (1 p) Kaugusi saab kindlaks teha ka parallaksi meetodil, liigutades pead ja leides juurdeviidud eseme (pliiatsi) sellise asendi, kus see ese kujutise suhtes ei liigu.

L91 Puitsilindri tihedus (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2003, G E1

Lahendus puudub.

L92 Niit (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2004, P E1

Üks võimalik lahendus põhineb kangi kasutamisel (vt. joon.). Joonlauda kasutada kangina, vardaga statiivi toetuspunktina, statiivi jalga niidi ühe otsa kinnitamiseks. Viis niiti on antud selleks, et teha viis mõõtmist ja leida keskmine tulemus.



L93 Plaat (8 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2004, G E1

Määrame esmalt plaadi raskuskeskme. Selleks paigutame plaadi laua servale nii, et see on peaaegu kukkumas. Märgime laua serva plaadile. Pöörame plaati ning kordame kirjeldatud tegevust. Saadud kahe sirge lõikepunkt ongi plaadi raskuskeskme asukoht. Nüüd on juba lihtne määrata plaadi mass kangkaalumise põhimõttel

$$m_{\text{plaat}} = m_{\text{koormis}} \frac{l_{\text{koormis}}}{l_{\text{plaat}}} ,$$

kus l_{koormis} ja l_{plaat} on vastavad kangi õlad. Kui koormise massi võib lugeda täpseks, siis maksimaalne relatiivne viga

$$\delta = \frac{\Delta l_{\text{koormis}}}{l_{\text{koormis}}} + \frac{\Delta l_{\text{plaat}}}{l_{\text{plaat}}} .$$

Plaadi mass $M = m_{\text{plaat}}\,(1 \pm \delta)$.

L94 Läätse fookuskaugus (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2006, G E1

Esimene lahendus:
Põlev lamp asetatakse kumerläätsest võimalikult kaugele, et läätsele langeva valgusvihu võiks lugeda paralleelseks (piisav vahemaa $50\ \text{cm}$). Mõõdetakse kumerläätse fookuskaugus. Kumerläätse ette asetatakse nõguslääts. Kui nõguslääts ja kumerläätse fookused ühilduvad, on pärast kumerläätse valgusvihk paralleelne. Paralleelsuse määramiseks asetatakse ekraanile paberileht ja märgitakse sellele valguslaigu läbimõõt. Ekraani nihutamisel peab valguslaik ekraanil jääma sama suureks. Mõõdetakse läätsede optiliste keskpunktide kaugused l. Nõguslääts fookuskaugus $f_n = f_k - l$.
Idee (3 p). Kumerläätse fookuskauguse määramine (1 p). Nõguslääts õigesse kohta paigaldamine (1 p). Valgusvihu paralleelsuse kontroll (1 p). Läätsede vahekauguse mõõtmine (1 p). Nõguslääts fookuskauguse arvutamine (1 p). Korduvkatsed (1 p). Veaarvutus (1 p).

Teine lahendus:
Põlev lamp asetatakse kumerläätsest võimalikult kaugele, et läätsele langeva valgusvihu võiks lugeda paralleelseks. Mõõdetakse kumerläätse fookuskaugus. Kumerläätse taha asetatakse nõgusläätse. Kui kumerläätse ja nõgusläätse fookused ühilduvad, on pärast nõgusläätse valgusvihk paralleelne. Kontrollitakse valgusvihu paralleelsus. Mõõdetakse läätsede optiliste keskpunktide kaugused l. Nõgusläätse fookuskaugus $f_n = f_k - l$.
Idee (3 p). Kumerläätse fookuskauguse määramine (1 p). Nõgusläätse õigesse kohta paigaldamine (1 p). Valgusvihu paralleelsuse kontroll (1 p). Läätsede vahekauguse mõõtmine (1 p). Nõgusläätse fookuskauguse arvutamine (1 p). Korduvkatsed (1 p). Veaarvutus (1 p).

Kolmas lahendus:
Kui valgusallikas asub piisavalt kaugel, siis võib lugeda, et läätsele langevad kiired on paralleelsed. Nõgusklaas asetatakse valgusallika ja ekraani vahele. Nõgusklaas eemaldatakse ekraanist. Teatud kaugusel ekraanist tekib läätse võru ümber hele rõngas. Mõõdetakse läätse läbimõõt, heleda rõnga läbimõõt ja läätse kaugus ekraanist ning sarnastest kolmnurkadest arvutatakse nõgusläätse fookuskaugus.
Sarnastest kolmnurkadest ilmneb, et $D/d = a/f$, millest $f = ad/D$. Meetod on eelnevatest ebatäpsem, sest ruumi valgustatus segab katse läbiviimist ning heleda rõnga piire ei ole võimalik kuigi täpselt fikseerida, seepärast on antud lahenduse eest maksimaalselt võimalik saada (6 p).

Neljas lahendus:
Põlev lamp asetatakse kumerläätse fookusesse. Pärast läätse on valgusvihk paralleelne. Nõgusklaas asetatakse heledasse paralleelsesse valgusvihku. Nõgusläätse taha paigutatakse ekraan. Nõgusklaas eemaldatakse ekraanist. Teatud kaugusel ekraanist tekib läätse võru ümber hele rõngas. Mõõdetakse läätse läbimõõt, heleda rõnga läbimõõt ja läätse kaugus ekraanist ning sarnastest kolmnurkadest arvutatakse nõgusläätse fookuskaugus. Sarnastest kolmnurkadest ilmneb, et $D/d = a/f$, millest $f = ad/D$.
Idee (3 p). Valgusallika paigutamine kumerläätse fookuskaugusesse (1 p). Valgusvihu paralleelsuse kontroll (1 p). Nõgusläätse läbimõõdu mõõtine (1 p). Ekraanil tekkinud valguslaigu läbimõõdu mõõtmine (1 p). Ekraani ja läätse vahelise kauguse mõõtmine (1 p). Korduvkatsed (1 p). Veaarvutus (1 p).

L95 Klaasplaat (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2006, G E1

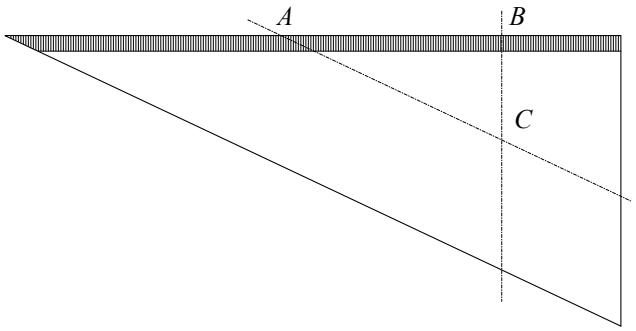
Lahendus puudub.

L96 Lamp (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2006, G E2

Liiguta tuld kiiresti käes edasi tagasi. Püsivalt põleva tule asemel näete punkte. Katsu lugeda punktide hulk ja jätkata võngutamist samas rütmis ning mõõta siis ära võnke periood. Lambi vilkumise sagedus = võngutamise sagedus × punktide hulk.
Märkus: Täpne lambi vilkumise sagedus on $f = 142\,\mathrm{Hz}$.

L97 Kolmnurk (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2007, G E2

1) Asetame kolmnurga laua servale, nii et skaalaga kaatet ristuks laua servaga. Nüüd liigutame kolmnurka üle laua serva, kuni kolmnurk kukub üle laua ääre. Siin tuleb leida viimane punkt, kus joonlaud veel ei kuku alla. Nüüd teame massikeskme x-koordinaati (eeldasime, et gradueeritud on pikem kaatet; kui skaala on lühemal kaatetil, siis saime teada massikeskme y-koordinaadi). (2 p)



2) Kuna kolmnurga teine kaatet on skaalata, siis ei saa massikeskme teist koordinaati leida analoogiliselt x-koordinaadi määramisele. Nüüd asetame kolmnurga laua servale, nii et hüpotenuus on paralleelne laua servaga. Liigutame kolmnurka üle laua serva, kuni kolmnurk kukub üle laua ääre alla. Siin tuleb jällegi leida viimane punkt, kus joonlaud veel ei kuku alla. Kolmnurga skaalaga küljelt leiame, kui kaugel on massikese nullpunktist. (3 p)
Leiame massikeskme y-koordinaadi selle järgi, kui kaugel asub massikese nullpunktist. Teeme joonise ja kanname sinna kaks joont, millest esimene kujutab massikeskme x-koordinaati ja teine kaugust hüpotenuusist. Esimese joone lõikepunkt x-teljega on punkt B ja teise joone lõikepunkt x-teljega on punkt A. Massikese asub nende kahe joone lõikepunktis (1 p). Näeme, et tekkis joonlauaga sarnane kolmnurk ABC, mille lühem külg BC ongi massikeskme y-koordinaat: $BC = AB\tan 30° \approx 0,57\ AB$. Lõigu AB pikkus on katses mõõdetud kauguste erinevus. (2 p)

Märkus:
Abivahendeid kasutades saaks y-koordinaati määrata ka teisiti: joonistame kolmnurga skaala paberile. Asetame kolmnurga laua servale, nii et skaalaga kaatet oleks

paralleelne laua servaga. Toimides nii, nagu osas 1), ning kasutades paberit mõõtevahendina, leiame y-koordinaadi.
Asetame kolmnurga laua servale, nii et skaalaga kaatet oleks paralleelne laua servaga. Liigutame kolmnurka üle laua serva ja leiame viimase punkti, kus joonlaud veel ei kuku alla. Märgime vastava koha laual sõrmega ja mõõdame kolmnurga abil sõrme kauguse laua servast. See annabki y-koordinaati. Selline sõrme kasutamine ei kuulu tema tavapäraste funktsioonide hulka, vaid ta esineb abivahendi rollis.
Taoliste meetodite korral anda kogu osa 2) eest ainult 2 punkti.

3) Katsete kordamine vähemalt kolm korda — 1 p.
4) Õige ja üheselt mõistetav vastus — 1 p.

L98 Vedeliku tihedus (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2008, G E1

Valmistame kõrrest ja plastiliinist tiheduse mõõtmiseks vajaliku seadme — areomeetri (1 p).
Olgu areomeetri kogumass m ning sukeldunud ruumalad vastavalt V_1 (tuntud vedelik nr. 1), V_2 (tuntud vedelik nr. 2) ja V_3 (tundmatu vedelik nr. 3). Areomeetri vedelikus ujumise korral on täidetud tingimus

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 = \rho_3 V_3 = m \quad (1\text{ p}).$$

Võtame kõrrel (ristlõikepindalaga S) null-nivooks sukeldumissügavuse vedeliku "3" puhul ning olgu sukeldumissügavused ülejäänud kahe vedeliku korral vastavalt h_1 ja h_2 (need on märgiga suurused). Siis

$$V_1 = V_3 + h_1 S, \quad V_2 = V_3 + h_2 S \quad (1\text{ p}).$$

Kirjutame esimesed võrrandid ümber kujul

$$V_3 = \frac{m}{\rho_3}, \quad V_3 + Sh_2 = \frac{m}{\rho_2}, \quad V_3 + Sh_1 = \frac{m}{\rho_1} \quad \Rightarrow$$
$$\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_3} = \frac{Sh_2}{m}, \quad \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_3} = \frac{Sh_1}{m} \quad (1\text{ p}).$$

Sellest võrrandisüsteemist saame avaldada otsitava tiheduse ρ_3 :

$$\rho_3 = \frac{h_1 - h_2}{\dfrac{h_1}{\rho_2} - \dfrac{h_2}{\rho_1}} \quad (1\text{ p}).$$

Mõõtmised: Mõõtmised on dokumenteeritud ja nende põhjal on leitud ρ (1 p). tulemus on tõepärane (1 p). Mõõtmisi on korratud mitu korda (1 p). Hinnatud on mõõteviga (2 p).

Alternatiivne (ebatäpne) lahendus:
Eeldame, et areomeetri sukeldumissügavus on võrdeline vedeliku tihedusega:

$$h_1 = k\left(\rho_1 - \rho_3\right), \quad h_2 = k\left(\rho_2 - \rho_3\right) \quad (1\text{ p}),$$

kus nivood on jällegi mõõdetud tundmatu vedeliku sukeldumissügavuse suhtes. Siit leiame

$$\rho_3 = \frac{\rho_2 h_1 - \rho_1 h_2}{h_1 - h_2} \quad (1\text{ p}).$$

Niisiis saab sellise lahenduse puhul lõppvalemi eest 4 p asemel 2 p. Juhul, kui seesama ligikaudne valem on tuletatud põhialustest (Archimedese seadus) lähtudes, kuid on kasutatud lähendust $|\rho_1 - \rho_2| \ll \rho_1$ ja $|\rho_1 - \rho_3| \ll \rho_1$, siis lisandub üks punkt (st valemi eest kokku 3 p).

L99 Kumminiit (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2009, G E1

Elastsusjõud $F_e = k \cdot \Delta l$, kus $\Delta l = (l - l_0)$ on kumminiidi pikenemine (1 p). (Anda see punkt ka siis, kui avaldis ei ole ilmutatult välja kirjutatud, kuid hiljem õigesti kasutatud).
Kaaluda me mutrit küll saame, aga arvulist tulemust see meile ei anna, vaid ainult suhtelise pikenemise. Seepärast valemist $\rho = m/V$ lähtuda ei anna.
Archimedese seaduse kohaselt väheneb keha kaal vees aga sama palju, kui keha tõrjub vett välja ehk arvuliselt $\rho_{\text{vesi}} \cdot V$, kui keha on veest tihedam.
Kaalumine õhus annab:

$$\rho_{mutter} \cdot V_{mutter} \cdot g = k \cdot (l - l_0)\,, \quad (1\text{ p})$$

kus l_0 on kumminiidilõigu algpikkus ja l on kumminiidi pikkus koormatuna mutriga.
Kaalumine vees omakorda annab:

$$(\rho_{mutter} - \rho_{vesi}) \cdot V_{mutter} \cdot g = k \cdot (l_v - l_0)\,, \quad (1{,}5\text{ p})$$

kus l_v on kumminiidilõigu pikkus mutri kaalumisel vette uputatuna. Jagades võrrandid omavahel läbi, saame

$$\frac{l - l_0}{\rho_{mutter}} = \frac{l_v - l_0}{\rho_{mutter} - \rho_{vesi}},$$

kust

$$\rho_{mutter} = \frac{l - l_0}{l - l_{vesi}} \cdot \rho_{vesi}. \quad (1{,}5\text{ p})$$

Kõik vajalikud mõõtmised on korralikult teostatud ja dokumenteeritud — 2 p. Kumminiidi pikkus on valitud nii, et l ulatub pea joonlaua maksimummõõduni — 1 p.
Lõppvastus vahemikus $1,90{-}2,20\ \text{g/cm}^3$ (2 p) või vahemikus kuni $1,80{-}2,30\ \text{g/cm}^3$ (1 p). (Tallinn: lõppvastus vahemikus $2,15 - 2,35\ \text{g/cm}^3$ (2 p) või vahemikus kuni $2,05 - 2,45\ \text{g/cm}^3$ (1 p).)
Mutri ruumala mõõtmise/hindamise eest punkte üldjuhul mitte anda.
Kui õpilane oma lahenduses vaid oletab, et materjal on alumiinium, ning selle põhjal paneb vastuseks $\rho = 2,7\ \text{g/cm}^3$, anda kogu lahenduse eest 1 p.
Vale elastsusjõu valemi kasutamine $F_e = k{\cdot}l$, kus l on niidi pikkus venitatud olekus — max 5 p.

Märkus: Konkreetne katse on konkreetse kummi ja selle kummi kindla lõigu puhul hästi korratav (mm täpsusega) ja seega korduvad mõõtmised midagi juurde ei anna.
Märkus 2: Mutri materjali tegelik tihedus on $2{,}7\,\mathrm{g/cm^3}$, kuid kuna kasutatav mudel ei võta arvesse kõiki faktoreid, on vastus nihkes.

L100 Traat (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2010, G E1

Ühe lambi ühendame järjestikku tuntud takistiga ning teise lambi — takistustraadiga. Takististustraadi puhul ühendame statsionaarselt vaid ühe kontakti traadi otspunktis; teise kontakti ühendame käsitsi, hoides juhet käega vastu takistustraati mingis punktis, mille asukohta saab piki traati libistades muuta. Mõlemad ahelad ühendame patarei klemmidele. Saavutame olukorra, kus mõlemad lambid põlevad ühe heledusega ning mõõdame selles asendis kontaktide vahele jääva takistustraadi osa pikkuse L. Sellises asendis on vastava takistustraadi osa takistus võrdne teise takisti takistusega, st $R = \rho 4L/\pi d^2$, millest $\rho = \pi R d^2/4L$.
Arvuliseks vastuseks saame $\rho = 1,35 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$.
Suhtelise mõõtevea leiame seosest $\Delta\rho = 2\Delta d/d + \Delta L/L$, kus nihiku viga $\Delta d \approx 0,05\ \mathrm{mm}$ ning pikkuse L vea leiame mitme mõõtmistulemuse (silmaga heleduse hindamisest johtuva) hajuvuse põhjal, $\Delta L \approx 3\ \mathrm{cm}$.

L101 Niit (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2011, G E2

Lahendusidee on kasutada kangimeetodit niidi katkemispinge määramiseks: asetame joonlaua ühele otsale klotsi ja teise otsa külge seome niidi; kinnitamiseks kasutatav aas niidi küljes peab olema piisavalt suur, et niit ei katkeks mitte aasa kohalt vaid sõlme kohalt või (eelistatult) allpool sõlme. Kangkaalu toetuspunktina kasutame laua serva. Muutes üle lauaserva ulatuva joonlauaosa pikkust leiame maksimaalse pikkuse l_1, mille puhul niit katkeb, kui allapoole sikutades üritame klotsi kergitada. Selle meetodi eest 2 punkti. Kui kaugus lauaservast klotsi keskpunktini on l_2 ning kaugus joonlaua keskpunktini L_1, klotsi mass M ja joonlaua mass m, siis jõumomentide tasakaalutingimusest saame avaldada niidi katkemispinge $T = (Ml_2 + mL_1)g/l_1$ (selle valemi eest 1,5 punkti; kui puudub joonlaua massi arvestav liige, siis 1 punkt). l_1, l_2 ja L_1 mõõtmise eest 3 × 0,5 punkti (kui on mõõdetud teisi pikkusi, mille põhjal saab mainitud kolm pikkust arvutada, siis antakse loomulikult ikkagi 1,5 punkti). Klotsi massi leidmiseks kasutame analoogset kangkaalu meetodit: tasakaalustame joonlaua otsa paigutatud klotsi joonlaua massi abil (selle idee eest 2 punkti). Kui joonlaua keskpunkt asub lauaservast kaugusel L_2 ja klotsi keskpunkt kaugusel l_3, siis $M = mL_2/l_3$ (valemi eest 1 punkt, arvutuste eest 1 punkt). L_2 ja l_3 mõõtmiste eest 2 × 0,5 punkti. Korduvmõõtmiste sooritamise eest 1 punkt. Mõistlikus suurusjärgus vastuse eest 1 punkt; kui vastus erineb õigest väärtusest enam kui 1,5 korda või lõppvastusest on ühikud puudu (kuid lahenduse põhjal on arusaadav, mis ühikud peaksid olema, siis 0,5 punkti); kui vastus erineb õigest väärtusest enam kui 2 korda (või ühikud puuduvad ning lahenduse/arvutuste põhjal pole võimalik aru saada, mis ühikud peaksid olema), siis 0 punkti.

L102 Lumi (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2011, P E2

Täidame kalorimeetri umbes kolmveerandi ulatuses veega ning mõõdame joonlauaga veetaseme kõrguse h_1 ja vee algtemperatuuri T_1. Nüüd paneme vette järjest lund ja segame seda joonlauaga lume täieliku sulamiseni, kuni veetase on sulanud lume tõttu märgatavalt tõusnud ning veetemperatuur langenud. Mõõdame taas vee temperatuuri T_2 ja kõrguse h_2.
Leiame nüüd seosed avaldamaks lume sulamissoojuse λ ja vee erisoojuse c suhte. Algselt on kalorimeetris oleva vee mass $m_1 = Sh_1\rho$, kus S on kalorimeetri ristlõikepindala ja ρ vee tihedus. Lume massi m_2 saame leida ruumalamuudust: $m_2 = (h_2 - h_1)\,S\rho$. Eeldades, et välise keskkonnaga soojusvahetus puudub, kuna kalorimeeter on isoleeritud, saame kirjutada soojushulkade kohta võrrandi:

$$m_1 c\,(T_1 - T_2) = \lambda m_2 + m_2 c\,(T_2 - 0)\,.$$

Asendades võrrandisse m_1 ja m_2 ning lihtsustades saame otsitud suuruse:

$$\frac{\lambda}{c} = \frac{h_1\,(T_1 - T_2)}{h_2 - h_1} - T_2 = \frac{h_1 T_1 - h_2 T_2}{h_2 - h_1}.$$

Vastuseks on $\frac{\lambda}{c} \approx 63\ ^\circ\mathrm{C}$.

L103 Süstal (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2011, G E1

Tõmbame süstla vett täis, suuname selle üles ja tühjendame surudes ühtlaselt, nii et veejuga kerkib kogu aeg enam-vähem samale kõrgusele. Mõõdame joonlaua abil veejoa kõrguse h ja stopperiga süstla tühjenemiseks kuluva aja. Statiivi saab kasutada joonlaua vertikaalsena hoidmiseks. Energia jäävusest veejoa jaoks saame veejoa kiiruseks süstlast väljumisel $v = \sqrt{2gh}$; veekulu $V = \frac{\pi}{4}d^2 vt = \frac{\pi}{4}d^2 t\sqrt{2gh}$. Siit saame avaldada süstla sisediameetri

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{V}{t}}(2gh)^{-1/4}.$$

Mõõtmistulemuste $t = (54 \pm 1)$ s ja $h = (12 \pm 2)$ cm ning väärtuse $V = 10$ ml põhjal saame $d \approx 0,36$ mm.
Märkus: Tulemuse mõõtemääramatust on võimalik leida seosest

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta t}{2t} + \frac{\Delta h}{4h} + \frac{\Delta V}{2V} \approx 0,08,$$

kus ruumala V määramatuseks on võetud $\Delta V = 0,5$ ml. Seega $d = (0,36 \pm 0,03)$ mm. Nii et vaatamata suhteliselt ebatäpsetele üksikmõõtmistele ei tule suhteline viga kokkuvõttes eriti suur.

L104 Must kast (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2011, G E2

Mõõdame pinge U_{13} kontaktide 1 ja 3 vahel; et voltmeeter on ideaalne, siis takistis R_1 puudub vool ja järelikult ka pinge, mistõttu

$$\mathcal{E} = U_{13}.$$

Mõõdame voolu I_{13} kontaktide 1 ja 3 vahel; et takistile R_1 rakendub patarei kogupinge (ampermeetri takistus on tühine), siis

$$R_1 = \mathcal{E}/I_{13}.$$

Mõõdame voolu I_{23} kontaktide 2 ja 3 vahel; et ampermeetri takistus on tühiselt väike, siis kogu vool läbib ampermeetrit (vältides takistit R_3) ja patarei kogupinge rakendub takistile R_2, seega

$$R_2 = \mathcal{E}/I_{23}.$$

Mõõdame pinged U_{12} ja U_{23}, vastavalt kontaktide 1 ja 2 ning 2 ja 3 vahel; et sama vool läbib takisteid R_2 ja R_3, siis jaguneb patarei pinge neil võrdeliselt takistuste väärtustega. Arvestades, et U_{12} annab pinge takistil R_2 (takistil R_1 vool ja pinge puuduvad), saame $U_{12}/U_{23} = R_2/R_3$, millest

$$R_3 = R_2 U_{23}/U_{12}.$$

L105 Pliiats (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2012, G E2

Mähime ümber pliiatsi N niidikeerdu, nt $N = 10$ (mõistlikult suur arv keerde: 1 p) ning kasutame sellele tiirude arvule vastavat niidi osa matemaatilise pendli ehitamiseks (2 p) (vähendades niidi pikkust selle vahemaa võrra, mis eraldab niidi ja koormise ühenduspunkti koormise masskeskmest (1 p)). Mõõdame stopperiga võnkeperioodi T (3 p) kasutades mõõtetäpsuse huvides suurt võngete arvu (1 p), nt $M = 20$. Seosest $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ (2 p) saame pliiatsi ümbermõõdu $p = l/N = T^2 g/4\pi^2 N$ (1 p). Numbriline vastus (1 p).

L106 Kumminiit (14 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2012, P E2

Kumminiidi pikenemine on võrdeline kumminiidile mõjuva jõuga.
Mõõdame kumminiidi pikenemise õhus $\Delta l_1 = l_1 - l_0$ poldile ja mutrile mõjuva raskusjõu $F_o = mg$ mõjul.
Mõõdame kumminiidi pikenemise $\Delta l_2 = l_2 - l_0$, kui polt mutriga on vees $F_v = F_o - \rho g V$.
Lahutame teisest seosest esimese. Kumminiidi pikenemine $\Delta l_{\text{vesi}} = \Delta l_1 - \Delta l_2$ vastab keha poolt välja tõrjutud veele mõjuvale raskusjõule $F_o - F_v = \rho g V$.
Arvutame keha poolt välja tõrjutud veele mõjuva raskusjõu $m_{\text{vesi}}\, g = \rho V g$. Sellega oleme kalibreerinud kumminiidi.

Keha ruumala mõõtmiseks tuleb kujundada skaala vee ruumala mõõtmiseks. Me saame mõõta vee nivoo muutust, me ei saa eriti hästi mõõta purgis oleva veepinna pindala.
Valame vee topsi kuni jooneni ja mõõdame veenivoo purgis. Nüüd valame topsist vee purki ja mõõdame uuesti veenivoo purgis. Nivoode erinevus vastab $150\ \mathrm{ml}$ veele. Saame arvutada, kui suur vee ruumala muutus purgis vastab vee nivoo muutusele $1\ \mathrm{mm}$ võrra.
Mõõdame veenivoo purgis enne keha sukeldamist ja pärast sukeldamist ning arvutame keha ruumala, mis vastab ka välja tõrjutud vee ruumalale.
Seosest

$$\frac{\Delta l_{\text{vesi}}}{\Delta l_1} = \frac{m_{\text{vesi}}\, g}{m_{\text{keha}}\, g}$$

saame

$$m_{\text{keha}} = \frac{\Delta l_1 m_{\text{vesi}}}{\Delta l_{\text{vesi}}}.$$

Poldi ja mutri mass kokku on $112\ \mathrm{g}$.

L107 Täht (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2013, G E1

a) (8 p) Ühendame patarei tähe kahest tipust tulevate juhtmetega (olgu need näiteks roheline ja kollane). Sel juhul on takistid $\mathrm{R_R}$ ja $\mathrm{R_K}$ patareiga jadamisi ühendatud ning mõlemat takistit läbib võrdse tugevusega vool. Mõõdame nendele takistitele langevad pinged U_R ja U_K, ühendades voltmeetri esmalt kollase ning punase ning seejärel rohelise ning punase juhtmega. Kuna siin eeldame, et voltmeeter on ideaalne, siis punase juhtmega takistit vool ei läbi ning temale pinget ei lange. Seetõttu saame mõõtmistest otse teada pinge kollase ning rohelise juhtmega takistitel. Ohmi seaduse järgi kehtib võrdsete voolutugevuste korral seos

$$\frac{R_R}{R_K} = \frac{U_R}{U_K}.$$

Seega annab mõõdetud pingete jagatis takistuste R_R ja R_K suhte. Kui kordame samu mõõtmisi veel kaks korda, siis saame takistuste suheteks

$$\frac{R_R}{R_K} \approx 2, \quad \frac{R_P}{R_R} \approx 2, \quad \frac{R_P}{R_K} \approx 4.$$

Nagu näha, siis on väikseima väärtusega takisti $\mathrm{R_K}$ ja vastuseks anname kõigi takistite väärtused just tema takistuse suhtes: $R_{Ks} = 1$, $R_{Rs} = 2$ ja $R_{Ps} = 4$.

b) (4 p) Takistuste absoluutväärtuste määramiseks leiame nende seose voltmeetri takistusega. Esmalt mõõdame patarei klemmipinge U koormamata olukorras. Järgmisena koormame patarei tähe kahe haruga ja mõõdame uuesti klemmipinge. Nagu näeme, siis voltmeetri näit võrreldes koormamata juhuga praktiliselt ei lange, mis tähendab, et pingeallika sisetakistusega pole vaja arvestada. Teatavasti saab reaalset voltmeetrit kujutada kui lõpmatu takistusega ideaalset voltmeetrit,

millega on rööbiti ühendatud reaalse voltmeetri takistusega võrdse väärtusega takisti. Ühendame nüüd jadamisi patarei, voltmeetri ja tähe kaks haru. Voltmeeter mõõdab nüüd pinget U_V omaenda takistil. Jadaühenduses jaotub patarei pinge

$$U = U_{R1} + U_{R2} + U_V,$$

kus U_{R1} ja U_{R2} on patareiga ühendatud tähe harudele langevad pinged. Seega $U_{R1} + U_{R2} = U - U_V$ ja jällegi Ohmi seadus rakendades saame

$$\frac{R_1 + R_2}{R_V} = \frac{U - U_V}{U_V},$$

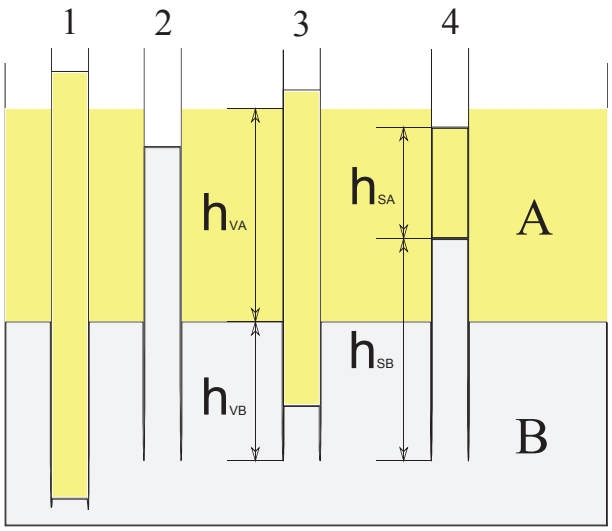
kus R_V on voltmeetri takistus. Nagu näha on mõõdetavate suuruste U ja U_V vahe suurim ja tulemus täpseim, kui kasutada kahte suurema väärtusega takistit. Ülesande a-osast teame, et $R_R = 2R_K$ ja $R_P = 4R_K$, millest saame arvutada

$$R_K = \frac{R_V\,(U - U_V)}{6U_V}.$$

Kuna $R_V = 4500\ \Omega$ ja tüüpiliselt $U \approx 5,8\ \mathrm{V}$ ning $U_V \approx 5,3\ \mathrm{V}$, siis saame takistite väärtusteks $R_K \approx 70\ \Omega$, $R_R \approx 140\ \Omega$ ja $R_P \approx 280\ \Omega$.

L108 Vedeliku tihedus (10 p) ★★★ Autor: Eero Uustalu, piirkonnavoor, 2014, G E1

Ülesanne taandub vedelikusammaste rõhkude tasakaalule.
Kõrre sisse peab tekitama teise vedelikusammaste kõrguste jaotuse kui kõrrest väljas (nagu lähtub jooniselt). Juhtude 1 ja 3 tekitamiseks peab ülumise vedeliku kõrre sisse imema, kõrre pealt sulgema ning uputama alumise otsa alumise (tihedama) vedeliku põhjani ning seejärel avama. Juhtude 2 ja 4 tekitamiseks peab kas tühja kõrre pealt sulgema ja uputama alumise otsa alumise (tihedama) vedelikuni ning seejärel avama või puhuma põhja ulatuva kõrre tühjaks ja lubama taastäituda. Katse selgitus olemas või katse läbi viidud ehk sambad tekitatud ja mõõdetud — 2,5 p.



Märgitakse, et vajalik on eralduspinna selge eristumine ja/või oodatakse vedelike eralduspinna selginemist (1 p).
Lähtudes rõhkude võrdsusest toru alumises otsas juhu 4 näitel:

$$p = h_{VA} \cdot \rho_A \cdot g + h_{VB} \cdot \rho_B \cdot g = h_{SA} \cdot \rho_A \cdot g + h_{SB} \cdot \rho_B \cdot g \quad \text{(1 p)}$$

$$(h_{VA} - h_{SA}) \cdot \rho_A = (h_{SB} - h_{VB}) \cdot \rho_B$$

$$\rho_A = \frac{h_{SB} - h_{VB}}{h_{VA} - h_{SA}} \cdot \rho_B \quad \text{(0,5 p)}$$

Kõrre täiteks kasutatakse vaid ühte vedelikest (nagu juhtudel 1 ja 2 , kuna siis saab suurima vedelikusammaste kõrguste vahe) (1 p).
Näidatakse, et täpseima tulemuse saab, kui kõrs täita vedelikuga mille kihi paksus anumas on väiksem (kuna siis saab suurima absoluutse vedelikusammaste kõrguste vahe) (1 p).

Viiakse läbi vähemalt üks kontrollmõõtmine taastäidetud kõrrega (1 p).
Vastus täpsusega piirides kuni $\pm 3\%$ (2 p). Täpsusega $\pm 6\%$ (1 punkt)

Ülejäänud katsevariandid:
Variant kus kõrs üritatakse täita kummagi vedelikuga ja tekitada U-toru kokku maksiumaalselt 5 punkti.
Variandid kus üritatakse kasutada kõrre sulgemist ja õhurõhku (või õhu rõhu alandamist) kokku maksimaalselt 3 punkti.

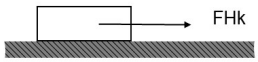
Seletuseks gümnaasiumile: viime läbi vedeliku A tiheduse mõõtemääramatuse hinnangu

$$\frac{\Delta\rho_A}{\rho_A} = \frac{\Delta h_{SB} + \Delta h_{VB}}{h_{SB} - h_{VB}} + \frac{\Delta h_{VA} + \Delta h_{SA}}{h_{VA} - h_{SA}}.$$

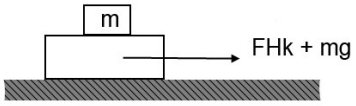
Sellest järeldub, et vähima mõõtemääramatuse saame kui: meil on mõnes sambas puudu üks vedelikukiht; sammaste absoluutsed kõrguste erinevused on maksimaalsed võimalikest.

L109 Klots (12) ★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2014, G E2

Idee 1
Niidi poolt avaldatav jõud on tõmbejõud, mis avaldub tõmbesihis.

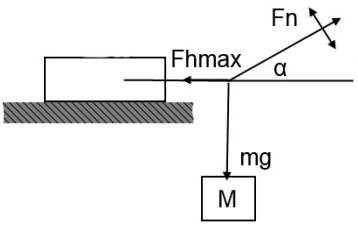


Idee 2
Klotsi hõõrdeteguri määramine koormata (või vähekoormatud klots).
Eelmise katse klotsile on lisatud koormis massiga M.



$$F_{H_{k+mg}} - F_{H_k} = \mu mg \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{F_{H_{(k+mg)}} - FH_k}{mg}$$

Idee 3
Mõõdame jõudu. Jõudu, millegamõjutame klotsi saab muuta muutes niidi tõmbenurka α ja hoides klotsilt tuleva niidi horisontaalse.

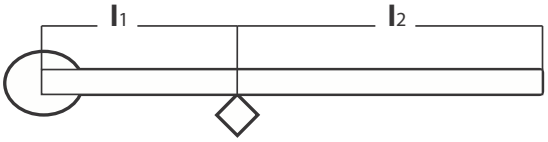


$$\frac{mg}{F_{H_{\max}}} = \tan\alpha \quad \Rightarrow \quad F_{H_{\max}} = \frac{mg}{\tan\alpha}$$

Märkused:
Paremini saab hõõrdejõudu mõõdetud, kui nurk α asub vahemikus 20° - 70°, milleks tuleb valida sovibad koormised.
μ määramise täpsus on suurem siis kui juurdelisatav koormis on suur.
Kuna μ oli väike, sai parima tulemuse kui niidi otsas oli vähim mass ja/või klots algselt lisa koormaga.
NB! Lahendusvariandid, mis sisaldavad niidi hõõret üle laua serva saavad maksimaalselt 6 punkti.

L110 Tikud (12 p) ★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2015, G E1

Koostame kahest tikust kangkaalu. Asetame ühe tiku teise peale risti. Alumist tikku hoiame nii, et terav serv oleks ülespoole, mille peale toetub ülemine tikk (vt. joonist). Määrame ülemise tiku tasakaalupunkti ning märgime selle ära.



Lahenduses eeldame, et tikuväävli raskuskese asub tikuväävli keskpunktis ning see ühtib tiku puidust osa otspunktiga.
Mõõdame tiku osade pikkused kummalgi pool tasakaalupunkti. Seal pool, kus asub tikuväävel, mõõdame kuni tikuväävli keskpunktini. Tähistame selle osa pikkuse l_1 ning teise osa pikkuse l_2.
Mõõtmiseks märgime paberile tiku pikkuse ning tasakaalupunkti ning vaatame mitu tiku laiust kumbki osa pikk on. Asetame ühe tiku märgitud punkti ning tõstame teise tiku tihedalt tema kõrvale jne.

Tikuväävlile mõjub raskusjõud, mille rakenduspunkt asub toetuspunktist kaugusel l_1 ning tiku puidust osale raskusjõud, mille rakenduspunkt asub toetuspunktist kaugusel l_x (tiku puidust osa masskese). Tähistades tikuväävli mass m ning tiku puidust osa mass M, saame kirjutada kangi tasakaalu seose kujul

$$mgl_1 = Mgl_x, \quad \text{kus} \quad l_x = \frac{l_1 + l_2}{2} - l_1 = \frac{l_2 - l_1}{2}$$

Et leida, mitu protsenti moodustab tikuväävli mass tiku kogumassist, jagame tikuväävli massi m tiku kogumassiga $M + m$:

$$M + m = M + \frac{Ml_x}{l_1} = \frac{M(l_1 + l_x)}{l_1}$$

seega,

$$p = \frac{m}{m + M} = \frac{ml_1}{M(l_1 + l_x)}$$

Asendades masside suhte m/M jõuõlgade suhtega l_x/l_1, saame

$$p = \frac{l_x}{l_1 + l_x}$$

Asendades viimasest avaldisest l_x, saame

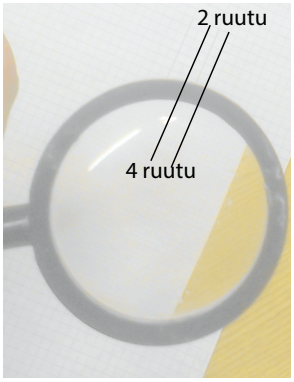
$$p = \frac{l_2 - l_1}{l_2 + l_1}$$

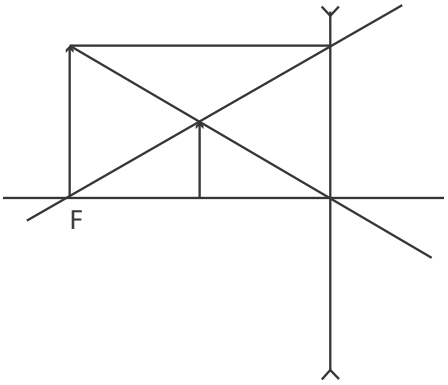
Tiku osade pikkused suhtuvad keskmise tiku korral $l_1 = 8$ tiku laiust ning $l_2 = 12$ tiku laiust.
Tulemus sõltuvalt tikust on $15\,\% - 25\,\%$.

Hindamine:
Tikkudest kangkaalu ehitamise idee — 2 p.
Oletus, et tikuväävli masskeskme asukoht ühtib tiku puidust osa otspunktiga — 1 p.
Tasakaalupunkti otsitakse tiku terava serva peal (mitte tiku lapiku külje peal) — 1 p.
Mõõtmisteks vajaliku katseskeemi joonistamine paberile — 1 p.
Tiku osade pikkuste mõõtmine tiku laiuste abil — 2 p.
Matemaatilised teisendused — 3 p. (kui õpilane avaldab kangi seadusest ainult m/M, siis saab teisenduste eest 1 p.)
Kordusmõõtmised (vähemalt 3 korda) — 1 p.
Tulemus vahemikus $15\,\% - 25\,\%$ — 1 p.
Märkus: Kui lahendaja kasutab mõõtejoonlauda, saab ülesande lahenduse eest maksimaalselt 9 punkti.

L111 Läätse fookuskaugus (12 p) ★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2015, G E2

Vaatame ruudulist paberit läbi läätse ning võrdleme ruutude suurusi, mida näeme otse paberit vaadates ning läbi läätse vaadates (vt. joonis).



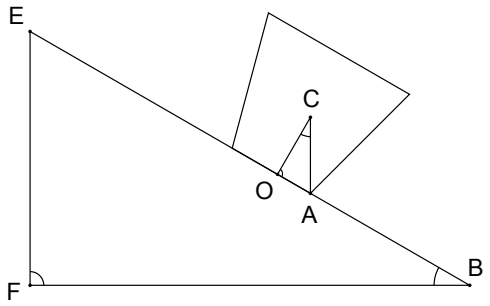


Kuna me peame leidma läätse fookuskauguse 20 % täpsusega, siis võime teha lihtsustuse, et kaugelt vaadates on kujutis objekti asukohas.
Kõige lihtsam on läätse fookuskaugust leida siis, kui nähtav kujutis on kaks korda väiksem kui ese. Sellisel juhul ühtib läätse fookuskaugus eseme kaugusega läätsest (vt joonis).
Läätse fookuskaugus on sellise meetodiga mõõtes $16\,\mathrm{cm} \pm 1\,\mathrm{cm}$.

Hindamine:
Idee võrrelda eseme suurust kujutise suurusega — 3 p.
Lihtsustus, et kujutis on objekti asukohas — 3 p.
Fookuskauguse leidmine eseme ja kujutise suuruste suhte kaudu — 4 p.
Kordusmõõtmised (3 mõõtmist) — 2 p.

L112 Tops (12 p) ★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2015, P E2

Paneme topsi kaldpinnale ja suurendame kallet niikaua kuni tops ümber kukub. Mõõdame sel hetkel kaldpinna otste kõrguste vahe h (joonisel $|EF| = h$). Mõõdame topsi alumise serva diameetri d (täpsemalt: toetuspinnaga moodustuva kontaktjoone välise diameetri), joonisel $d = 2|AO|$. Tops kukub ümber, kui massikeskme vertikaalprojektsioon läheb kontaktjoonest väljapoole, piirjuhul on see otse kontaktjoone kohal, vt joonist. Seetõttu on joonisel $\angle ACO = \angle EBF$ vastavalt ristuvate külgede tõttu ning seega on kolmnurgad ACO ja EBF sarnased. Seega otsitav kõrgus $|OC| = |BF| \cdot |AO|/|EF| = \sqrt{L^2 - h^2}d/2h$, kus L on laua pikkus $|BE|$ (samuti mõõdame üle).



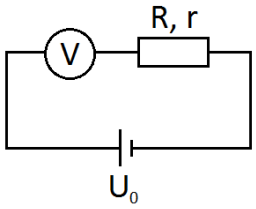
L113 Kaks palli (14 p) ★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2015, G E1

Riputame pallid paralleelsete pendlitena statiivi külge sarnaselt Newtoni hällile. Mõõdame pendlite pikkused, olgu need $L = 60\,\mathrm{cm}$. Kergitame esimese kuuli üles teatud kõrgusele, kusjuures külgsuunaline nihe olgu $x_0 = 30\,\mathrm{cm}$. Laseme selle liikuma nii, et kuul lendab vastu teist (algselt paigalseisvat) kuuli. Kui põrge oleks absoluutselt elastne, siis vahetaksid kuulid kiiruseid ehk esimene kuul jääks seisma. Kuna põrkel läheb osa energiast kaduma, siis omandab see siiski teatud kiiruse, mille põhjal teemegi kindlaks põrkel kaotatud energia. Püüame teise (algselt paigal olnud) kuuli, mis nüüd märkimisväärse kiiruse omandas, käega kinni ning teeme kindlaks, millise amplituudiga jääb võnkuma esimene kuul. Olgu amplituud $x_1 = 1{,}5\,\mathrm{cm}$. Paneme tähele, et meetod eeldab täpselt tsentraalset põrget. Kui põrge ei ole tsentraalne, omandab kuul külgsuunalise kiiruse, mille väärtus sõltub esmajoones põrke mitte-tsentraalsusest (ja vähem mitte-elastsusest). Sestap tuleb veenduda, et esimene kuul hakkaks võnkuma enam-vähem enda esialgse liikumise suunas. Kui võnkumissuund on oluliselt pöördunud, tuleb katset korrata seni, kuni õnnestub enam-vähem tsentraalne põrge. Olgu esimese kuuli kiirus enne põrget v_0. Massikeskme süsteemis lähenevad mõlemad kuulid teineteisele kiirusega $\frac{v_0}{2}$. Kui põrkel kaduma läinud energia suhe algsesse kineetilisse energiasse on k, siis pärast põrget on massikeskme süsteemis kuulide kiirused $v_1 = \frac{v_0}{2}\sqrt{1-k}$. Laboratoorses süsteemis on kiirus $v = \frac{v_0}{2} - v_1 = \frac{v_0}{2}(1-\sqrt{1-k})$. Kiiruste suhte $\frac{v}{v_0}$ saame potentsiaalsete energiate abil: $\frac{v}{v_0} = \sqrt{h_1/h_0}$, kus $h_0 = L - \sqrt{L^2 - x_0^2} \approx 80\,\mathrm{mm}$

ja analoogiliselt $h_1 \approx 0{,}19\,\mathrm{mm}$. Seega $\sqrt{1-k} = 1 - 2\frac{v}{v_0} \approx 0,903$, millest $k \approx 0,19$ ehk põrkel läheb kaduma umbes $19\,\%$ kineetilisest energiast.

L114 Takistid (12 p) ★★★ Autor: Oleg Košik, lõppvoor, 2016, P E1

Ühendame kõigepealt patarei voltmeetriga ja mõõdame patarei pinge U_0 (näidiskatses saime $U_0 = 4{,}9\,\mathrm{V}$).
Nüüd leiame voltmeetri takistuse. Selleks ühendame voltmeetri *jadamisi* patarei ja tuntud takistiga $R = 5{,}6\,\mathrm{k\Omega}$. Mõõdame voltmeetri pingeks U_1 (näidiskatses $U_1 = 2{,}2\,\mathrm{V}$). Pinge takistil on seega $U_R = U_0 - U_1$, vool $I_1 = \frac{U_R}{R}$ ning voltmeetri takistuseks saame



$$R_V = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_1 R}{U_R} = \frac{U_1 R}{U_0 - U_1} = 4{,}5\,\mathrm{k\Omega}.$$

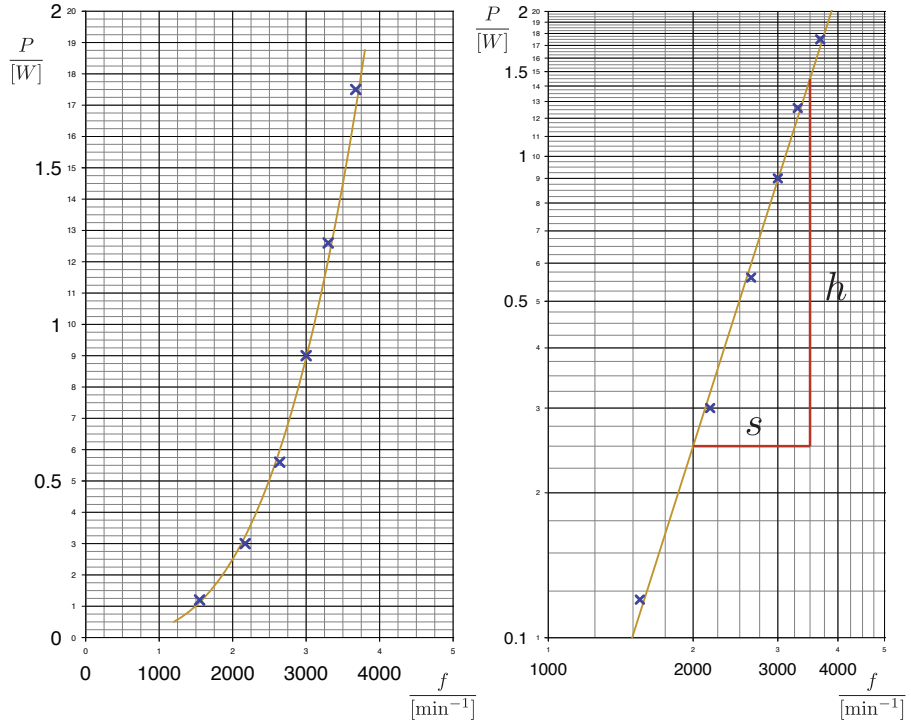
Lõpuks leiame tundmatu takisti takistuse r. Nüüd ühendame voltmeetri jadamisi patarei ja tundmatu takistiga. Mõõdame voltmeetri pingeks U_2 (näidiskatses $U_2 = 3{,}1\,\mathrm{V}$). Sarnaselt eelmise skeemiga leiame takisti takistuseks

$$r = \frac{(U_0 - U_2)R_V}{U_2} = 2{,}6\,\mathrm{k\Omega}.$$

L115 Tiivik (10 p) ★★★ Autor: Mihkel Kree, lõppvoor, 2016, G E1

Selgitame esmalt umbkaudu välja, millises pingevahemikus peab mootor töötama, et võimsus jääks vahemikku $0{,}1\,\mathrm{W}$ kuni $2\,\mathrm{W}$. See on ligikaudu $2\,\mathrm{V}$ kuni $7\,\mathrm{V}$. Otsustame selles vahemikus ühtlaste vahedega pinget muutes võtta 5 kuni 7 katsepunkti. Kanname tabelisse pinge mootoril U, voolutugevuse I ja tahhomeetri näidu t ning arvutame nende põhjal mootori võimsuse $P = UI$ ning mootori tõelise pöörlemissageduse $f = t/2$. (Tiivikul on kaks laba ning seetõttu muutub lasertäpi intensiivsus pöörlemissagedusest kaks korda tihedamini.)

U [V]	I [A]	t [min^{-1}]	P [W]	f [min^{-1}]
2,0	0,06	3100	0,12	1550
3,0	0,10	4340	0,30	2170
4,0	0,14	5280	0,56	2640
5,0	0,18	6000	0,90	3000
6,0	0,21	6600	1,26	3300
7,0	0,25	7350	1,75	3680



Kanname andmepunktid (võimsus P vs pöörlemissagedus f) logaritmiliste jaotistega teljestikule ja märkame, et andmepunktid paiknevad ligikaudu sirgjoonel. Tõepoolest, kui võtame seadusest $P = kf^n$ logaritmi, saame $\ln P$ ja $\ln f$ vahel lineaarse seose

$$\ln P = \ln k + n \ln f.$$

Sobitame läbi andmepunktide sirgjoone ning mõõdame selle tõusu n. Juhul, kui teljestiku x- ja y-jaotised on joonistatud võrdses skaalas, piisab tõusu arvutamiseks paberil joonlauga mõõdetud pikkuste h ja s jagatisest:

$$n = \frac{h}{s} = 3{,}1.$$

Üldisemal juhul peaksime tõusu arvutamiseks aga leidma logaritmide muutude suhte (näiteks graafikul punasega tähistatud lõikudes):

$$n = \frac{\ln 14{,}5 - \ln 2{,}5}{\ln 3{,}5 - \ln 2{,}0} = 3{,}1.$$

Märkus: logaritmide vahede arvutamisel ei pea ühikute pärast muretsema. Ühikud taanduvad välja, sest $\ln a - \ln b = \ln a/b$.

L116 Kalorimeeter (12 p) ★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2017, P E2

Täidame umbes pool kalorimeetrist toasooja veega (temperatuur T_0). Vee ruumala V saame mõõta kalorimeetri diameetri d ning vee kõrguse h kaudu. $V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h$. Kuna vee tihedus $\rho = 1\,\mathrm{g/cm^3}$, siis saame kalorimeetris oleva vee massiks

$$m_{vesi} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h\rho.$$

Lisame kalorimeetrisse lund nii, et vee temperatuur langeks alla 10 °C ning määrame vee lõpptemperatuuri T_1. Väike temperatuuri muutus annab väga ebatäpse tulemuse. Lisatud lume massi saame kätte sulanud vee ruumala kaudu. Mõõdame uuesti veetaseme h_2 kalorimeetris ning arvutame veetaseme tõusu $\Delta h = h_2 - h$. Seega lisatud lume mass oli

$$m_{lumi} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 (h_2 - h)\rho.$$

Lume sulamiseks vajaminev soojushulk

$$Q_1 = \lambda m_{lumi}$$

Tekkinud vee temperatuuri tõstmiseks temperatuurini T_1 vajaminev soojushulk

$$Q_2 = cm_{lumi}(T_1 - 0\,^\circ\mathrm{C}).$$

saadakse kalorimeetris olnud vee jahtumise

$$Q_3 = cm_{vesi}(T_0 - T_1)$$

ning kalorimeetri enda jahtumise arvel

$$Q_{kal} = c_{kal}m_{kal}(T_0 - T_1).$$

Teades, et $Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$ ning arvutades välja Q_1, Q_2 ja Q_{kal}, saame leida kalorimeetri soojusmahtuvuse C_{kal}

$$C_{kal} = \frac{Q_1 + Q_2 - Q_3}{(T_0 - T_1)}.$$

Hindamine:
Kalorimeetris oleva vee ruumala/massi mõõtmine — 2 p.
Kalorimeetrisse lisatud lume massi mõõtmine sulanud vee järgi — 2 p.
Vee alg- ja lõpptemperatuuri mõõtmine — 2 p.
Soojushulkade Q_1, Q_2 ja Q_3 arvutamine — 3 p.
Kalorimeetri soojusmahtuvuse C_{kal} arvutamine — 2 p.
Kogu katse tegemine vähemalt kaks korda — 1 p.
Märkus: Kui katses kasutatakse lund, siis mõjutab tulemust ka see, et kasutatav lumi on märg, mistõttu lume sulamiseks vajaminevat soojushulka Q_1 ei saa täpselt leida (ei ole võimalik hinnata seda, kui palju lumi sisaldab vett). Marja lume mainimine/mitte mainimine punkte ei mõjuta.

L117 Pendlikonstant (10 p) ★★★ Autor: Mihkel Kree, piirkonnavoor, 2017, G E1

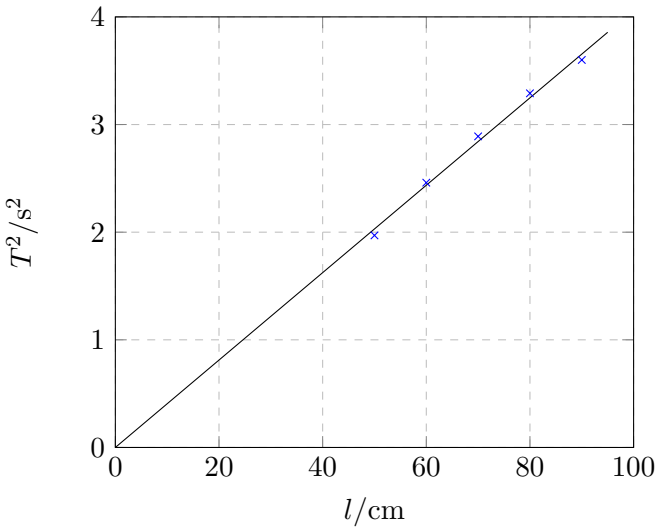
Sirget on läbi enam-vähem lineaarselt seotud suuruste graafiku suhteliselt hea sobitada võrreldes sellega, kui peab näiteks ruutjuure funktsiooni sobitama läbi andmepunktide. Sellest tulenevalt teeme oma graafiku sellise, et graafikul olevate suuruste vahel oleks lineaarne seos. Paneme graafiku x-teljele l ja y-teljele T^2. Kehtib $T^2 = \alpha^2 l$. Analoogselt võib telgedele hoopis panna $\sqrt{l}$ ja T.

Aja määramatuse vähendamiseks tuleb mõõta võimalikult palju perioode korraga. Siis aja määramatus, mis tuleb põhiliselt alg ja lõpphetke fikseerimise ebatäpsusest, jaguneb kõigi võngete peale ära ja ühe võnke perioodi saab täpsemalt teada. Pendlile tuleb anda väikene hoog, sest suure hoo korral pendli periood ei ole enam konstantne.

Teeme 5 katset nööri pikkusega vahemikus 60-100 cm, suurendades iga kord pendli pikkust 10 cm võrra. Pika nööri valime selle pärast, et siis koormise enda inertsimoment ei mõjuta tulemust ja lisaks kui koormise massikese ei ole täpselt teada, siis pikk nöör vähendab selle teadmatuse mõju. Pika nööri mõõtmiseks joonlauga teeme nöörile väiksed sõlmed või märgistused, mille vahekaugusi saame joonlauga mõõta ja kokku liita, et mõõta kogu nööri pikkust. Perioode mõõdame 20 tükki korraga. Sobitame katsepunktidest läbi sirge, mille tõusuks saame $0{,}0406\,\mathrm{s^2/cm}$. Kuna see tõus on α^2, siis $\alpha = 0{,}201\,\mathrm{s/cm^{0.5}}$.

Tabel 1: Katse tulemused.

l/cm	50	60	70	80	90
$20T/\mathrm{s}$	28.04	31.38	33.62	36.01	38.23
T/s	1.40	1.57	1.68	1.80	1.91
$T^2/\mathrm{s^2}$	1.97	2.46	2.83	3.24	3.65



Joonis 1: Katsepunktide graafik koos sobitatud sirgega.

Hindamisskeem:
Katse kirjeldus (1 p) (oluline ka dokumenteerida, mida täpselt tehakse).
Mõõtmised dokumenteeritud (1 p).
Perioodi mõõtmine vähemalt 5 erineva nööri pikkusega (2 p), vähemalt 3 erineva nööri pikkusega (1 p).
Perioodi määramisel korraga vähemalt 10 perioodi mõõtmine (2 p), vähemalt 5 perioodi mõõtmine (1 p).
Korrektse graafiku joonistamine koos sirgega (2 p).
Graafikult leitud vastus ei erine teoreetilisest väärtusest $2\pi/\sqrt{g} \approx 2{,}02\,\mathrm{s/m}^{0.5}$ rohkem kui 10% (2 p), rohkem kui 20% (1 p). (Kui õpilane leiab vastuse graafikut mitte kasutades, anda 1 p, kui vastus ei erine teoreetilisest väärtusest rohkem kui 10%).

L118 Süstal (12 p) ★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2019, P E2

Kasutame süstalt laua serval kangina. Täpsema lugemi võtmiseks tuleb süstla skaala asetada allapoole, siis saab laua servalt täpsemini lugemi võtta.
Sätime tühja süstla korral süstla kolvi 5 ml peale ning leiame laua serval tühja süstla masskeskme. Edaspidistes arvutustes võime eeldada, et kogu sütla mass asub masskeskmes.
Võtame süstlasse $V_v = 5\,\mathrm{ml}$ vett ning leiame laua serval tasakaalupunkti. Ühel kangi poolel on $V_v = 5\,\mathrm{ml}$ vett massiga $m_v = \rho V_v = 5\,\mathrm{g}$ ning teisel poolel süstla mass m_s. Leiame vee keskpunkti kauguse l_v toetuspunktist ning süstla masskeskme kauguse l_s toetuspunktist. Kangi tasakaalust saame kirja panna seose, millest

leiame süstla massi

$$m_v l_v = m_s l_s \qquad \Rightarrow \qquad m_s = \frac{m_v l_v}{l_s} = \approx 10\,\mathrm{g}$$

Hindamisjuhend:
Süstla kangina kasutamise idee — 2 p.
Tühja süstla masskeskme leidmine nii, et süstla kolb on selle ruumala juures, kui palju võetakse süstlasse pärast vett — 3 p.
Veega süstla tasakaalupunkti leidmine ning jõuõlgade mõõtmine — 2 p.
Kangi reegli väljakirjutamine ja süstla massi arvutamine — 2 p.
Süstla massi leidmine täpsusega $\pm 0{,}5\,\mathrm{g}$ (3 p), täpsusega $\pm 1{,}0\,\mathrm{g}$ (2 p).

L119 Taskulambipirni töötemperatuur (12 p) ★★★ Autor: Koit Timpmann, piirkonnavoor, 2020, G E2

Taskulambipirni hõõgniidi takistus sõltub temperatuurist. Teades toatemperatuuri, hõõgniidi takistust toatemperatuuril ja hõõgniidi aine eritakistuse temperatuurikoefitsienti on võimalik arvutada põleva taskulambipirni hõõgniidi temperatuur. (2 p)
Tähistame: toatemperatuur - t_1, põleva lambi hõõgniidi temperatuur - t_2, hõõgniidi takistus toatemperatuuril R_1, põleva lambi hõõgniidi takistus R_2.
Lambi hõõgniidi takistus toatemperatuuril on

$$R_1 = \rho_0 \left(1 + \alpha t_1\right) l/S \qquad (0{,}5\ \mathrm{p})$$

Põleva lambi hõõgniidi takistus on

$$R_2 = \rho_0 \left(1 + \alpha t_2\right) l/S \qquad (0{,}5\ \mathrm{p})$$

avaldame temperatuuri t_2:

$$R_2/R_1 = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} \qquad (1\ \mathrm{p})$$

$$t_2 = \frac{R_2 + R_2 \alpha t_1 - R_1}{R_1 \alpha} \qquad (1\ \mathrm{p})$$

Mõõtmised:

1. Valime oommeetri sobiva mõõtepiirkonna ja mõõdame toatemperatuuril oleva taskulambipirni takistuse R_1 (1 p).
2. Ühendame taskulambipirni patareiga, valime voltmeetri sobiva mõõtepiirkonna ja mõõdame pinge taskulambipirni klemmidel. (1 p)
3. Ühendame patareiga jadamisi taskulambipirni ja ampermeetri, valime ampermeetri sobiva piirkonna ja mõõdame voolutugevuse hõõgniidis. (1 p)

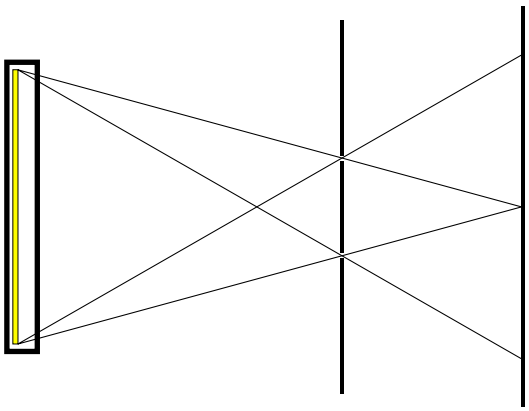
Arvutused:

1. Arvutame põleva lambi hõõgniidi takistuse valemi $R_2 = U/I$ abil. (1 p)
2. Arvutame põleva lambi hõõgniidi temperatuuri. (1 p)

Kordusmõõtmised (1 p).
Sõltuvalt taskulambipirnist on hõõgniidi töötemperatuur vahemikus 1400 °C - 1800 °C (1 p).

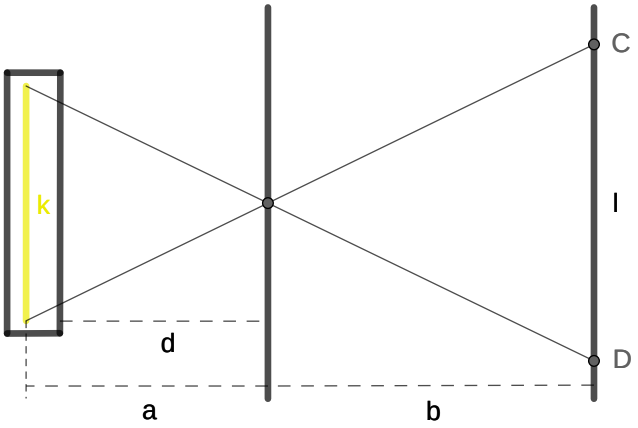
L120 LED-lambid (10 p) ★★★ Autor: Kaido Reivelt, lõppvoor, 2020, P E1

Katsevahendid võimaldavad ehitada camera obscura ehk nõelaaugu kaamera - kui teha kaardinõelaga musta paberisse auk, asetada augu ette taskulamp ja augu taha valge ekraan, siis tekib ekraanile LED-lambi LED'ide kujutis.
Valgusallika kaugus august on võimalik konstrueerida, kui teha mustas paberis kaks auku. Sel juhul tekib ekraanile kaks LED-lambi kujutist. Teame, et mõlema tekkinud kujutise äärmised kiired lähtuvad LED-lambi servadest.
Katses on otseselt vaadeldav lambi asukoht, augu asukoht, ekraani asukoht ja kujutiste asukohad. Kanname need paberile. Paberile saame kanda ka äärmised kiired (olles seda tehes hoolikas, et projektsioonid kiirte tasandist paberi tasandile oleksid tehtud täpselt). Nende kiirte pikendused LED-lambi poole ristuvad LED-lambi reaalses aukohas klaasi taga. Nii saame jooniselt välja lugeda LED-lambi kauguse lambi klaasist.



Otsitavaks kauguseks saame ligikaudu 7 mm.

Lahendus 2 (autor Oleg Košik).
Camera obscura tekitatud kujutis on fookusvaba, st tekib suvalise LED-lambi ja ekraani kauguse korral august. See annab võimaluse määrata otsitav kaugus ka ühe augu abil:



Mõõdame valgusallika pikkuse k (väljalülitatud režiimis otsmiste täppide vahekauguse), selle kujutise CD pikkuse l, ekraani ja paberi kauguse b ning ekraani ja valgusallika klaasi kauguse d. Sarnastest kolmnurkadest leiame, et valgusallikas asub ekraanist kaugusel $a = \frac{bk}{l}$ ning klaasist kaugusel

$$x = a - d = \frac{bk}{l} - d.$$

Saame, et $x \approx 7\,\mathrm{mm}$.

L121 Must kast (12 p) ★★★ Autor: Hans Daniel Kaimre, lõppvoor, 2020, P E2

Paneme esmalt tähele, et kuna voltmeetrit võib käsitleda ideaalsena, siis ühendades multimeetri voltmeetrina klemmide R ja P vahele, on pingelang takistil R_2 marginaalne. Järelikult $U_{RP} = U$. Ühendades multimeetri ampermeetrina punktide S ja P vahele, läbib vool ainult takistit R_1, seega Ohmi seadusest

$$R_1 = \frac{U}{I_{SP}} = \frac{U_{RP}}{I_{SP}}.$$

Kui multimeeter ühendada ampermeetrina klemmide P ja R vahele, on pinge R_2 klemmidel võrdne pingega patarei klemmmidel ning

$$R_2 = \frac{U_{RP}}{I_{RP}}.$$

Siit edasi on kaks erinevat lahenduse võimalust: multimeetri oommeetri funktsiooni kasutades (a) ning seda funktsiooni kasutamata (b).
a) Ühendades lüliti lahti (asendisse *OFF*), saame mõõta multimeetri oommeetri funktsiooniga otse takistusi. Niimoodi saamegi, et:

$$R_{SP} = R_3$$

b) Selleks, et leida R_3 takisti väärtus ainult volt- ning ampermeetrit kasutades, paneme tähele et kui takistit R_2 vool ei läbi, peab voolutugevus takistites R_1 ja R_3 olema võrdne, seega

$$\frac{U_{SR}}{R_1} = \frac{U_{SP}}{R_3} \Rightarrow R_3 = \frac{U_{SP}}{U_{SR}} R_1$$

Lahendusi on muidugi veel, kuna saame teha 7 üksteisest sõltumatut (2 pinget, 2 takistust ning 3 voolutugevust) erinevat mõõtmist ning tundmatuid on 4, kuid ülaltoodud variandid on žürii arvates lihtsaimad. Erinevad võimalikud mõõtmistulemused on järgmised: $U_{RP} = 3{,}25\,\mathrm{V}$, $U_{SR} = 2{,}05\,\mathrm{V}$, $U_{SP} = 1{,}204\,\mathrm{V}$, $I_{SP} = 6{,}37\,\mathrm{mA}$, $I_{SR} = 4{,}77\,\mathrm{mA}$, $I_{RP} = 13{,}5\,\mathrm{mA}$, $R_{SP} = 300\,\Omega$, $R_{SR} = 750\,\Omega$, $R_{RP} = 1050\,\Omega$. Nendest tulemustest saame:

$$\begin{aligned} U &= U_{RP} = 3{,}25\,\mathrm{V} \\ R_1 &= \frac{U_{RP}}{I_{SP}} = \frac{3{,}25\,\mathrm{V}}{6{,}37\,\mathrm{mA}} = 510\,\Omega \\ R_2 &= \frac{U_{RP}}{I_{RP}} = \frac{3{,}25\,\mathrm{V}}{13{,}5\,\mathrm{mA}} = 240\,\Omega \\ R_3 &= R_{SP} = 300\,\Omega \end{aligned}$$

L122 Optiline tihedus (10 p) ★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2021, P E1

Tuleb vaadata läbi vedelike mingit eset või kujundit paberil. Asetades need pudelile piisavalt lähedale, näeme suurendatud (ümber pööramata) kujutise. Mida suurem on kujutis, seda suurem on optiline tihedus, sest murdva pinna kumerus on mõlemal juhul ühesugune. Suuremale murdumisnäitajale vastab suurem murdumisnurk, sellele aga suurem kujutis (parim seletus on joonise abil).
Kuivõid vesi ja toiduõli omavahel ei segune, võime need paremaks vaatlemiseks korraga pudelisse valada (vesi jääb alla ja toiduõli ülesse). Näeme, et toiduõlis on kujutis suurem, mistõttu on toiduõli optiliselt tihedam.
Vee murdumisnäitaja on $1{,}33$, toiduõli oma $1{,}47$.

L123 Paberi tihedus (12 p) ★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2021, P E2

Lõikame mõlemad paberid täpselt sama suurusteks, mida suurem, seda parem.
Tiheduste suhte leidmiseks peame leidma fooliumpaberi ja ümbrispaberi masside suhte m_f/m_p ning paksuste suhte h_f/h_p. Tiheduse valemist saame avaldada tiheduste suhte masside ja paksuste suhete kaudu

$$\frac{\rho_f}{\rho_p} = \frac{m_f V_p}{m_p V_f} = \frac{m_f}{m_p} \cdot \frac{h_p}{h_f}$$

Masside suhte leidmiseks kasutame kangimeetodid. Paberi saame voltida nii, et seda saab kangina kasutada ja saame leida paberite masside suhte m_f/m_p.
Paberi paksuste suhte h_p/h_f leidmiseks voldime paberi mitu korda kokku (näiteks 16 kihti) ning vaatame, mitu kihti paberit on sama paks kui 16 kihti fooliumpaberit.

L124 Spagett (10 p) ★★★ Autor: Kaarel Kivisalu, piirkonnavoor, 2022, G E1

Lahendus 1:
Painutame spagetikõrt võttes mõlemast otsast kahe näpuga kinni ja suurendades otste (täpsemalt: otstest tõmmatud puutujate) vahelist nurka α kuni spagetikõrre murdumiseni ning teeme kindlaks vastava maksimaalse nurga $\alpha_{\max}$. Suure spagetiringi raadius on siis $R = l/\alpha_{\max}$, kus l on kõrre pikkus.
Märkus: Nurga mõõtmine on eksperimentaalselt suhteliselt keeruline kasutades ainult millimeeterpaberit, kuid trigonomeetriat kasutades siiski võimalik.

Lahendus 2:
Painutame spagetikõrt analoogselt lahendusega 1. Seekord mõõdame vabalt sõrmede vahelise spagetikõrre pikkuse l ning kui kaugele spageti keskpunkt maksimaalselt jõuab kinnihoidmiskohtasid ühendavast sirgest a. Siis saab kõveruraadiuse leida võrrandist $1-\frac{a}{R} = \cos\frac{L}{2R}$. Seda võrrandit tuleb lahendada numbriliselt, kuna vähemalt lihtsat analüütilist lahendust pole.

HIndamine:

- Spageti painutamine nii, et avaldatakse näppudega ainult jõumomenti (mitte jõudu) spageti painutamiseks. Sellisel juhul moodustub spagetist ringjoone kaar. (3 p)
  Märkus: Rakendades jõudu ei teki spagetis ringjoone kaart. Siiski sobivalt jõudu rakendades on võimalik kirjeldada spageti kuju (sinusoid, kuupparabool vms sõltuvalt jõust ja jõumomendist) ning leida Youngi moodul, mille kaudu saab avaldada ringikujulise spageti raadiuse. Koos piisava matemaatilise kirjeldusega on võimalik ka sellisel juhul saada täispunktid.
- Oma valitud meetodi jaoks leitud võrrand raadiuse leidmiseks. (3 p)
- Tehtud vähemalt 3 mõõtmist (punktide saamiseks vajalik andmepunktide olemasolu). (2 p)
- Iga mõõtmise jaoks välja arvutatud pika spageti raadius. (1 p)
- Lõppvastus mõistlikus vahemikus keskmisena üksikute mõõtmiste raadiustest. Ligikaudu 850 mm, see võib varieeruda arvestatavalt kuna spagettide tootjad on erinevad ning esineb ka spagetikõrte vaheline variatsioon. Vastused võiksid olla vahemikus 700 mm kuni 1000 mm (ideaalis peaks iga spagettide tootja jaoks tegema kontrollmõõtmised ja selle järgi määrama sobiliku vahemiku). (1 p)

L125 Nõguslääts (12 p) ★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2022, P E1

Asetame läätse millimeeterpaberile.
Fookuskauguse mõõtmiseks suuname läätse optilise peateljega paralleelse kiire läätseni ning joonistame millimeeterpaberile murdunud kiire. Kui me suuname läätsele mitu optilise peateljega paralleelset kiirt, siis murdunud kiirte pikendused (joonistame need millimeeterpaberile) kohtuvad fookuses F. Mõõdame millimeeterpaberi abil fookuse F kauguse läätse keskpunktist, mis ongi nõguslääts fookuskaugus f_l.

Kumerusraadiuse leidmiseks talitame samamoodi, kuid märgime millimeeterpaberile läätselt (mis toimub kui nõguspeegel) peegeldunud kiired. Nõguspeegli korral peegli optilise peateljega paralleelsed kiired koonduvad fookuses F. Teades nõguspeegli fookuse F asukohta, saame mõõta fookuskauguse f_p. Teades, et kumerusraadius $R = 2f_p$, saame arvutada kumerusraadiuse R.

L126 Luubi suurendus (15 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1996, G E2

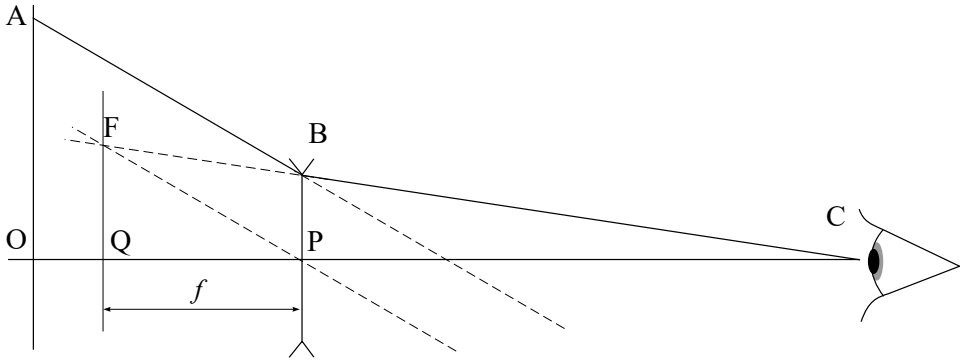
- Suurenduse määramise idee: võrreldakse läbi luubi paistvate joonte arvu palja silmaga nähtavate joonte arvuga (20%)
- Maksimaalse suurenduse määramine (20%)
- Fookuskauguse määramise idee: ∞ tulevate kiirte abil (10%)
- Fookuskauguse määramine (5%)
- Veahinnangud (15%)
- Järeldus: kas tulemused kattuvad vea piires või ei (10%)
- Põhjendus: suurendus oleneb sellest, kui lähedal luup paberile on, sellest oleneb ka kujutise asukoht. See tähendab, et alati ei teki kujutis parima nägemise kaugusele. Silma pingutades võib aga ka neil juhtudel kujutist näha (vms) (20%)

L127 CD-plaat (11 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2001, G E2

CD-plaadi pinda võib vaadelda kui peegeldifraktsioonvõret. Suuname sellele kaugest valgusallikast (päike või laelamp) tulevad paralleelsed kiired ja jälgime difrageerunud valgust. Mõõdame ära I järku spektri laiuse CD-l (violetse ja punase serva vahekauguse) ning silma kauguse plaadist. Siis saame arvutada spektri servadele vastavate kiirte vahelise nurga α. Edasi tuletame valemi $d(\sin\alpha_p - \sin\alpha_v) = m(\lambda_p - \lambda_v)$, kus d on otsitav võre samm ja m on spektri järk (antud juhul $m = 1$). Kasutades lihtsustust $\sin x \approx x$, saame $d = m(\lambda_p - \lambda_v)/\alpha$. Radade vaheliseks kauguseks saame $d \approx 1...2\ \mu\mathrm{m}$.

L128 Läätse optiline tugevus (12 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2002, G E1

Tõmbame pliiatsiga paberile lõigu pikkusega l, näiteks $l = 20\,\mathrm{cm}$. Viime silma paberist kaugusele L, näiteks $L = 30\,\mathrm{cm}$. Viime läätse paberist sellise kaugusele a, et joonistatud lõik paistab läbi läätse täies pikkuses ulatudes servast servani. Teeme paberile sobivas mõõtkavas täpse joonise. Juuresoleval pildil $OA = l/2$, $PB = d/2$ (d on läätse diameeter), $OC = L$ ja $OP = a$. Konstrueerime punkti F fokaaltasandil nii, nagu näidatud joonisel. Mõõdame fookuskauguse f, optiline tugevus $D = 1/f$.



Võib ka avaldada analüütiliselt. Selleks paneme kirja sarnaste kolmnurkade sarnasustingimused:

$$\frac{CQ}{FQ} = \frac{CP}{PB}, \quad \frac{PQ}{FQ} = \frac{PO}{AO - PB}.$$

Jagades nende võrduste vasakud ja paremad pooled saame välja taandada pikkuse FQ. Saadud võrrandist on lihtne avaldada $D = 1/f$, kui arvestame, et

$$PQ = f, \quad CQ = f + L - a, \quad CP = L - a, \quad PO = a, \quad PB = d/2, \quad AO = l/2.$$

$$D = \frac{1}{a}\left(\frac{l}{d} - 1\right) - \frac{1}{L - a} \approx 8 \text{ dptr}.$$

L129 Pirn (12 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2004, G E2

Ühendame jadamisi patarei, lambi ja testri kui ampermeetri ning registreerime lambi töövoolu I_1. Seejärel lisame samasse ahelasse takisti ning mõõdame töövoolu I_2. Nüüd teeme samad katsed ilma ampermeetrita, kuid mõõtes testri kui voltmeetriga pinget lambil. Saame vastavad pinge väärtused U_1 ja U_2. Kuna ampermeetri takistus ja voltmeetri juhtivus (st takistuse pöördväärtus) on tühiselt väike, siis võime eeldada, et voolutugevused on samad, mis eelmistes katsetes. Arvutame Ohmi seadusest lambi takistused mõlemal toitepingel (R_1 ja R_2). Mõõdame lambi takistuse testri kui oommeetriga. Kuna testri kui oommeetri (ülesandes antud) töövool on sadu kordi väiksem juba meile teada olevast lambi töövoolust, siis saame määrata suuruse R_0 (tõsi küll, suure piirveaga, kuid lõpptulemuses kajastub see vähe). Logaritmime seost $R - R_0 = cU^n$ ja saame $\ln(R - R_0) = \ln c + n \ln U$. Saadud kahe katsepunkti alusel koostame võrrandisüsteemi:

$$\ln(R_1 - R_0) = \ln c + n \ln U_1, \quad \ln(R_2 - R_0) = \ln c + n \ln U_2.$$

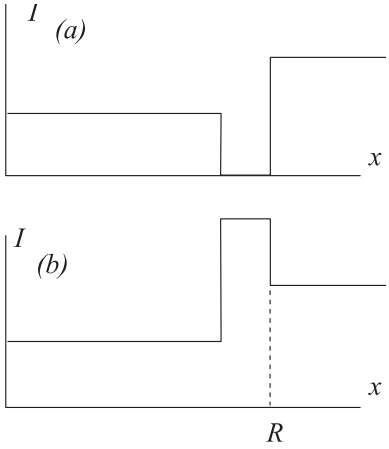
Olles lahutanud esimesest võrrandist teise, avaldame n ja c kujul

$$n = \frac{\ln(R_1 - R_0) - \ln(R_2 - R_0)}{\ln U_1 - \ln U_2}\ ; \quad c = \frac{R_1 - R_0}{U^n}.$$

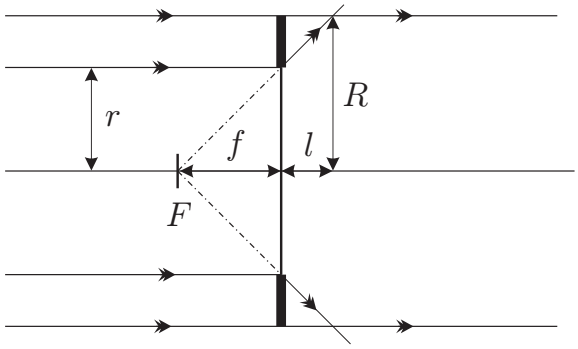
Olles teostanud mõõtmised ja arvutused, saame $n \approx 0{,}6$ ning $c \approx 5{,}5\ \Omega\,\mathrm{V}^{-0{,}6}$.

L130 Läätse fookuskaugus (10 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2005, G E1

Sõltuvalt läätse kaugusest ekraanist võib olla nähtav läätse hoidja tume vari: juhtum *(a)*, vt joonis (2 p). Kui kaugus on suurem, siis on läätse taguse tumedama piirkonna ja fooni vahel heledam piirkond, kuhu jõuavad nii otse tulevad kiired, kui ka läätsest hajunud kiired: juhtum *(b)*, vt joonis (2 p).



Fookuskauguse võib leida nt siis, kui mõõdame juhtumil *(b)* heleda piirkonna diameetri $D = 2R$ — siis, kui läätse kaugus ekraanist on l.



Leiame fookuskauguse f sarnastest kolmnurkadest

$$\frac{f+l}{D} = \frac{f}{d} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{ld}{D-d} \quad \text{(2 p)}.$$

Mõõtmised: Mõõtmised on dokumenteeritud ja nende põhjal on leitud f (1 p); tulemus on tõepärane (1 p). Mõõtmisi on korratud mitu korda (1 p). Hinnatud on mõõteviga (1 p).

L131 Õhu tihedus (10 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2005, G E1

Õhu tihedust palli sees saab arvutada lähtudes ideaalse gaasi olekuvõrrandist

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT},$$

kus p on kogurõhk palli sees. Kuna välisrõhk on teada, siis taandub rõhu leidmine lisarõhu leidmisele palli sees. Lähtume eeldusest, et palli väikeste deformatsioonide korral muutub palli kuju, mitte aga oluliselt selle ruumala.
Kasutades markerit, vihti ja täispuhutud õhupalli, saame tasapinnaliseks surutud palli osa jäljendi millimeetripaberil ja leiame selle pindlala. Lugedes palli massi tühiseks leiame lisarõhu pallis. Saadud rõhu liidame välisrõhule ja leiame nõutud tulemuse. Arvestame, et temperatuur õhupallis on võrdne välistemperatuuriga.

L132 Tikutoos (14 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2006, G E2

Tikutoosi paberil tikuga lükates mõjub sellele jõud $F = \mu mg$ (1 p). Teatud punktist altpoolt lükates tikutoos libiseb ning ülevalt poolt lükates kukub tikutoos ümber (1 p). Libisemise tingimus:

$$Fl \leq \frac{mgd}{2},$$

kus l on kõrgus, millelt lükatakse, ja d tikutoosi paksus, m mass ja g raskuskiirendus. Ehk siis jõumoment, mis pöörab tikutoosi algasendisse tagasi, on suurem kui tikutoosi ümber lükkav jõumoment (5 p).
Kasutades suurimat kõrgust, millelt lükates tikutoos veel libiseb, ehk

$$Fl = mg\frac{d}{2} \quad (1\text{ p}) \quad \Rightarrow \quad \mu mgl = mg\frac{d}{2} \quad (0{,}5\text{ p}) \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{d}{2l}. \quad (0{,}5\text{ p})$$

Maksimaalse kõrguse määramine katseliselt, millelt tikutoos veel libiseb (3 p), sest see ei ole sugugi nii lihtne. Korduskatsed ja mingisugunegi veahinnang, näiteks: mõõtmistulemuste aritmeetiline keskmine (2 p).

L133 Must kast (14 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2007, G E2

Lahendus puudub.

L134 Süstal (14 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2008, G E2

Kolvi pindala saab avaldada kui

$$S = \frac{V_s}{l},$$

kus V_s on süstla ruumala kolvi mingi asetuse korral ja l on vastav kolvi käik. Hõõrdejõu saame leida, kui suleme süstla otsa sõrmega jättes sisse mingi koguse gaasi V_0 rõhul p_0, seejärel surudes gaasi kokku ja lastes gaasil kolb tagasi suruda. Kolb hakkab tekkinud rõhkude vahe mõjul liikuma tagasi kuni hõõrdejõud tasakaalustatakse gaasi rõhuvahest põhjustatud jõu poolt ja seega saame hõõrdejõu avaldada $F = S\Delta p$, kus Δp on rõhkude erinevus süstla sees ja süstlast väljas.

Eeldades, et temperatuur on konstantne, saame rakendada Boyle-Mariotte'i seadust:

$$p_0V_0 = p_1V_1 \quad \Rightarrow \quad p_1 = p_0\frac{V_0}{V_1} \quad \Rightarrow \quad \Delta p = p_0\frac{V_1 - V_0}{V_1} = \frac{p_0\Delta V}{V_1}.$$

Ja seega saame hõõrdejõu suuruseks:

$$F = S\Delta p = \frac{V}{l}\frac{p_0\Delta V}{V_1}.$$

Mõõtmised võiks teha nii surudes gaas kokku kui ka hõrendades gaasi ja tulemuseks võtta saadud hõõrdejõu keskmise.

Märkus: küsimus, kas vaadeldav protsess süstlas oleva gaasiga on adiabaatiline või isotermiline ei ole triviaalne; vale eelduse kasutamine tekitab 1,4-kordse vea. Õhu difusioonikonstandi abil võib hinnata soojusjuhtivuse tõttu toimuva temperatuuri ühtlustumise karakteerset aega, see tuleb suurusjärgus 1 s. Niisiis tuleks hoolt kanda, et kolvi liigutamine ei toimu väga kiiresti. Antud aspekti analüüsimata jätmise eest punkte alandada pole vaja.

Hindamine: Katse püstituse kirjeldamine — 2 p. Hõõrdejõu avaldise tuletamine — 4 p. Mõõtmiste teostamine ja jõu väärtuse arvutamine — 2 p. Katse korraldamine kahel erineval viisil (gaasi surudes ja hõrendades) ning keskmise võtmine — 2 p. Tulemus on tõepärane — 1 p. Mõõtmisi on korratud mitu korda — 1 p. Mõõtevea hindamine — 2 p.

L135 Ampermeeter (10 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2008, G E1

Voltmeetri milliampermeetrina kasutamiseks tuleb ta lülitada paralleelselt takistiga R. Mõõdame voltmeetri sisetakistuse r (vt allpool). Et $I = U\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)$. Kui meie tehtud ampermeetri klemmidele tuleb vool I ning voltmeetri lugem on U siis kehtib seos $I = \dfrac{U}{R} + \dfrac{U}{r}$. Seega on $1\,\mathrm{V}$ puhul voolutugevus läbi meie ampermeetri klemmide $10^3 \cdot \left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{r}\right)[\mathrm{mA/V}]$.

Niisiis peame leidma voltmeetri sisetakistuse. Selleks rakendame patarei pinge esmalt otse voltmeetrile, lugem $U_1 = \mathcal{E}$ annab patarei elektromotoorjõu; seejärel rakendame jadamisi takistiga R, lugem $U_2 = r\mathcal{E}/(r + R) = rU_1/(r + R)$. Seega $1 + R/r = U_1/U_2$, millest

$$r = R\frac{U_2}{U_1 - U_2}.$$

Asendades see tulemus eelpool saadud valemisse näeme, et $1\,\mathrm{V}$-se näidu puhul on voolutugevus

$$10^3 \cdot \frac{U_1}{U_2R}\,[\mathrm{mA/V}].$$

L136 Galvanomeeter (10 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2009, G E2

1) Mõõta vooluallika pinge.
2) Ühendada voltmeeter jadamisi takistiga.
3) Arvutada pingelang tuntud takistil mis on vooluallika pinge miinus voltmeetri näit jadaühenduses takistiga.
4) Ohmi seadusest leida voolutugevus tuntud takistil.
5) Teisendada voltmeetri näit ampritesse.

Hindamine: Iga lahenduse alapunkti korrektse sooritamise eest — 2 p.

L137 Pirn (12 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2009, P E2

Nominaaltakistuse lihtsalt arvutame: $R_1 = U_0^2/P_0$. Kuivõrd see on umbes 3 suurusjärku väiksem, kui takistus R, siis takistiga järjestikku patarei klemmidele ühendatuna on lambil eralduv võimsus nominaalrežiimiga võrreldes tühine ning temperatuur faktiliselt toatemperatuur.
Mõõdame sellise ühenduse juures pinged lambil U_1 ja takistil U_2. Lambi takistus $R_0 = R \cdot U_1/U_2$. Otsitav suhe $k = R_1/R_0$.

L138 Koormise mass (14 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2009, G E1

Paneme klotsi nööri otsa rippuma nii, et nöör teeb pool ringi ümber pliiatsi ja hoiame nööri vaba otsa paigal dünamomeetri abil; olgu lugem F_1. Nüüd kordame katset selle erinevusega, et nöör teeb täisringi ümber pliiatsi; olgu lugem F_2. Et $mg/F_1 = F_1/F_2$, siis $m = F_1^2/F_2 g$.

L139 Ventilaator (12 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2010, G E2

Riputame lauakese niidi abil ühest otsast kinnitades statiivi külge ning suuname ventilaatorist tuleva õhuvoo laua alumise osa vastu. Mõõdame õhuvoolust tingitud laua alumise otsa kõrvalekalde a. Ajaühikus laua alumisele otsale langeva õhu mass $m/t = \pi d^2 \rho v/4$ (kus d on ventilaatori diameeter) ning see õhumass kannab impulssi $mv/t = \pi d^2 \rho v^2/4$, mis antakse üle lauale ja kujutab endast efektiivset jõudu. Selle jõu moment tasakaalustab raskusjõu momendi $Mga/2$, st $\pi L d^2 \rho v^2/4 = Mga/2$, millest $v = \sqrt{2Mga/\pi\rho L}/d$.
Tulemuseks saame $v = 3,8\ \mathrm{m/s}$.

L140 Luubi suurendus (10 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2011, G E1

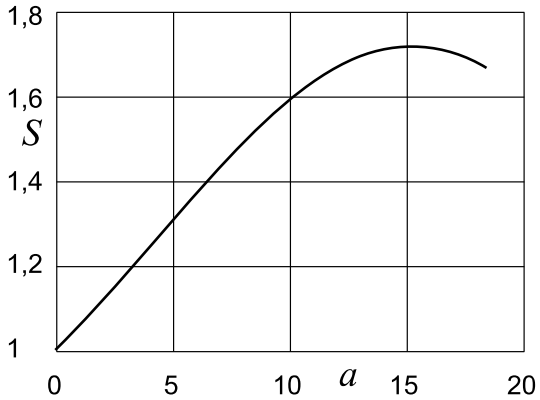
Asetame luubi millimeetripaberist erinevatele kaugustele ja võrdleme erinevatel kaugustel ruudustiku suurust läbi luubi ja ilma luubita. Mõõdame luubi kaugused millimeetripaberist ja hindame vastavad suurendused. Joonestame graafiku, millel on antud suurenduse sõltuvus eseme kaugusest luubist, kanname graafiku väljale punktid ja ühendame need.
Teoreetiliselt tuletatud avaldis luubi suurenduse jaoks (vastavalt tekstis toodud definitsioonile):

$$S = \frac{fl}{l(f-a)+a^2},$$

kus l on silma ja objekti vahekaugus ning a — objekti ja läätse vahekaugus. Kui $f > l/2$, siis omab suurendus kui funktsioon a-st maksimumi $a = l/2$ juures,

$$S_m = \frac{f}{f - l/4}.$$

Väärtuste $l = 30\,\mathrm{cm}$ ja $f = 18\,\mathrm{cm}$ jaoks on graafik toodud juuresoleval joonisel.



Hindamine: Idee katse teostamiseks — 3 p. 4-5 erineval kaugusel mõõtmist — 2 p. Mõõtmiste põhjal suurenduste arvutamine — 2 p. Tulemuste arvväärtused on mõistlikud (±30%) — 1 p. Korrektne graafik — 2 p.

L141 Muffinivorm (12 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2012, G E2

Muffinivorme üksteise sisse asetades saame tema massi suurendada, jättes efektiivse pindala samaks. Muffinivormile mõjuvad kukkumise ajal raskusjõud mg ja hõõrdejõud Cv^α, kus v on muffini kiirus. Kuna muffinivormi mass on tema efektiivse pindalaga võrreldes väike, saavutab muffinivorm kukkumise jooksul oma lõppkiiruse praktiliselt hetkeliselt.Saame võrrandi $mg = cv_1^\alpha$. märgime ära kõrguse, kust me hakkame vorme kukutama ja mõõdame kukkumise aja. Samuti toimime üksteise sisse asetatud vormidega. Sel juhul saame $2mg = cv_2^\alpha$. Jagades teise võrrandi esimesega saame: $(v_2/v_1)^\alpha = 2$. Avaldame α:

$$\alpha = \frac{ln(2)}{ln(\frac{v_2}{v_1})},$$

kus v_2 on kahe vormi koos kukkumise kiirus ja v_1 on ühe vormi kukkumise kiirus. Kui me laseme lahti vormid mõlemal korral samalt kõrguselt, saame eeldusel, et vormid saavutavad lõppkiiruse hetkeliselt ja liiguvad ühtlaselt,

$$\alpha = \frac{ln(2)}{ln(\frac{t_1}{t_2})},$$

kus t_1 on ühe vormi kukkumise aeg ja t_2 kahe vormi koos kukkumise aeg. Arvuliselt $\alpha \approx 2$. Aja ebatäpsuseks hindame mõlemal juhul näiteks $\Delta t = 0{,}15\,\mathrm{s}$. Sel juhul saab määramatust hinnata näiteks maksimumi-miinimumi meetodil:

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_{max} - \alpha_{min}}{2},$$

$$\text{kus} \quad \alpha_{max} = \frac{ln(2)}{ln(\frac{t_1-\Delta t}{t_2+\Delta t})} \quad \text{ning} \quad \alpha_{min} = \frac{ln(2)}{ln(\frac{t_1+\Delta t}{t_2-\Delta t})},$$

kus t_1 ja t_2 on vastavalt ühe ja kahe vormi keskmised kukkumise ajad.

L142 Kumminiit (12 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2013, P E2

Teeme kumminiidist ragulka ja paneme selle abil liikuma klotsi. Fikseerime klotsi poolt läbitud teepikkuse, mõõdame hõõrdejõu ja arvutame töö, mis võrdub väljavenitatud kumminiidi energiaga. Taatleme kumminiidi dünamomeetrina. Paneme 100 g vihi kumminiidi otsa ja mõõdame kumminiidi pikenemise 1 N suuruse jõu mõjul. Veame kumminiidi otsas klotsi ühtlase kiirusega mööda lauda ja mõõdame klotsile mõjuva hõõrdejõu. Laseme klotsi liikuma ja mõõdame teepikkuse. (Vähemalt 3 korda) Paneme klotsile koormise ja kordame katset. Arvutame töö ja energia keskmise väärtuse.

L143 Pinksipall (12 p) ★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2013, G E2

Paneme palli kahe joonlaua vahele, hoiame nende ühed otsad koos ja vajutame teistest otstest tugevalt kokku. Sellisel juhul moodustab hõõrde- ja rõhumisjõu summa pinnanormaaliga nurga $\alpha = \arctan(\mu)$. Mõõdame nurga 2α joonlaudade vahel (mõõtes joonlaudadade pikkuse palliga kokkupuutepunktini b ja kokkupuutepunktide vahekaudus a, $\alpha = \arcsin(a/2b)$) ning selle abil $\mu = \tan\alpha = a/\sqrt{4b^2 - a^2}$.

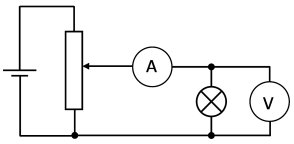
L144 Spagetid (12 p) ★★★★ Autor: Jaan Kalda, piirkonnavoor, 2014, G E2

Lahendamise esialgne idee: fikseerime spageti ühe otsa, nt hoiame sealt näpuga kinni, ja rakendame teise otsa järjest kasvavat jõudu seni kuni spageti murdub. Mõõtes jõu õla (kauguse jõu rakenduspnktist kuni murdumiskohani — mis on harilikult otse näpu juures, maksimaalsel kaugusel jõu rakenduspunktist) ning teades rakendatud jõu väärtust saame leida spageti äramurdunud otsale mõjunud jõumomendi murdumispunkti suhtes. Enne murdumist oli see välise jõu moment taskaalustatud spageti ristlõikes mõjunud pingejõudude momendiga: see ongi suurus, mida otsime. Tasakaalutingimuse tõttu pidi see otsitav suurus olema võrdne meie poolt rakendatud jõu momendiga.
Katse käigus selgub, et tüüpiline spageti on nii painduv, et täispikkuses kõrre puhul on murdumishetkel kõrre otste vaheline nurk liiga suur: jõu õlga on raske mõõta. Seepärast on mugavam mõõta lühema kõrrejupi murudmist, nt hoides kinni kõrre keskpunktist. Selgub, et see idee klapib hästi joonlaua kaaluga: kui pool joonlaua kaalust mg (kus m on joonlaua mass) rakendada kõrre otsale (selleks laseme peaaegu horisontaalsel joonlaual toetuda ühe otsaga vastu lauda ning toetame teist otsa spagetiga), siis kriitiliseks spageti õlapikkuseks (mille juures see murdub) ongi umbes pool spageti pikkusest. Kasutame alguses lühemat õlga nii, et spageti veel ei murdu ning suurendame õlga kuni murdumiseni; mõõdame murdunud spagetijupi pikkuse l (kui joonlaud ei toetunud rangelt spageti otspunktile, siis tuleb lahutada tulemist toetuspunkti kaugus otspunktist (eeldatavasti paar millimeetrit). Kui kõrre kõverus ei olnud murdumishetkel väga suur, siis ongi l jõuõlaks ning otsitav jõumoment $M = mgl/2$. Kui kõrre kõverus oli märkimisväärne, siis tuleks täpsema tulemuse huvides mõõta joonlaua abil kõrre kõõlu pikkus L murdumishetkel (sedasama murdunud kõrrejuppi uuesti painutades).
Teeme korduskatseid ning arvutame mõõtmistulemuste keskmise. Hea oleks kasutada erinevaid jõudusid: eelpoolkirjeldatud viisil rakendasime pool joonlaua kaalust, kuid kui tõsta joonlauda spagetiga joonlaua keskpunkti lähedalt, siis on võimalik saada ka joonlaua täiskaal mg (või ka nt $\frac{2}{3}mg$, kui spageti toetuspunkt on joonlaua otsast veerandi joonlaua pikkuse kaugusel).

Hindamine:
Idee arvutada jõumoment kui spageti otsale rakendatud jõu ning selle jõu õla (murdumispunkti suhtes) korrutis (3 p). Idee määrata jõu õlg murudunud spagetiotsa abil (1 p) ning reaalse mõõtmise teostamine (1 p). Valemi $M = mgl/2$ (või vastavalt

olukorrale õige avaldise, nt $M = mgl$ või $M = \frac{2}{3}mgl$) rakendamine (2 p) ja õiges suurusjärgus vastuse saamine (1 p).
Kordusmõõtmiste tegemine: iga lisamõõtmine kuni viienda mõõtmistulemseni: a 0,5 punkti. Seega lisamõõtmiste eest täiendavalt 2 p.
Vastus, mis ei erine õigest rohkem kui 50%: 0,5 punkti ning kui see ei erine rohkem kui 30%, siis kokku — 1 p.
Mainitakse, et spagetikõrre kõverus on nii väike, et spagetitüki pikkus on peaaegu võrdne jõu õlaga või kui on mõõdetud spagetitüki pikkuse asemel selle kõõlu pikkus painutatud olekus — 1 p.

L145 Elektripirni takistus (14 p) ★★★★ Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2014, P E2



Katse idee ja planeerimine. Määrata lambi takistus erinevatel pingetel, selleks mõõta pinge ja voolutugevus ning arvutada seose $R = \frac{U}{I}$ abil taksitus. Joonistada pinge – takistuse graafik, pikendada graafikut pinge väärtuseni 0 ja määrata sellele pinge väärtusele vastav takistus. Kui pinge on $0\,\mathrm{V}$, puudub lambis elektrivool ja tegemist ongi külma hõõgniidiga (4 p).
Vooluringi koostamine (vt joonist) (3 p).
Pinge ja voolutugevuse mõõtmine (2 p).
Tähelepanu sellele, et väikestel pingetel toimuvad mõõtmised tihedamini (1 p).
Takistuse sõltuvus voolutugevusest graafiku konstrueerimine (3 p).
Külma hõõgniidi takistuse leidmine (1 p).

L146 Fresneli lääts (12 p) ★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2014, G E1

Määrame läätse fookuskauguse.

$$\frac{1}{f_L} = D_L = \frac{(n-1)}{R}$$

Täidame läätse hammastatud poole ja läbipaistva plaadi vahe veega, mille tulemusena saame litläätse. Nüüd määrame selle liitläätse fookuskauguse.
Lahutame selle kaheks lähedal asetsevaks iseseisvaks läätseks, kus negatiivse vesiläätse optiline tugevus on

$$\frac{1}{f_v} = D_v = \frac{(n_v-1)}{-R}$$

Selle läätsesüsteemi optiline tugevus ja fookuskaugus on

$$\frac{1}{f_s} = D_s = D_L + D_v = \frac{(n-1)}{R} + \frac{(n_v-1)}{-R} = \frac{(n-n_v)}{R}$$

Seega

$$\frac{1}{f_L} = \frac{(n-1)}{R} \quad \text{ja} \quad \frac{1}{f_s} = \frac{(n-n_v)}{R}$$

Lahendame süsteemi ja avaldame murdumisnäitaja

$$n = \frac{n_v \cdot f_s - f_L}{f_s - f_L}$$

Kui $f_s = 0,43$ m ja $f_L = 0,15$ m, siis $n = 1,507$.

Märkus: Kaugete objektide puudumisel peaks fookuskauguse täpseks määramiseks kasutama läätse valemit

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{k}$$

kus f on fookuskaugus, a esemekaugus läätsest ning k kujutise kaugus läätsest.

L147 Niit (12 p) ★★★★ Autor: Jaan Kalda, piirkonnavoor, 2016, G E2

Seome niidi ühte otsa n klambrit (klambritest on mugav teha ahel) ja teise otsa m ning viskame niidi üle silindri (nii et niidi siht pöördub nurga π võrra). Alustuseks $n = 1$ ja leiame sellise vähima m-i väärtuse m_1, mille puhul niit hakkab libisema raskema otsa poole. Teame nüüd, et hõõrdetegur rahuldab võrratusi

$$m_1 - 1 < e^{\mu\pi} < m_1,$$

millest $\frac{1}{\pi}\ln(m_1 - 1) < \mu < \frac{1}{\pi}\ln(m_1)$. Võtame nüüd $n = 2$ ning analoogselt leiame m_2 väärtuse; kui eelmine osa oli õigesti tehtud, siis on meil kaks võimalust: $m_2 = 2m_1$ või $m_2 = 2m_1 - 1$. Nüüd saame võrratuseks

$$\frac{1}{\pi}\ln\left(\frac{m_2 - 1}{2}\right) < \mu < \frac{1}{\pi}\ln\left(\frac{m_2}{2}\right).$$

Sõltuvalt hõõrdeteguri väärtusest võib olla võimalik katse läbi viia ka $n = 3$ ja $n = 4$ juures; üldjuhul $\frac{1}{\pi}\ln\left(\frac{m_n - 1}{n}\right) < \mu < \frac{1}{\pi}\ln\left(\frac{m_n}{n}\right)$. Selle põhjal saame vastuseks anda

$$\mu \approx \frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{m_n(m_n - 1)}{n^2}\right).$$

Samuti, kui hõõrdetegur on piisavalt väike, saab teha niidiga poole keeru asemel poolteist keerdu (pöördenurk 3π). Olgu sellisel juhul niidi libisemise ajal ühes otsas 1 klamber ja teises M klambrit; siis $\frac{1}{3\pi}\ln(M - 1) < \mu < \frac{1}{3\pi}\ln M$ ning

$$\mu \approx \frac{1}{6\pi}\ln[(M - 1)M].$$

Libeda silindri ja niidi puhul võivad tulla näiteks järgmised tulemused: $m_1 = 3$, $m_2 = 5$, $m_3 = 7$ ja $m_4 = 9$. Kõige täpsema tulemuse annab $n = 4$, $\mu \approx \ln(4,5)/(2\pi) \approx 0,24$. Kui viia katse läbi poolteise keeru juures, siis saame $M = 11$, mis annab $\mu \approx \ln(110)/(6\pi) \approx 0,25$, mis on natuke täpsem tulemus (sest antud juhul $M > m_4$).

Hindamine:
Katse idee: 3 p.
Mõõtmiste eest alljärgnevalt:
leitud katseliselt ainult m_1: 2 p;
leitud katseliselt m_2, kuid mitte m_n, kus $n > 2$ (m_1 leidmine siinjuures punkte ei lisa, sest täpsust ei suurenda): 4 p;
leitud katseliselt m_3, kuid mitte m_n, kus $n > 3$: 5 p;
leitud katseliselt m_4: 6 p (kui hõõrdetegur on nii suur, et $n = 4$ puhul ei jagu klambreid, siis tuleb anda $n = 3$ eest 5 p asemel 6 p);
katse läbi viidud ka poolteise keeru juures: täiendavalt 1 p.
Kui hõõrdetegur on nii suur, et klambreid ei jätku katse läbiviimiseks poolteise keeru juures, siis kantakse see punkt eelmistele mõõtmistele, st $n = 1$: 3 p; $n = 2$: 5 p; $n = 3$: 7 p.
Kui katse on läbi viidud ainult poolteise keeru puhul, kuid ei ole mõõdetud poole keeru juures, siis antakse mõõtmiste eest kokku 6 p.
Tulemuste täpsuse eest:
Vastus arvutatud mõõtmistulemuste põhjal vigadeta ja tulemuse erinevus tegelikust väärtusest
ei ole suurem kui 10%: 2 p;
on 15% ja 10% vahel: 1,5 p;
on 20% ja 15% vahel: 1 p;
on 30% ja 20% vahel: 0,5 p.

Märkus: põhimõtteliselt on vale katset läbi viia nii, et riputada niidi otstesse võrdsed arvud klambreid, asetada see silindrile ning kallutada silindri telge leides nurga, mille juures niit hakkab libisema. Esiteks, sellisel juhul ei kehti seos $\mu = \tan\alpha$, teiseks, nurga mõõtmiseks pole katsevahendeid. Selline lahendus annab 0 p.

L148 Läätsed (12 p) ★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2017, P E2

Leiame kumerläätse fookuskaguuse f_k kasutades kaugel asuvat valgusallikat, näiteks laelampi.
Asetame kumerläätse ja nõguslääatse ükesteise peale ning leiame liitläätse fookuskauguse f_l samal meetodil.
Teades, et liitläätse optiline tugevus on üksikute läätsete optiliste tugevuste summa, saame leida nõguslääatse optilise tugevuse ja fookuskauguse f_n.

$$D_l = D_k + D_n \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{f_l} = \frac{1}{f_k} + \frac{1}{f_n} \qquad \Rightarrow \qquad f_n = \frac{f_k f_l}{f_k + f_l}$$

L149 Ruumalad (12 p) ★★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2017, G E1

Kasutame joonlauda kangina. Toetuspunktiks on lauaserv. Leiame joonlaua massikeskme. Edaspidi on joonlaua massikese täpselt laua serval.
Leiame kehade jõuõlgade l_{A1} ja l_{B1} pikkused toetuspunktist. Siis kangireegli järgi kehtib

$$m_A l_{A1} = m_B l_{B1}$$

Nüüd uputame keha A keha vette ning leiame uuesti jõuõlgade l_{A2} ja l_{B2} kaugused toetuspunktist. Kehale A mõjub ka üleslükkejõud $F_y = \rho_{vesi} g V_A$ ja kangireeglist saame

$$(m_A - \rho_{vesi} V_A) l_{A2} = m_B l_{B2}$$

Nüüd võtame keha A veest välja ja uputame keha B keha vette ning leiame uuesti jõuõlgade l_{A3} ja l_{B3} kaugused toetuspunktist. Kehale B mõjub üleslükkejõud $F_y = \rho_{vesi} g V_B$ ja kangireeglist saame

$$m_A l_{A3} = (m_B - \rho_{vesi} V_B) l_{B3}$$

Tiheduste suhe on ruumalade ja masside suhe

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A V_B}{m_B V_A}$$

Kõikidest eelnevatest võrrandistest koosnevast süsteemist tiheduste suhte avaldades saame

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1 - \frac{l_{A3} l_{B1}}{l_{A1} l_{B3}}}{1 - \frac{l_{A1} l_{B2}}{l_{A2} l_{B1}}}.$$

L150 Hõõgniidi temperatuur (12 p) ★★★★ Autor: Koit Timpmann, lõppvoor, 2018, P E2

Mõõdame testriga külma lambi takistuse. Kasutame takistuse mõõtmise piirkonda $0 - 200\,\Omega$.
Koostame vooluringi ning mõõdame pinge lambi klemmidel.
Mõõdame voolutugevuse töötavas lambis.
Eritakistuse sõltuvus temperatuurist on antud seosega $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$.
Avaldame takistuse valemist $R = \frac{\rho l}{S}$ eritakistuse $\rho = \frac{RS}{l}$.
Loeme ρ_0 volframi eritakistuse toatemperatuuril ja ρ töötava lambi hõõgniidi eritakistuse.
Tähistame Δt töötava ja mittetöötava lambi hõõgniidi temperatuuride erinevuse.
Leiame Δt.

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\frac{RS}{l}}{\frac{R_0 S}{l}} = \frac{R}{R_0}, \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{rho_0 R}{R_0} \quad \text{ja}$$

$$]\frac{\rho_0 R}{R_0} - \rho_0 = \rho_0 \alpha \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\frac{R}{R_0} - 1}{\alpha}.$$

L151 Klotsi mass (10 p) ★★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2018, G E1

Kinnitame kumminiidi mõlemasse otsa niidid. Ühe niidi otsa kinnitame klotsi külge
Hoiame niidi otsast kinni ning venitame klotsiga kumminiidi välja. Laseme kumminiidi lahti ning mõõdame teepikkuse, mille klots läbib.
Lisame klotsile 100 grammise raskuse ning venitame uuesti kumminiidi samaplaju välja, kui esimesel juhul ning laseme lahti ja mööda me samuti klotsi poolt läbitud teepikkuse.
Kumminiidi energia E_p kandub mõlemal juhul üle kotsile ning hõõrdejõud teeb klotsi pidurdamisel tööd $A = F_h s = \mu mgs$. Kuna hõõrdetegur μ on mõlemal katsel sama, saame avaldada masside suhte esimese ja teise katse jaoks järgmiselt

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{s_2}{s_1} \quad \Rightarrow \quad m_{klots} = \frac{100\,\mathrm{g} \cdot s_2}{s_1 - s_2}$$

L152 Süstal (12 p) ★★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2019, G E1

Kasutame süstalt laua serval kangina. Täpsema lugemi võtmiseks tuleb süstla skaala asetada allapoole, siis saab laua servalt täpsemini lugemi võtta.
Sätime tühja süstla korral süstla kolvi 5 ml peale ning leiame laua serval tühja süstla masskeskme. Edaspidistes arvutustes võime eeldada, et kogu sütla mass asub masskeskmes.
Võtame süstlasse $V_v = 5\,\mathrm{ml}$ vett ning leiame laua serval tasakaalupunkti. Ühel kangi poolel on $V_v = 5\,\mathrm{ml}$ vett massiga $m_v = \rho V_v = 5\,\mathrm{g}$ ning teisel poolel süstla mass m_s. Leiame vee keskpunkti kauguse l_v toetuspunktist ning süstla masskeskme kauguse l_s toetuspunktist. Kangi tasakaalust saame kirja panna seose, millest leiame süstla massi

$$m_v l_v = m_s l_s \qquad \Rightarrow \qquad m_s = \frac{m_v l_v}{l_s} \approx 10\,\mathrm{g}$$

Nüüd võtame süstlasse $V_p = 5\,\mathrm{ml}$ punast vedelikku ning leiame laua serval tasakaalupunkti. Teades süstla massi, saame leida punase vedeliku massi m_p

$$m_p l_p = m_s l_s \qquad \Rightarrow \qquad m_p = \frac{m_s l_s}{l_p} \approx 6{,}5\,\mathrm{g}$$

Nüüd saame leida punase vedeliku tiheduse ρ_p

$$\rho_p = \frac{m_p}{V_p} \approx 1{,}3\,\mathrm{g/cm^3}$$

Hindamisjuhend:
Süstla kangina kasutamise idee — 2 p.
Tühja süstla masskeskme leidmine nii, et süstla kolb on selle ruumala juures, kui palju võetakse süstlasse pärast vett — 3 p.

Veega süstla tasakaalupunkti leidmine ning jõuõlgade mõõtmine — 1 p.
Kangi reegli väljakirjutamine ja süstla massi arvutamine — 2 p.
Punase vedelikuga süstla tasakaalupunkti leidmine ning jõuõlgade mõõtmine — 1 p.
Punase vedeliku massi arvutamine — 1 p.
Punase vedeliku tiheduse leidmine täpsusega $\pm 0{,}5\ \mathrm{g/cm^3}$ (2 p), täpsusega $\pm 1{,}0\ \mathrm{g/cm^3}$ (1 p).

L153 Kumerpeegel (10 p) ★★★★ Autor: Erkki Tempel, lõppvoor, 2019, G E1

Kumerpeegel tekitab kujutise peegli taha. Asetame joonlaua peegli ette nii, et peeglis tekkiv kujutis on täpselt peegli laiune. See võimaldab meil mõõta kujutise suurust. Peegel peab olema meist võimalikult kaugel, et vähendada parallaksist tingitud viga.
Mõõdame joonlaua pikkuse L, peegli diameetri d, joonlaua kauguse peeglist a ning peegli keskpunti kõrguse peegli serva tasapinnst x.
Sarnastest kolmnurkadest $\triangle AOF$ ja $\triangle CDF$ saame kirja panna seose.

$$\frac{AO}{CD} = \frac{OH + HF}{DF}$$

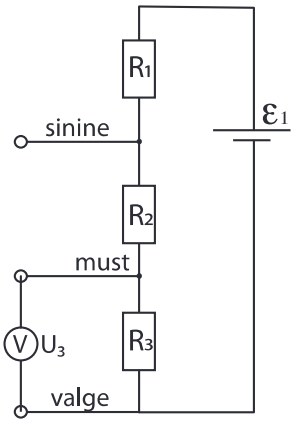
Teades, et $AO = 0{,}5L$, $CD = 0{,}5d$, $OH = a$, $HF = f$ ning $DF = f - x$, saame leida peegli fookuse f

$$f = \frac{da + Lx}{L - d}$$

Suurema peegli (must) korral $f \approx 7{,}7\ \mathrm{cm}$ ning väiksema (kollane) korral $f \approx 16\ \mathrm{cm}$.

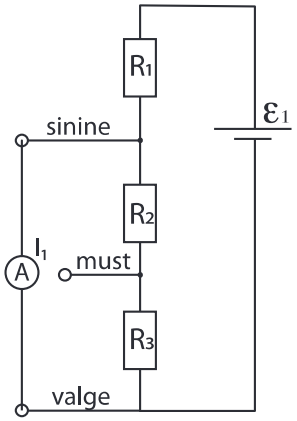
L154 Must kast (14 p) ★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2019, G E2

Ühendame "must kasti" musta ja valge juhtme vahele voltmeetri. Registreerime pinge U_3 .



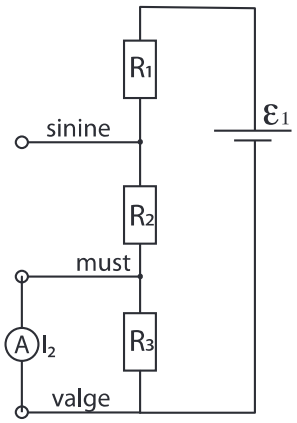
$$\frac{U_3}{R_3} = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{1}$$

Seejärel ühendame “must kasti” sinise ja valge juhtme vahele milliampermeetri (täpsem mikroampermeetri) ja mõõdame vastava voolu I_1:



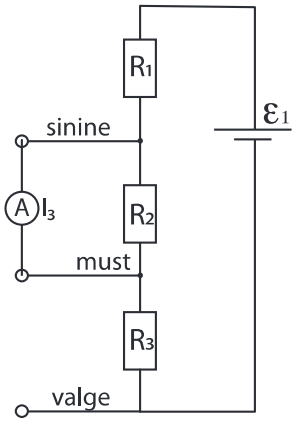
$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \tag{2}$$

Seejärel ühendame “must kasti” musta ja valge juhtme vahele milliampermeetri (veel täpsem mikroampermeetri) ja mõõdame vastava voolu I_2:



$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \tag{3}$$

Seejärel ühendame “must kasti” sinise ja musta juhtme vahele milliampermeetri (veel täpsem mikroampermeetri) ja mõõdame vastava voolu I_3:



$$I_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_3} \tag{4}$$

Avaldame me valemites (2) , (3) ja (4) elektromotoorjõu $\mathcal{E}$.
Ühendades valemid (2) ja (3) saame avaldise:

$$I_1 R_1 = I_2 R_1 + I_2 R_2$$

kust omakoda saame avaldada R_2 takisti R_1 kaudu

$$R_2 = \frac{I_1 - I_2}{I_2} R_1 \tag{5}$$

Ühendades aga valemid (2) ja (4) saame avaldise:

$$I_1 R_1 = I_3 R_1 + I_3 R_2$$

kust omakoda saame avaldada R_3 takisti R_1 kaudu

$$R_3 = \frac{I_1 - I_3}{I_3} R_1 \tag{6}$$

Asetades saadud väätrused teisendatud valemisse (1) saame $\mathcal{E}$ väärtuse

$$\mathcal{E} = U_3 \left(\frac{R_1 + R_1 \left(\frac{I_1 - I_2}{I_2} \right) + R_1 \left(\frac{I_1 - I_3}{I_3} \right)}{R_1 \left(\frac{I_1 - I_3}{I_3} \right)} \right) \quad \Rightarrow$$

$$\mathcal{E} = U_3 \left(\frac{1 + \left(\frac{I_1 - I_2}{I_2} \right) + \left(\frac{I_1 - I_3}{I_3} \right)}{\left(\frac{I_1 - I_3}{I_3} \right)} \right)$$

Edasi leiame valemitest (5) ja (6) väärtused R_2 ja R_3 ning kasutades valemit (2) arvutame R_1 :
$R_1 = \frac{\mathcal{E}}{I_1}$

Kontrollkatses voltmeetri ja milliampermeetriga mõõdetud väärtused on järgmised:

$$U_3 = 3{,}405\,\mathrm{V} \quad I_1 = 1{,}26\,\mathrm{m}A \quad I_2 = 1{,}022\,\mathrm{m}A \quad I_3 = 0{,}699\,\mathrm{m}A$$

ja sellest tulenevad vastused:

$$\mathcal{E}_1 = 9{,}220\,\mathrm{V} \quad R_1 = 7317\,\Omega \quad R_2 = 1463\,\Omega \quad R_2 = 5142\,\Omega$$

Kui aga mõõta voltmeetri ja mikroampermeetriga, siis:

$$U_3 = 3{,}405\,\mathrm{V} \quad I_1 = 1{,}232\,\mathrm{m}A \quad I_2 = 1{,}022\,\mathrm{m}A \quad I_3 = 0{,}699\,\mathrm{m}A$$

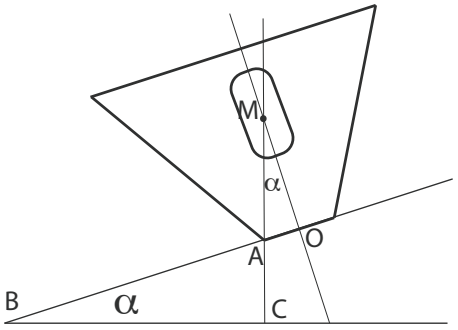
ja sellest tulenevad vastused:

$$\mathcal{E}_1 = 8{,}788\,\mathrm{V} \quad R_1 = 7133\,\Omega \quad R_2 = 1465\,\Omega \quad R_2 = 5439\,\Omega$$

Ülaltoodud vastuste erinevus tuleneb mikoampermeetri suurest (meie takistitega lähedases suurusjärgus) sisetakistuses mida aga kahjuks pole mõõteriista passis märgitud.

L155 Masskese (10 p) ★★★★ Autor: Erkki Tempel, piirkonnavoor, 2020, G E1

Kasutame paberilehte kaldpinnana ning leiame, millise nurga korral kukub tops ümber. Selleks, et tops ei hakkaks paberil libisema, tuleb paberi serv murda tagasi nii, et kohvitops jääb paberi serva taha pidama. Selleks, et paber ei painduks läbi, saab kasutada mitmekordset paberilehte.
Kohvitops tuleb asetada paberilehele nii, et tassi sang asetseks külje peal, siis jääb masskese kaldpinna suhtes tassi keskele.



Kolmnurgast $\triangle ABC$ saame avaldada

$$\tan\alpha = \frac{AC}{BC}$$

Kolmnurgast $\triangle AMO$ saame leida masskeskme M kõrguse kohvitopsi põhjast MO.

$$\tan\alpha = \frac{AO}{MO} \qquad \Rightarrow \qquad MO = \frac{AO \cdot BC}{AC}$$

Mõõdame pikkused AO, AC ja BC ning arvutame välja masskeskme kõrguse laua-pinnast.

Hindamisjuhend
Kohvitopsi kallutamine mitmekordsel paberil nii, et kohvitops ei hakka libisema (idee) — 3 p.
Kohvitopsi õige asend paberil — 1 p.
Korrektsed mõõtmised — 1 p.
Masskeskme kõrguse arvutused — 3 p.
Kordusmõõtmised — 1 p.
tulemus täpsusega $\pm 10\%$ — 1 p.

Kangimeetod
Leides topsi masskeset laua serval tasakaalu punkti leidmisega saab maksimaalselt 5 punkti.
Põhjendus, et kang (tops) jääb tasakaalu, kui tema masskese asub toetuspunktis — 2 p.
Katse teostamisel on arvestatud, et topsi sang mõjutab tulemust ning on mõõdetud nii, et sang võimalikult vähe mõjutaks (sang asub mõõtmise ajal üleval) — 1 p.
Korrektsed mõõtmised — 1 p.
Kordusmõõtmised — 1 p.

L156 Must kast (14 p) ★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2020, G E2

Märkus: tegelikult poleks traati vaja, piisaks kuuest mõõtmisest ja saaks kuue võrrandi ja kuue tundmatuga süsteemi (eeldades, et on kuus takistit, millest kaks omavad lõpmata suurt väärtust), aga selle lahendamine on tüütu.
Paneme tähele, et kui mõõta klemmide A ja B vahelist takistust ning lühistada klemmid B ja C, B ja D või C ja D vahel, siis oommeetri näit R_1 ei muutu. See on võimalik vaid siis, kui B, C ja D on kolmnurkühenduses, A ja B vahel on takistus $R_{AB} = R_1$ ja ülejäänud takistused puuduvad. Mõõdame nüüd B ja C vahelise takistuse r_1 lühistades klemmid B ja D:

$$R_{BC}^{-1} + R_{CD}^{-1} = r_1^{-1};$$

analoogselt

$$R_{CD}^{-1} + R_{DB}^{-1} = r_2^{-1}$$

ja

$$R_{DB}^{-1} + R_{BC}^{-1} = r_3^{-1}.$$

Summeerides leiame

$$R_{BC}^{-1} + R_{CD}^{-1} + R_{DB}^{-1} = \frac{1}{2}(r_1^{-1} + r_2^{-1} + r_3^{-1}),$$

millest

$$R_{BC}^{-1} = \frac{1}{2}(r_1^{-1} - r_2^{-1} + r_3^{-1}),$$

$$R_{CD}^{-1} = \frac{1}{2}(r_1^{-1} + r_2^{-1} - r_3^{-1}),$$
$$R_{DB}^{-1} = \frac{1}{2}(-r_1^{-1} + r_2^{-1} + r_3^{-1}).$$

L157 Spagetikõrs (12 p) ★★★★ Autor: Jaan Kalda, piirkonnavoor, 2021, G E2

Valame piimapakki vett - alustame ühest kopsikutäiest ning lõpetame umbes ühe liitriga. Iga vee koguse juures üritame lükata piimapakki spagetikõrrega mööda lauapinda - leiame sellise maksimaalse sõrmega kinnihoidmiskoha kauguse kõrre otsast, mille puhul on veel võimalik lükata. Hoolitseme, et paki põhi ja laud oleksid kogu aeg kuivad, sest vesi võib muuta hõõrdetegurit. Kanname graafiku vertikaalteljele anumas oleva vee massi (ühikuteks kasutame kopsikutäit) logaritmi ja horisontaalteljele - kõrre pikkuse logaritmi. Sirge tõusunurga tangens annab astmenäitaja. Alternatiivina võib teha oletusi astmenäitaja väärtuse kohta ja katse-eksituse meetodil leida selline astmenäitaja, mille korral teljestikus m - L^α moodustub andmepunktidest sirgjoon. Viimase meetodi eeliseks on see, et tühja anuma mass ei põhjusta kõrvalekaldeid sirgjoonelisest graafikust. Tulemuseks leiame $\alpha \approx -2$.

Hindamine
Idee kasutada osaliselt veega täidetud piimapaki ja laua vahelist hõõrdejõudu reguleeritava väärtusega jõu saamiseks (1 p).
Idee lükata kõrrega leides kõrrest kinni hoidmiseks selline maksimaalne kaugus piimapakist, mille korral on veel võimalik pakki nihutada (2 p).
Kogutud niimitu andmepunkti, kui antud mõõteanum võimaldab: liitrise piimapaki ja 150 mL mõõtenõu juures ühest kuni kuue kopsikutäieni, kokku kuus andmepunkti: 3 p. Kui on viis andmepunkti, kuid kirjutatud, et kuues kopsikutäis ei mahtunud enam ära, siis anda ka viie andmepunkti eest 3 p. Vastasel korral 5 andmepunkti eest 2,5 p. Osalised punktid: 4 andmepunkti: 2 p; 3 andmepunkti: 1 p; 2 andmepunkti: 0,5 p. Iga arvesse mineva andmepunkti jaoks peab olema näidatud vee kogus kopsikute arvuna ning spagetikõrre lükkava osa pikkus. Kui pikkusühikul pole näidatud ühikut, siis lahutatakse kogusummast 0,5 p.
Valitud sobilik graafiline meetod: kas log-log teljestik või proovitud katse-eksituse meetodil m-L^α teljestikku erinevate α väärtustega (3 p). Osalised punktid: kui astmenäitaja pole leitud graafiliselt vaid on arvutatud andmepunktipaaride põhjal, siis iga erineva andmepunktipaari põhjal arvutatud väärtus annab 0,5 p, kuni maksimaalselt 2 p (mis antakse siis, kui astmenäitaja on leitud nelja erineva andmepunkti paari jaoks).
Mõõtmise täpsuse eest: kui leitud astmenäitaja on vahemikus -2,3 kuni -1,7, siis 2 p, kui tulemus on sellest vahemikust väljas, kuid jääb vahemikku -1,5 kuni -2,5, siis 1 p.
Täiendavate andmepunktide leidmine sel teel, et lükatakse suurema veekoguse korral kahe või enama kõrrega korraga: 1 p.

L158 Mahlakarp (10 p) ★★★★ Autor: Konstantin Dukatš, lõppvoor, 2021, G E1

Paneme paberilehe lauale ning selle peale asetame mahlakarbi (alusega $a \times a$). Kui me lükkame joonlauaga horisontaalselt karbi põhja juurest, siis hakkab karp libisema. Kui me aga lükkame karbi ülemist osa, hakkab karp pöörlema. Mingil kõrgusel h on piirjuht, kus karp nii pöörleb kui ka libiseb. Sellel piirjuhul kehtib nii jõudude kui ka jõumomentide tasakaal. Jõudude tasakaalust saame, et joonlauaga lükkamise jõud $F = \mu mg$. Joonlauaga lükkamisel tekkivat jõumomenti tasakaalustab karbile mõjuva gravitatsioonijõu poolt tekitatud jõumoment:

$$Fh = mg\frac{a}{2}.$$

Kombineerides neid võrandeid saame, et

$$\mu = \frac{a}{2h}.$$

Ühe konkreetse AURA mahlakarbi ja paberilehe jaoks olid mõõtmistulemused järgmised: $a = 7{,}0\,\mathrm{cm}$, $h = 11{,}5\,\mathrm{cm}$ ning $\mu = 0{,}30$. Kuna mahlakarbid ja paberilehed erinevad vähesel määral, siis hõõrdetegur peaks enamasti olema vahemikus 0,28–0,42.

L159 Must kast (12 p) ★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2022, G E1

Ühendame dioodi ja tuntud takisti järjestikku musta kastiga nii, et pluss-klemm on sinise juhtme küljes. Mõõdame pinge dioodil U_d, pinge takistil U_t ning pinge mustal kastil U_m. Voolutugevus ahelas $I_1 = U_t/R$ läheb läbi takisti R_1 ning pinge selle takistil leiame kui musta kasti pinge ning dioodi pinge vahe (R_1 juures olev diood ning eraldiolev diood ja neid läbivad voolud on ühesugused, seega on ühesugused ka nende pinged): $U_{R_1} = U_m - U_d$, millest $R_1 = (U_m - U_d)/I_1 = (U_m - U_d)R/U_t$. Analoogselt leiame takisti R_2 väärtuse pöörates patarei vastupidi: $R_2 = (V_m - V_d)/I_2 = (V_m - V_d)R/V_t$, kus V_m, V_d ja V_t tähistavad vastavaid pingeid uues olukorras.

L160 Kuivelement (16 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 1997, G E2

Lahendus, 1. meetod:
Mõõdame testri kui voltmeetriga elemendi klemmipinget. Kuna elemendi sisetakistus r on voltmeetrina töötava testri takistusest R_v palju väiksem, siis võib tulemust lugeda võrdseks elemendi elektromotoorjõuga E. Seejärel ühendame testri ampermeetrina elemendi klemmide külge ja mõõdame voolutugevust I mõõtepiirkonnal, mille korral suhteline mõõtemääramatus (suhteline viga) on väikseim (osutil on suurim skaala piiridesse jääv hälve). Kuna testri kui ampermeetri takistus R_a on teada, siis arvutame Ohmi seadusest (kogu vooluringi kohta) elemendi sisetakistuse $r = (E/I) - R_a$. Veendume selles, et algul mõõdetud klemmipinge ühtib mõõtmistäpsuse piires elektromotoorjõuga.
Veahinnang: Elektromotoorjõu (klemmipinge) piirviga $\Delta E = (4{\cdot}3\,\mathrm{V})/100 = 0{,}12\,\mathrm{V}$.

Voolutugevuse piirviga (näiteks mõõtepiirkonnal 3 A) $\Delta I = (4 \cdot 3\text{A})/100 = 0{,}12\,\text{A}$.
Kogutakistuse piirviga $\Delta(E/I) = [(\Delta E/E) + (\Delta I/I)] \cdot (E/I)$.
Ampermeetri takistuse piirviga $\Delta R_a = (0,1/100)R_a$.
Kuivelemendi sisetakistuse piirviga $\Delta r = \Delta(E/I) + \Delta R_a$.

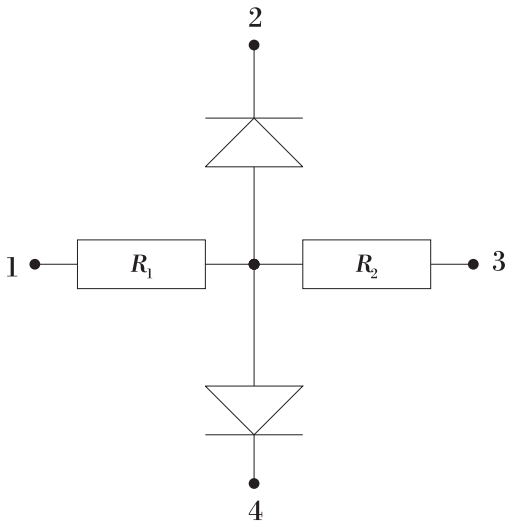
Lahendus, 2. meetod:
Ühendame testri ampermeetrina elemendi klemmide külge ja mõõdame ahelas tekkivat voolu testri kahel erineval (sobivalt valitud) mõõtepiirkonnal (nii et osuti hälbed oleksid võimalikult suured). Kuna testri takistus on eri mõõtepiirkondadel erinev (R_1 ja R_2), siis on erinevad ka voolutugevused (I_1 ja I_2). Ohmi seaduse põhjal saadud võrrandid

$$E = I_1 R_1 + I_1 r \quad \text{ja} \quad E = I_2 R_2 + I_2 r$$

moodustavad süsteemi, millest $I_1 R_1 - I_2 R_2 = r\,(I_2 - I_1)$ ja sisetakistus avaldub kujul $r = \dfrac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}$.
Teades sisetakistust, võib ükskõik kummast lähtevõrrandist leida ka elektromotoorjõu E.
Veahinnang: Voolutugevuste ja takistuste piirvead leitakse niisamuti nagu 1. meetodil.
Klemmipinge piirviga $\Delta\,(I_1 R_1) = [(\Delta I_1/I_1) + (\Delta R_1/R_1)] \cdot (I_1/R_1)$.
Klemmipingete vahe piirviga $\Delta\,(I_1 R_1 - I_2 R_2) = \Delta\,(I_1 R_1) + \Delta\,(I_2 R_2)$.
Voolutugevuste vahe piirviga $\Delta\,(I_2 - I_1) = \Delta I_2 + \Delta I_1$.
Sisetakistuse piirviga $\Delta r = \{[\Delta\,(I_1 R_1 - I_2 R_2)\,/\,(I_1 R_1 - I_2 R_2)] + [\Delta\,(I_2 - I_1)\,/\,(I_2 - I_1)]\} \cdot r$.
Elektromotoorjõu arvutusvalem $E = I_1\,(R_1 + r)$.
Kogutakistuse piirviga $\Delta\,(R_1 + r) = \Delta R_1 + \Delta r$.
Elektromotoorjõu piirviga $\Delta E = \{(\Delta I_1/I_1) + [\Delta\,(R_1 + r)\,/\,(R_1 + r)]\} \cdot E$.
Loomulikult võib süsteemi lahendamisel leida ka kõigepealt elektromotoorjõu ja alles siis sisetakistuse.

2. meetodi korral sisaldab arvutusvalem vahede suhet. Mingi suuruse kahe (mitte väga palju erineva) väärtuse vahe suhteline viga on aga reeglina suur. Seetõttu on üldine mõõtemääramatus teise lahendusvariandi korral palju suurem. Esimene variant annab *täpsema* tulemuse.

L161 Elektriskeem karbis (15 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2000, G E2



Kinnises kastis on järgmine skeem (vt. joon.).
Numbrid klemmide juures vastavad karbil olevatele numbritele. Arvulisi väärtusi: $R_1 = (100 \pm 10)\ \Omega$ ja $R_2 = (50 \pm 5)\ \Omega$. Dioodide takistused on vahemikus $1000\ \Omega$ kuni $2000\ \Omega$.

Mõõtmine: Kõigepealt kontrollitakse multimeetriga vooluallikate olemasolu. Et antud juhul need puuduvad, siis mõõdetakse takistust iga klemmi vahel, vahetades multimeetri polaarsust. Andmete põhjal koostatakse võrrandisüsteem, mille lahendamise tulemusel saadakse elementide takistused.

Hindamine: Takistuse mõõtmine iga võimaliku klemmipaari vahel mõlema polaarsuse jaoks (4 p). Võrrandite koostamine ja lahendamine (8 p). Õige elektriskeem (3 p).

L162 Hõõrdetegur (14 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2002, G E2

Niidi üks ots on juba seotud pliiatsi tagumise otsa külge, niidi teise otsa kinnitame statiivi külge. Niidi pikkuse l (statiivist pliiatsini) võtame sama pika kui pliiats ise. Laseme statiivi tasapisi allapoole: alguses puudutab pliiats klaasplaati otse kinnituspunkti all (edasise töö mugavuse huvides võime selle punkti ära märkida asetades klaasplaadi alla paberi ristikesega), edasi hakkab ta viltu kalduma. Lõpuks hakkab pliiats libisema: fikseerime selle asendi ning mõõdame kauguse plaadist statiivi kinnituspunktini h. Kirjutades välja jõumomentide tasakaalu niidi keskpunkti suhtes näeme, et toereaktsiooni ja hõõrdejõu resultant läheb läbi niidi keskpunkti. Seega on hõõrdetegur selle nurga tangens, mis jääb pliiatsi toetuspunktist

tõmmatud vertikaali ja toetuspunkti ning niidi keskpunkti õhendava sirge vahele. Selle geomeetria ülesande lahendamisel leiame, et

$$\mu = \frac{1}{3}\sqrt{4\frac{l^2}{h^2} - 1}.$$

Aktsepteeritav on ka, kui valemi asemel tehakse sobivas mõõtkavas täpne joonis, mille pealt mõõdetakse otsitava nurga tangensi vahetuks arvutamiseks vajalikud vahemaad. Mõistlik tulemus on $\mu \approx 0,15$.

Alternatiivlahendused:
(a) Sama, mis eelmine, aga kinnituspunkti alla lastes lühendame ka niiti, nii et niit oleks kogu aeg horisontaalne (horisontaalsust võib kontrollida joonlaua abil). $\mu = l/(2L)$, kus L on pliiatsi pikkus.
(b) h võtame võrdseks pliiatsi pikkusega L ning pikendame niiti libisemiseni.

$$\mu = \frac{l}{\sqrt{4L^2 - l^2}}.$$

L163 Vee eritakistus (14 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2003, G E2

Lahendus puudub.

L164 Nöör (16 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2005, G E2

Lahendus 1 (vale):
Selle lahenduse puhul me ignoreerime hõõret laua serva vastu, mis tegelikult on oluline.
Katse idee (2 p). Olgu nööri pikkus l. Lasta nööri üks ots rippu üle laua serva, selle pikkus olgu l_2. Määrata laual lebava osa pikkus l_1 hetkel kui nöör hakkab laualt maha libisema.
Teooria: Nööri joontihedus (pikkusühiku mass) olgu ρ. Maksimaalne seisuhõõrdejõud F_h on võrdne rippuva nööriosa raskusjõuga

$$F_h = \rho g l_2 \quad (1 \text{ p}).$$

Nööri rõhumisjõud lauale võrdub nööriosa raskusjõuga, mille pikkus on l_1:

$$F_h = \rho g l_1 \quad (1 \text{ p}).$$

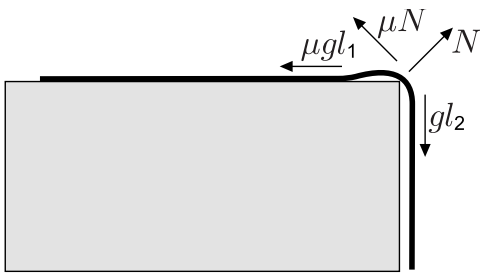
Seega hõõrdetegur μ:

$$\mu = \frac{F_h}{F} = \frac{l_2}{l_1} \quad (1 \text{ p}).$$

Katse ja mõõtmised: Katsearuanne on vormistatud arusaadavalt (1 p). Katset on korratud mitu korda (1 p). Hinnatud on mõõteviga (2 p). Tulemus on tõepärane (1 p).

Numbriline näide: $l = 45$ cm, $l_1 = 17$ cm, $l_2 = 28$ cm. Seega $\mu = 1{,}65$. Imeliku vastuse ($\mu > 1$) põhjus on selles, et me ei arvestanud hõõret vastu nurka.
Kokku ülesande eest maksimaalselt 10 p.

Lahendus 2:
Mõõtmised samad, mis lahenduses 1 (katse idee endiselt (2 p)), aga arvutame hoolikamalt.
Panen tähele, et nöör ei paindu ümber nurga, vaid oma mõningase jäikuse tõttu puudutab laua nurka umbes 45-kraadise nurga all (horisondi suhtes) (1 p). Seega valem $T \propto e^{\mu\varphi}$ ei tööta (see eeldab, et nöör jälgib nurga kõverust, st liibub).
Tuletame uue valemi lähtudes joonisest.



Esitame võrrandid, kus ρg on välja taandatud.

$$\sqrt{2} l_2 = (\mu + 1) N \quad \text{(2 p)}$$

$$\mu l_1 + l_2 = \sqrt{2} N \quad \text{(2 p)}.$$

Siit leiame

$$\mu^2 l_1 + \mu(l_2 + l_1) - l_2 = 0 \quad \text{(2 p)}.$$

Niisiis

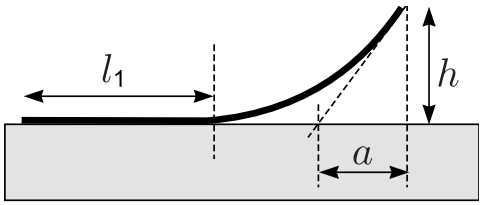
$$\mu = \frac{\sqrt{l_2^2 + l_1^2 + 6 l_1 l_2} - 2(l_2 + l_1)}{2 l_1} \quad \text{(1 p)}.$$

Lahendusest 1 võetud mõõtmistulemuste järgi

$$\mu \approx 0{,}52.$$

Katse ja mõõtmised: katsearuanne on vormistatud arusaadavalt (1 p). Katset on korratud mitu korda (1 p). Hinnatud on mõõteviga (2 p). Tulemus on tõepärane (2 p).
Kokku ülesande eest maksimaalselt 16 p.

Lahendus 3:
Lohistame nööri piki pinda ja teostame joonisel näidatud mõõtmised. Katse idee: 2 p.



Leiame: $l_1 = 18\,\mathrm{cm}$, rippuva osa pikkus $l_2 = L - l_1 = 27\,\mathrm{cm}$, $h = 20\,\mathrm{cm}$, $a = 7\,\mathrm{cm}$. Paneme tähele, et pikkuse a mõõtmistulemus on üsna ebatäpne (kasutame nööri puutujana joonlauda). Paneme tähele, et rippuva nööri pinge horisontaalkomponendi konstantsusest johtuvalt

$$\mu g l_1 = T\cos\alpha = g l_2 \cot\alpha \quad (3\text{ p}),$$

kus $\cot\alpha = a/h$ (1 p). Niisiis $\mu = l_2 a / l_1 h \approx 0{,}5$.
Katse ja mõõtmised: katsearuanne on vormistatud arusaadavalt (1 p). Katset on korratud mitu korda (1 p). Hinnatud on mõõteviga (2 p). Tulemus on tõepärane (2 p).
Kokku ülesande eest maksimaalselt 12 p.
Märkus: madal punktisumma on motiveeritud antud meetodi madala täpsusega.

L165 Kaldpind (14 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2005, G E2

Kaldpinda mööda alla libiseva keha esialgne potentsiaalne energia muundub keha kineetiliseks energiaks kaldpinna lõpus ja hõõrdejõu tööks $E_p = E_k + A$. Hõõrdejõu töö muundub soojuseks, mis eraldub teatud soojushulgana. Seega eraldunud soojushulga leidmiseks peame teadma keha kineetilist energiat kaldpinna lõpus. Kuna kaldpinna ulatuses $\mu \neq \text{const}$, ei saa me kineetilise energia määramisel lähtuda klotsi libisemise keskmisest kiirusest, et sellest arvutada lõppkiirust $v = 2v_k$. Lõppkiiruse leidmiseks asetame kaldpinna alumise otsa täpselt laua äärele ja laseme klotsil maha kukkuda. Maas olevale paberile kukkunud klots jätab paberile jälje, mille alusel saame määrata kukkumise koha kauguse lauast ja klotsi kiiruse kaldpinna lõpus. Tähistades laua kõrguse h, klotsi jälje kauguse lauast s, kiiruse vertikaalsuunalise komponendi v_h ja kiiruse horisontaalsuunalise komponendi v_s, saame $v_s = v\cos\alpha$ ja $v_h = v\sin\alpha$.

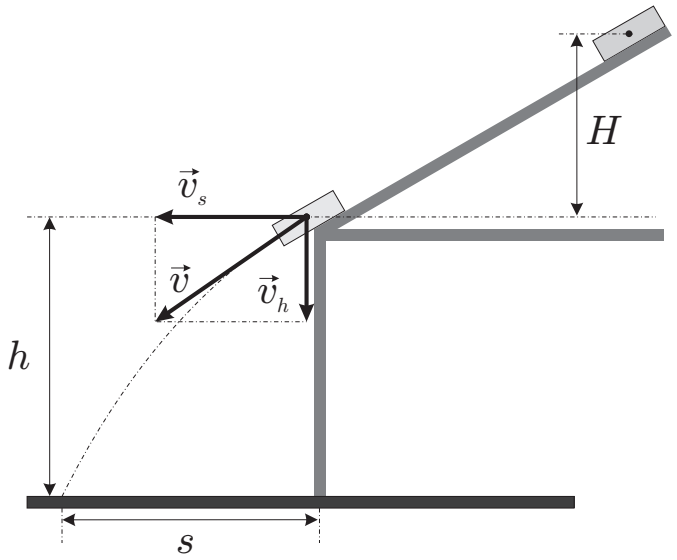
$$s = v_s t = vt\cos\alpha, \qquad h = v_h t + \frac{gt^2}{2} = vt\sin\alpha + \frac{gt^2}{2}.$$

Asendades t saame avaldada v^2:

$$v^2 = \frac{gs^2}{h\cos^2\alpha - s\sin\alpha\cos\alpha}\,.$$

Eraldunud soojushulk on seega

$$Q = mgH - \frac{mv^2}{2}.$$



Klotsi massi saame, kui mõõdame klotsi küljed, arvutame klotsi ruumala ja kasutame massi leidmiseks tiheduse valemit $m = \rho V$. Arvatavasti valmistab raskusi kõrguse H mõõtmine, sest tuleb arvestada, et klotsi raskuskese asub kaldpinna otsast eemal ja ka kaldpinna paksust. Seega laua pinnast kõrgust mõõta ei tohi.
Teostatud: klotsi külgede mõõtmine ja massi arvutamine, kõrguse mõõtmine, mõõtemääramatuse arvutamine, kaldpinna paigutamine õige nurga alla ja s mõõtmine.

L166 Süstal (12 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2007, G E1

Lahendus puudub.

L167 Paber (14 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2008, G E2

Asetame kaks paberilehte teineteise peale, kinnitame ühe külge dünamomeetri, koormame ühenduskoha koormisega ning mõõdame lehtede vahel tekkinud hõõrdejõu. Saame tulemuseks

$$F_h = 0,2 \pm 0,1 \text{ N},$$

(kus mõõteriista viga koosneb nii nullinihkest kui ka süstemaatilisest veast). Mõõtmistulemus on ilmselgelt mõõtevea piiril ja ei ole ligilähedaseltki sama suhtelise veaga läbi viidud mõõtmine kui massi mõõtmise suhteline viga. Mõõtmistäpsuse suurendamiseks on vaja suurendada hõõrdejõudu. Rõhumisjõudu suurendada pole võimalik. Küll on aga võimalik suurendada samaaegselt kokku puutuvate ühe ja sama rõhumisjõu all olevate hõõrduvate pindade arvu. Summaarne saadav hõõrdejõud oleks siis

$$F_{Sh} = F_h \cdot N,$$

kus N on samaaegselt kokku puutuvate hõõrduvate pindade arv. Lõikame paberist ribad ja asetame neid suurema hulga vaheldumisi osaliselt teineteisega üle kattuma nii, et üle ühe oleks võimalik lehti kinni hoida ja vahepealsed lehed oleksid üheagselt kinnitatud dünamomeetri külge. Asetame vaheldumisi 11 riba saades kokkupuutuvate pindade arvuks 10 ning koormame meie koormisega ning mõõdame summaarse hõõrdejõu. Tulemus

$$F_{Sh} = 2,3 \pm 0,1\,\mathrm{N}$$

on 10 korda täpsem kui esialgselt mõõdetud. Lõppavaldis on

$$\mu = \frac{F_{Sh}}{N_{mg}},$$

arvuliselt $\mu = 0,35 \pm 0,02$.

L168 Tundmatu vedelik (14 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2009, G E2

Ühendame kokku süstla ja pudeli. Asetame süstla otsa vedelikku pressinud eelnevalt pudelist välja mõni cm^3 õhku. Süstalt üles alla liigutades leiame koha, kus vedeliku tase süstla sees ühtib vedeliku tasemega anumas. Sellisel juhul on õhurõhk pudelis võrdne välise õhurõhuga. Kehtib

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

kus V on süstla ja pudeli ruumalade summa. Kui nüüd sukeldame süstla sügavamale vedelikku, siis vedeliku samba rõhk suurendab õhurõhku pudelis. Kehtib

$$(V - \Delta V)(p + \Delta p) = \frac{m}{M}RT,$$

seda juhul, kui $T = \mathrm{const}$. Vedeliku samba rõhk

$$\Delta p = \rho_v g \Delta h,$$

kus Δh on vedeliku tasemete erinevus süstlas ja anumas, mille saame mõõtasüstla skaalalt joonlauaga. ΔV on süsteemi pudel ja süstal ruumala muut, milles saame lugeda süstla mahuskaalalt. Kombineerides eelnevat kolme valemit saame,

$$\begin{gathered} pV = (V - \Delta V)(p + \Delta p) \\ pV = (V - \Delta V)\left(p + \rho_v g \Delta h\right) \\ p\Delta V = (V - \Delta V)\rho_v g \Delta h \\ V - \Delta V \approx V, \text{ väikese } \Delta V \text{ korral.} \end{gathered}$$

Vedeliku tiheduseks saame:

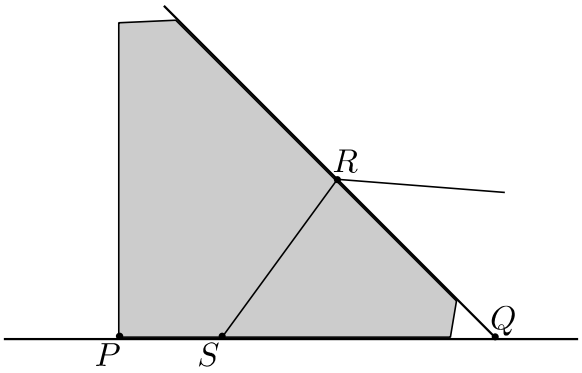
$$\rho_v = \frac{p\Delta V}{Vg\Delta h}.$$

Katseseade on väga tundlik temperatuuri kõikumiste suhtes. Selle vältimiseks kinnitada pudel klambrivahele, sest klambri temperatuur on sama, mis toas oleva õhu temperatuur. Käega pudelist hoidmise korral soojeneb pudelis olev õhk. Näiteks kui temperatuuri muut on $\Delta T = 1\ \mathrm{K}$, siis püsival rõhul on ruumala muut (temperatuuril $290\ \mathrm{K}$)

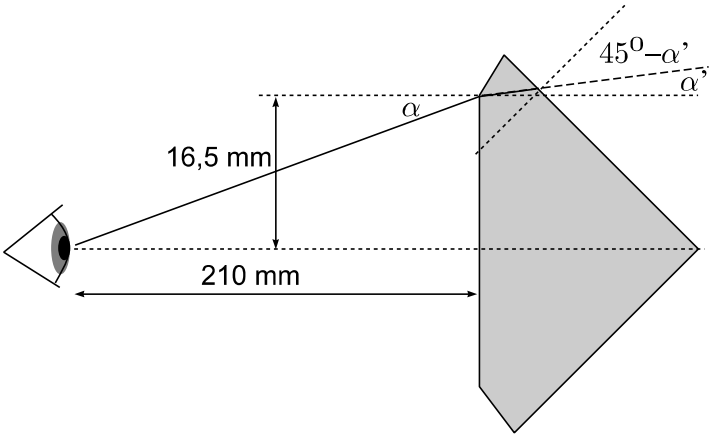
$$\frac{V + \Delta V}{V} = \frac{T + \Delta T}{T} \Rightarrow \Delta V \approx 1,85\ \mathrm{cm}^3.$$

L169 Briljant (14 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, piirkonnavoor, 2010, G E2

Lahendus 1.
Märgime paberil kaks punkti vahekaugusega nt 10 mm. Ühe juurde (P) asetame briljandi tipu, teise (punkti S) katame aga ühe külgtahuga. Asetame joonlaua briljandi suurimale tahule, tihedalt vastu tahku nii, et joonlaua üks ots toetub paberile — punktis Q, briljandi tipust P kaugusel $32\,\mathrm{mm}/\sqrt{2} = 45\,\mathrm{mm}$, vt joonist. Nüüd liigutame pead üles-alla, otsides üles koha, kus läbi suurima tahu vaadates kaob külgtahuga kaetud punkt sisepeegelduse tõttu. Võtame sellel kadumise hetkel lugemi punkti kujutisega kohakuti olevast joonlaua punktist R, saades teada vahemaa $QR = 26\,\mathrm{mm}$. Sisepeegelduv kiir on seega SR. Et $QS = 35\,\mathrm{mm}$, siis koosinusteoreemist $SR = 24{,}8\,\mathrm{mm}$, st siinusteoreemist $\sin\angle QSR = \sin 45° \cdot \frac{26}{24{,}8}$ ning $n = 1/\cos\angle QSR \approx 1,49$.



Lahendus 2.
Kui vaadata läbi eseme põhjatahu mingit valget pinda nii, et alguses on ese silmale lähedal ja hakata silmast eemale nihutama, on võimalik leida täielikud sisepeegeldused tumedate aladena üheaegselt kõigilt kaheksalt tahult. Sisepeegeldustest moodustatud hulknurk on seda suurem mida kaugemale eseme nihutame ja kaugusel umbes 210 mm silmast täidab ta kogu põhjatahu ala, mille maksimaalne läbimõõt on 33 mm. Kaugemale liikudes on servmised kiired erinevalt lähedasest olekust järjest rohkem risti otsatahu pinnaga ja mingist nurgast alates leiab aset täielik sisepeegeldumine. Et ese on sümmeetriline, teeme joonise kiirte käigu kohta piirjuhul.

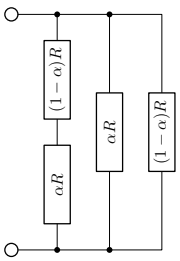


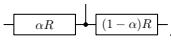
Jooniselt näeme, et täieliku sisepeegelduse tekkimise tingimuseks on $1/n = \sin(45° - \alpha') = (\cos\alpha' - \sin\alpha')/\sqrt{2}$. Nüüd võime arvestada, et nurk α' on väike ja seega võime kasutada ligikaudseid avaldisi $\cos\alpha' \approx 1$ ja $\sin\alpha' \approx \alpha'$. Niisiis, $1/n = (1 - \alpha')/\sqrt{2}$. Murdumisseadusest saame asendada $\sin\alpha' = \sin\alpha/n$, st $\alpha' \approx \alpha/n : \sqrt{2} = n - \alpha$ ning $n = \sqrt{2} + \alpha \approx \sqrt{2} + \frac{16{,}5}{210} \approx 1{,}49$.
Märkus: Eelpooltoodud ligikaudse arvutuse asemel on võimalik läbi viia ka täpseid trigonomeetrilisi arvutusi, kuid vastus muutub sellest vähem kui 0,003 võrra.

Lahendus 3. (Ligikaudne, 9 punkti).
Märgime paberile punkti. Asetame briljandi külgtahuga punkti P peale. Vaatame läbi briljandi aluse (suurima tahu) punktile P. Paneme tähele, et punkt kaob ära siis, kui vaadata alusele üsna täpselt ristisuunas. Punkti P juures oleval tahul toimub täielik sisepeegeldus, läbi aluse läheb valgus murdumiseta. Ülesande tingimustest on nurk aluse ja külgtahu vahel 45 kraadi. Sisepeegelduse piirtingimusest $\sin\alpha = 1/n$, kus $\alpha = 45$ kraadi, leiame $n = 1/\sin\alpha = \sqrt{2} \approx 1{,}41$.
Märkus 1: See lahendus läheb läbi ka juhul kui asetada briljant algselt suuremale tahule ja vaadata läbi külgtahu, kuid sel juhul ei ole külgtahu ja vaatesuuna ligikaudse ristiolemise asjaolu nii läbinähtav.
Märkus 2: Seda meetodit on võimalik edasi arendada, tehes lahendusega 2 analoogseid mõõtmisi ja arvutusi. Kui see analüüs on läbi viidud korrektselt, siis on lahendus väärt täispunkte.

L170 Stereopotentsiomeeter (12 p) ★★★★★ Autor: EFO žürii, lõppvoor, 2012, G E1

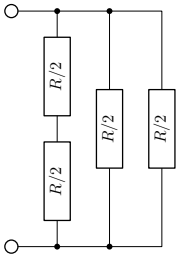
Keerame uuritava seadme juhtmeotsad kindlalt oommeetri omade ümber. Mõõdame takistust juhtmeotste vahel ning keerame nuppu. Oommeetri näidul on nupu pöördenurga funktsioonina ainult üks maksimum. Et nii on, teeme kindlaks kas katseliselt (mis on lihtsam) või arvutuslikult.
Arvutuslikus lähenemises väljendagu liuguri asendit parameeter α (mis sõltub nupu pöördenurgast mittelineaarselt, aga see polegi oluline) nii, et mõlemat potentsiomeetrit võib käsitleda kui



ühendust  . Siis on seadme kogutakistus arvutatav paremal toodud ekvivalentskeemi järgi:

$$R_{\text{seade}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha R+(1-\alpha)R} + \frac{1}{\alpha R} + \frac{1}{(1-\alpha)R}} = R\left(1 - \frac{1}{\alpha(1-\alpha)+1}\right).$$

$\frac{1}{\alpha(1-\alpha)+1}$ on positiivse ruutfunktsiooni pöördväärtus, mil on muidugi ainult üks miinimum. Paneme veel tähele, et avaldis on sümmeetriline α ja $(1-\alpha)$ vahetamise suhtes, mistõttu on mõõdetava takistuse maksimum parajasti kohas, kus $\alpha = \frac{1}{2}$ ehk liugur jagab potentsiomeetri takistuse pooleks.



Olles teinud kindlaks, et maksimume on vaid üks, saanuks sama järelduse, et see asub kohas, kus liugurid poolitavad potentsiomeetrite takistused, ka otse skeemi sümmeetriale tuginedes: skeemi 180 pöörates peab mõõdetav takistus samaks jääma ja maksimum peab sellel pöördel teisenema iseendaks. Sellises sümmeetrilises olukorras on meil paremal toodud ekvivalentskeem, mille takistus on (analoogiliselt ülalkirjutatud arvutusega) $R/5$.

Niisiis peame vastuse saamiseks mõõtma suurima võimaliku takistuse ja korrutama selle viiega. Testrinäitude hajumine fikseeritud takistuse mõõtmisel on minimaalne, seega kordusmõõtmistest on kasu vaid niivõrd, kuni need aitavad suuremat maksimumväärtust leida. Nende tulemusi keskmistada on antud katses vale, kuna teame, et (õige mõõtmistehnika juures) ei saa juhuslikult õigest suuremat takistust mõõta. Küll tuleb olla tähelepanelik, et iseennast mitte vooluringi ühendada: kätevaheline takistus võib mõõdetavaga samas suurusjärgus või mitu korda väiksemgi olla! Realistlik vastus on sõltuvalt konkreetsest katseseadmest ligikaudu $370...550\ \text{k}\Omega$ (potentsiomeetri nominaalväärtus oli $470\,\text{k}\Omega \pm 20\%$; kõrvalekaldeid lisas fakt, et ühesuguste potentsiomeetrite paarisolemise eeldus polnud tegelikult täpne).

Määramatusehinnaguna on põhiline oommeetri enda määramatus kasutatavas mõõtepiirkonnas. Kui maksimumi otsimiseks oleks rangelt dokumenteeritud ja masinlikult järgitud algoritm, saaks selle vahetulemuste järgi ka hinnata, kui täpselt nupp maksimumtakistuse juurde keerati, ning sealtkaudu leida lisaks statistilise määramatuse ning (mitte keskmistades!) täpsema tõelise maksimumi hinnangu, aga ainuüksi antud vahenditega seda teha ei saa.

L171 Valgusdiood (14 p) ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2015, G E2

Ühendame patarei järjestikku takistiga takistusega R ja dioodiga ning mõõdame pinget takistil U_T ja pinget dioodil U_D. Voolutugevus läbi dioodi on $I = U_T/R$. Näeme, et patarei pingest ei piisa selleks, et saada läbi dioodi nõutavat voolutugevust. Seepärast laeme kondensaatori ja ühendame selle järjestikku patareiga, nii et pinge kahekordistub. Alustame takistiga takistusega $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, sest $R = 10\,\mathrm{k\Omega}$ puhul ei saavutaks me soovitud suurimat voolutugevust ($100\,\mu\mathrm{A}$). Vajalikud andmed saame tühjenemise käigus pingeid samaaegselt registreerides. Umbes $I = 10\,\mu\mathrm{A}$ juures (täpne hetk pole tähtis) vahetame vooluringis takistit, sest muidu lähevad takistil mõõdetavad pinged nii väikeseks, et voolu mõõtmiseks kasutatava voltmeetri näidatavate tüvenumbrite arv jääb liiga napiks. Väga väikeste voolude juures (alla $I = 5\,\mu\mathrm{A}$) tühjeneb kondensaator nii aeglaselt, et voolu vähenemist ei jõua ära oodata. Siis tuleb teise takisti abil kondensaatorit järg-järgult tühjendada (st ühendada see mahtuvusega rööbiti). Sobilikku tühjenemisastet saab samal ajal jälgida dioodivoolu abil (st vaadata pinget dioodiga jadamisi oleval takistil)

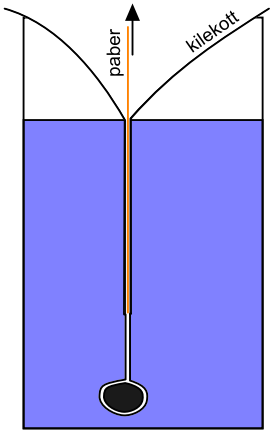
L172 Kile ja paber (14 p) ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2016, G E2

Paneme tina kilekotti ja paneme ka pabeririba otsapidi kotti ning sukeldame selle vette. Leiame, kui pikalt (H) peab olema pabeririba veenivoost allpool, et tina koos kotiga kerkiks üles, kui pabeririba otsast tirida. Mõõdame riba laiuse L. Keskmine rõhumisjõud pabeririba ühele küljele on $\rho_v g H^2 L/2$ ning vastav hõõrdejõud $-\mu\rho_v g H^2 L/2$. Et ribal on kaks külge, siis summaarne jõud on kaks korda suurem, $\mu\rho_v g H^2 L$, mis peab olema võrdne haavlile mõjuva raskusjõu ja üleslükkejõu vahega,

$$\mu\rho_v g H^2 L = mg(1 - \rho_v/\rho_t),$$

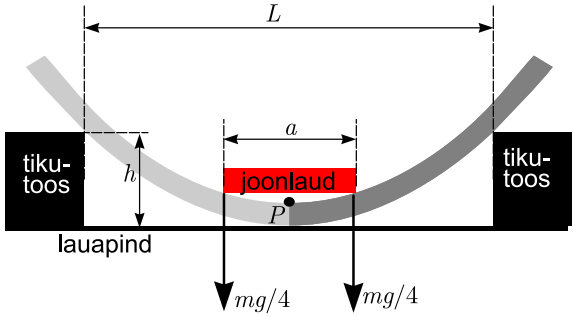
millest saame

$$\mu = \frac{m(\rho_v^{-1} - \rho_t^{-1})}{H^2 L}.$$



L173 Spagett (12 p) ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, piirkonnavoor, 2017, G E2

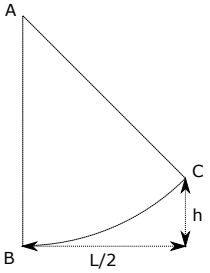
Asetame kaks tikutoosi üksteisest tosinkonna sentimeetri kaugusele ja paneme nende peale spagetikõrre lebama. Asetame joonlaua ühte otsa pidi spagetikõrre keskkohta; joonlaua teine ots toetagu vastu lauda nii, et joonlaud on peaaegu horisontaalselt (alternatiivselt võib teise otsa toetada teise spageti peale, siis lahendus tuleb sama). Spagetikõrre kõrvaltvaade on antud järgneval joonisel.



Leiame sellise tikutooside vahemaa, et spagett puudutab lauda, kuid ei toetu sellele. *Märkus:* tikutooside vahemaa asemel võib muuta punkti, millega joonlaud toetub spagetile (kangiõlgade muutmise tõttu muutub rõhumisjõud vahemikus $mg/2$ kuni mg). Et joonlaud on tasakaalus ja horisontaalne, siis nii laud kui spagett toetavad joonlauda jõuga $mg/2$. Kuna joonlaud toetub spagetile kahte tippu pidi, avaldab sümmeetria tõttu kumbki tipp spagetile jõudu $mg/4$. Samuti avaldab sümmeetria ja jõudude tasakaalu tõttu kumbki tikutoos spagetile vertikaalset jõudu $mg/4$. Kuna spagett paindub vähe ja on peaaegu horisontaalne, siis eeldame, et tikutoosi nurgas mõjuv jõud on vertikaalne (kui jõud oleks tikutoosi nurgas spagetiga risti ja spagett oleks ringjoone kaare kujuga, annaks täpne arvutus paranduskordaja $R/(R-h)$, mis eeldusel $h \ll R$ läheneb ühele). Avaldame punktis P ühelt spagetipoolelt teisele avaldatava jõumomendi T (ignoreerides märki) momentide tasakaalu tingimusest. Arvestame, et ühele spagetipoolele mõjub joonlaua ühe tipu poolt avaldatav jõud $mg/4$ kaugusel $a/2$ ja tikutoosi nurga juures olev jõud $mg/4$ kaugusel $L/2$, mistõttu tuleb nende jõumomendiks:

$$\frac{1}{4}mg \cdot \frac{L-a}{2} = T = k/R.$$

Kui loeme spagetilõigu ringjooneks raadiusega R, siis selle raadiuse leiame geomeetriliselt paremal oleva joonise abil. Joonisel $|AB| = |AC| = R$ ja Pythagorase teoreemi rakendades küljele $|AC|$ saame $(L/2)^2 + (R-h)^2 = R^2$, millest



$$(2R-h)h = L^2/4 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{L^2}{8h} + \frac{h}{2}.$$

Lubatud on kasutada ligikaudset avaldist $R \approx \frac{L^2}{8h}$ ehk lähendust $L \gg h$; iga muu vigadeta lahendus, mis viib lähenduse $h \ll R$ piires antud vastusega ekvivalentse

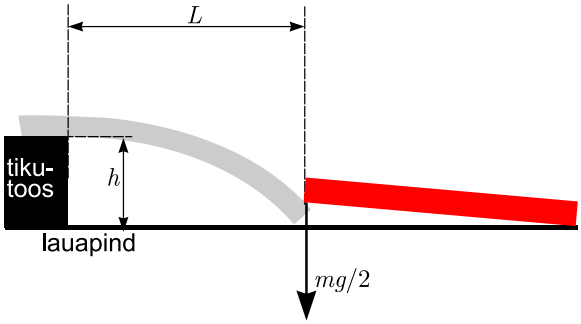
avaldiseni (st saadud tulemuse ja siinse vastuse erinevus jääb suurusjärku h), tuleb lugeda õigeks. Lõplikuks avaldiseks saame

$$k = \frac{mg(L-a)}{8}\left(\frac{L^2}{8h} + \frac{h}{2}\right).$$

Mõõdame üle kõik suurused, näiteks võib vastuseks tulla $L = 25\,\mathrm{cm}$, $h = 12\,\mathrm{mm}$, $a = 40\,\mathrm{mm}$ ning olgu $m = 25\,\mathrm{g}$. Sellisel juhul saame vastuseks

$$k \approx 4{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{N\,m^2}.$$

Alternatiivne lähenemine:
Sspagett fikseeritakse kahe tikutoosi vahele (või surutakse näpuga vastu tikutoosi nii, et spagett oleks tihedas kontaktis tikutoosi ülemise tahuga), vt joonis.



Sellisel juhul on jõumomentide tasakaal tikutoosi nurga suhtes $T = \frac{mgL}{2}$ ning R avaldises tuleb asendada $L/2 \to L$. Siis saame:

$$k = \frac{mgL}{2}\left(\frac{L^2}{2h} + \frac{h}{2}\right).$$

Hindamisskeem:
Idee toetada toosidega servadest ja vajutada joonlauaga keskele sellise jõuga, et kõrs puudutab keskelt lauda, kuid ei toetu sellele: 2 p.
Idee reguleerida parameetreid eelpoolkirjeldatud olukorra saavutamiseks kas tikutooside vahekauguse või joonlaua toetuspunkti muutmise teel: 1 p.
Tikutooside vahemaa mõõtmine: 1 p.
Tikutoosi kõrguse mõõtmine: 1 p.
Valemi $T = \frac{1}{4}mg \cdot \frac{L-a}{2}$ tuletamine: 3 p (kui $L - a$ asemel on L ja seejuures on kasutatud alternatiivset skeemi või on fikseeritud teksti või joonise abil, et joonlaual lastakse toetuda servaga, nii et toetuspunkt on täpselt spageti keskel, siis mitte karistada; vastasel juhul karistada 1 punktiga andes seega 2 punkti valemi $T = \frac{mgL}{8}$ eest).
Keskmise kõverusraadiuse R avaldamine geomeetriast ($R = \frac{L^2}{8h}$, $R = \frac{L^2}{8h} + \frac{h}{2}$ vms, vt eelpool): 2 p. Kui õpilane ei lähenda tervet spagetti ühe ringjoonena ja leiab täpse kõverusraadiuse, siis anda samuti 2 p.

Teguri k arvutamine, kusjuures vastus ei erine õige vastusest (see tuleks kindlaks teha antud spagetitüübi jaoks) rohkem kui 1,5 korda: 2 p (kui erinevus on väiksem kui 2 korda, siis 1 punkt).

L174 Õhupall 2 (12 p) ★★★★★ Autor: Ardi Loot, lõppvoor, 2017, G E2

Asetame õhupalli millimeeterpaberile ja sellele koormise. Võttes eelduseks, et väikeste deformatsioonide korral ei muutu oluliselt õhupalli ruumala, siis järelikult ei muutu oluliselt ka õhupallis olev rõhk. Koormise tõttu suureneb õhupalli ja millimeetripaberi kokkupuutepind, mille leiame märkides selle markeriga paberile. Teine variant on õhupall eelnevalt markeriga kokku määrida ja mõõta paberile jääva jälje pindala. Õhupalli horisontaalseks surutud pind mõjub lauale jõuga ΔpS, kus Δp on õhupallis olev lisarõhk ja S on õhupalli ja laua kokkupuutepinna suurus. Lugedes õhupalli massi tühiseks, peab see jõud olema võrdne koormise raskusjõuga mg, kus m on koormise mass. Õhupallis olev lisarõhk avaldub seega $\Delta p = mg/S$ ja kokkuvõttes on õhupalli sees olev rõhk õhurõhust $\eta = (p_0 + \Delta p)/p_0$ korda suurem.
Märkus: Õhupallis oleva pinge saame jätta arvestamata, kunas õhupalli ja millimeetripaberi kokkupuutepind on horisontaalne ning seega puudub pinge vertikaalne komponent.

L175 Murdumisnäitaja (12 p) ★★★★★ Autor: Eero Uustalu, piirkonnavoor, 2018, G E2

Järgnevates lahendustes arvestame, et õhu murdumisnäitaja $n_{\text{õhk}} = 1$

VARIANT 1
Täieliku sisepeegelduse piirnurga kaudu.
Vaatame suunast B anuma taha veepiirist ulespoole kinnitatud mm paberi tükki A ja määrame kindlaks nurka α_2, mille juures on piir paberi kujutise ja täieliku sisepeegelduse vahel Murdumisseadusest õhust klaasi ja vee piirpinnal saame

$$1 \cdot \sin 90^\circ = n_v \sin\alpha, \quad \text{ja} \quad n_v \cdot \sin\alpha_1 = 1 \cdot \sin\alpha_2.$$

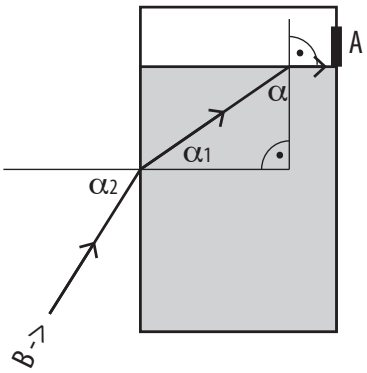
Täisnurksest kolmnurgast saame, et $\sin\alpha = \cos\alpha_1$, seega saame eespool kirjutatud võrranditest avaldade vee murdumisnäitaja n_v

$$1 = n_v \cdot \cos\alpha_1, \quad \text{ja} \quad n_v \sin\alpha_1 = \sin\alpha_2$$

$$n_v = \frac{1}{\cos\alpha_2} \quad \Rightarrow \quad \tan\alpha_1 = \sin\alpha_2$$

$$\alpha_1 = \arctan(\sin\alpha_2)$$

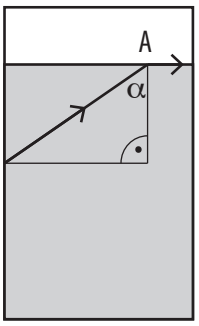
$$n_v = \frac{1}{\cos(\arctan(\sin\alpha_2))}$$



Hindamisjuhend - Kokku maksimaalselt 12 punkti
Joonis — 3 p.
Vee murdumisnäitaja n_v tuletuskäik — 4 p.
Nurga α_2 mõõtmine — 2 p.
Arvutus — 2 p.
Vastus $1{,}32$ kuni $1{,}34$ — 1 p ($1{,}30$ kuni $1{,}36$ — 0,5 p).
See meetod on täpseim, kuna mõõta tuleb ainult üks väline nurk α_2, mida saab teha täpselt. Kontrollkatse tulemus $n_v = 1{,}326 \pm 0{,}012$

VARIANT 2
Täieliku sisepeeglduse kaudu, kasutades vaid vedelikusisest kiirt.
Vaatame vedeliku küljepealt ning leiame koha veepinnal, kus toimub täielik sisepeegeldus. Kasutades millimeeterpaberit, leiame nurga α ning arvutame vee murdumisnäitaja

$$n_v = \frac{1}{\sin \alpha}$$

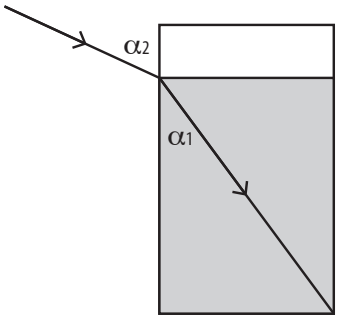


Hindamisjuhend - Kokku maksimaalselt 8 punkti
Joonis — 2 p.
Valem — 2 p.
Nurga α mõõtmine — 2 p.
Arvutused — 1 p.

Vastus $1{,}32$ kuni $1{,}34$ — 1 p ($1{,}30$ kuni $1{,}36$ — 0,5 p).
Suure vea põhjustab eelkõige nurka α määramise keeurukus, kuna punkti A on raske kindlaks teha.

VARIANT 3
Otsene murdumisnurkade mõõtmine
Vaatama näiteks anuma alaserva läbi veekihi pinna. Leiame vaatamis ja langemisnurgad kasutades millimeeterpaberit ning tekkinud kolmnurki.
Vee murdumisnäitaja leiame seosest

$$n_v = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}$$



Hindamisjuhend - Kokku maksimaalselt 9 punkti
Joonis — 2 p.
Nurga α_2 mõõtmine — 2 p.
Nurga α_1 mõõtmine — 2 p.
Valem ja arvutuskäik — 2 p.
Vastus $1{,}32$ kuni $1{,}34$ — 1 p ($1{,}30$ kuni $1{,}36$ — 0,5 p).
Ebatäpsuse põhjustab eelkõige anumasisese nurga määramine ja anuma väikesed mõõtmed ning sellest tulenev suur suhteline viga. Samuti summeeruvad kahe nurga määramise vead.
Märkus. Kirja pandud ainult vastus $n = 1{,}33$ ilma lisapõhjenduseta – kokku $0{,}5$ punkti.

L176 Must kast (14 p) ★★★★★ Autor: Jaan Kalda/Eero Uustalu, lõppvoor, 2018, G E2

Kolm elementi on mustas kastis tähtühenduses. Sellest arusaamiseks paneme tähele, et ainult ühe klemmipaari puhul ei lähe vool pika aja möödudes nulli. Märgime ära stabiliseeruva voolutugevuse I nende klemmide vahel. Kasutades multimeetrit voltmeetrina, mõõdame nende klemmide vahelise pinge - see võrdub patarei elektromotoorjõuga $\mathcal{E}$. Nendest mõõtmistest saame leida Ohmi seaduse abil takisti takistuse ja patarei sisetakistuse summa:

$$R + r = \frac{\mathcal{E}}{I}$$

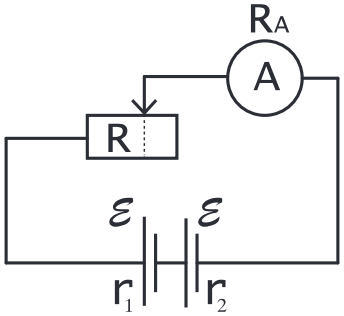
Eraldi takistuse leiame, kui laadida esmalt kondensaator täiesti täis (ampermeetriga saab kontrollida laadimisvoolu vähenemist) ja siis ühendada läbi ampermeetri takistile (st ühendada ampermeetriga kaks vastavat väljundklemmi): esimese hetke lugem annab voolu, kui takistil on patarei pinge. Kondensaatori mahtuvuse leidmiseks mõõdame stopperiga aega ning konstrueerime tühjenemisvoolu graafiku $I\,(t)$. Selle graafiku alune pindala võrdub kondensaatori algse laenguga Q. Siit kondensaatori mahtuvus $C = Q/U$. Alternatiivselt saame kondensaatori mahtuvuse, kui mõõdame voolutugevuse kahel ajahetkel ja kasutame seost kondensaatori tühjenemisvoolu kohta: $I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$.

L177 Vooluallikas (12 p) ★★★★★ Autor: Eero Uustalu, piirkonnavoor, 2019, G E2

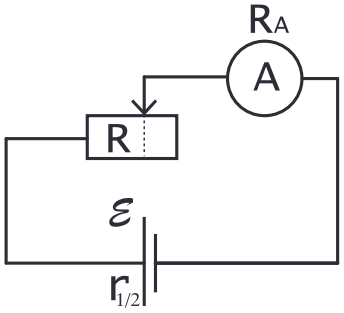
VARIANT 1

Patareid järjest. Koostame kolm skeemi ning mõõdame voolutugevused. Arvulised väärtused on igal patareide paaril omad, antud lahendusvariantides on kasutatud ühe konkreetse patareide paari reaalseid mõõtmistulemusi.

Ühendame jadamisi kaks patareid, ampermeetri ja reostaadi. Reostaadi takistuse R seame selliselt, et ampermeetri näit I oleks lähedane maksimaalsele. Nimelt on analoogampermeetri näit on täpseim maksimumnäidu juures ja kolmest selles katsevariandis kasutatavast ühendusskeemist annab selline ühendus suurima ampermeetrit läbiva voolu. Voolu ei tohi mõõta korraga pikalt kuna see viib patarei laetuse astme muutumiseni.



Seejärel ühendame reostaadi väärtust muutmata reostaadi ja ampermeetri jadaühenduse külge kummagi patarei eraldi ja mõõdame vastavad voolud I_1 ning I_2



Kontrollkatses mõõdetud voolud on järgmised

$$I = 1{,}86\,\mathrm{A}, I_1 = 0{,}99\,\mathrm{A}, I_2 = 1{,}005\,\mathrm{A}$$

Patarei elektromotoorjõu loeme vatavalt ülesande tingimustele patarei küljelt $\mathcal{E} = 1{,}5\,\mathrm{V}$
Koostame võrrandisüsteemi:

$$2\mathcal{E} = I(r_1 + r_2 + R + R_A)$$

$$\mathcal{E} = I_1(r_1 + R + R_A)$$

$$\mathcal{E} = I_2(r_2 + R + R_A)$$

Lihtsustame:

$$\frac{2\mathcal{E}}{I} = r_1 + r_2 + R + R_A \quad (1)$$

$$\frac{\mathcal{E}}{I_1} = r_1 + R + R_A \quad (2)$$

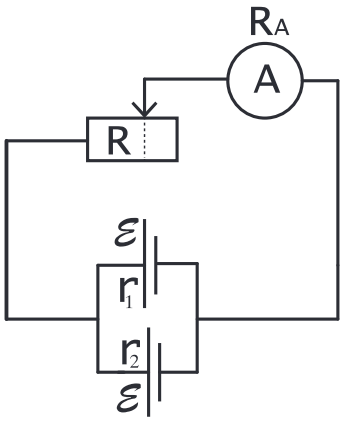
$$\frac{\mathcal{E}}{I_2} = r_2 + R + R_A \quad (2)$$

Lahutame valemist (1) valemi (2) ning valemist (1) valemi (3) ning arvutame kontrollkatse tulemustega

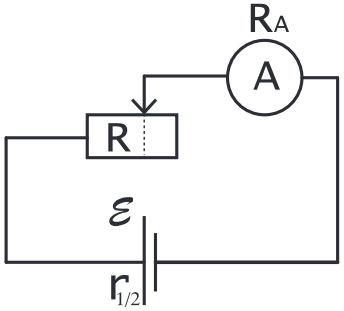
$$r_1 = \frac{2\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_2} = 0{,}120\,\Omega$$

$$r_2 = \frac{2\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_1} = 0{,}099\,\Omega$$

VARIANT 2
Patareid paralleelselt. Koostame kolm skeemi ning mõõdame voolutugevused.Arvulised väärtused on igal patareide paaril omad, antud lahendusvariantides on kasutatud ühe konkreetse patareide paari reaalseid mõõtmistulemusi.
Ühendame amermeetri ja reostaadi jadaühenduse külge korraga kaks patareid paralleelselt ja seame reostaadi selliselt, et näit oleks ampermeetri maksimumnäidu lähedal. Nimelt on analoogampermeetri näit on täpseim maksimumnäidu juures ja kolmest selles katsevariandis kasutatavast ühendusskeemist annab selline ühendus suurima ampermeetrit läbiva voolu. Mõõdame I.



Seejärel ühendame kummagi patarei üksinda sama reostaadi asendi juures ampermeetri ja reostaadi jadaühenduse külge ning mõõdame I_1 ja I_2 väärtused. Voolu ei mõõda korraga pikalt kuna see viib patarei laetuse astme muutumiseni.



Mõõdetud voolud on järgmised:

$$I = 1{,}84\,\mathrm{A}, I_1 = 1{,}70\,\mathrm{A}, I_2 = 1{,}74\,\mathrm{A}$$

Patarei elektromotoorjõu loeme vatavalt ülesande tingimustele patarei küljelt $\mathcal{E} = 1{,}5\,\mathrm{V}$.
Koostame võrrandisüsteemi. Ühesuguse elektromotoorjõuga patareide paralleelühendus lihtsustub üheks patareiks elektromotoorjõuga $\mathcal{E}$ millega on järjestikku paralleelselt ühendatud sisetakistuste paar takistusega $\frac{1}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}$.

$$\mathcal{E} = I(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + R + R_A)$$

$$\mathcal{E} = I_1(r_1 + R + R_A)$$

$$\mathcal{E} = I_2(r_2 + R + R_A)$$

Lihtsustame:

$$\frac{\mathcal{E}}{I} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + R + R_A \quad (5)$$

$$\frac{\mathcal{E}}{I_1} = r_1 + R + R_A \quad (5)$$

$$\frac{\mathcal{E}}{I_2} = r_2 + R + R_A \quad (6)$$

Lahutades avaldisest (5) avaldise (6) saame

$$\frac{\mathcal{E}}{I_1} - \frac{\mathcal{E}}{I_2} = r_1 - r_2 = \Delta r$$

ja siit saame avaldada

$$r_1 = r_2 + \Delta r \quad (6)$$

ning avaldisest (5)

$$R + R_A = \frac{\mathcal{E}}{I_2} - r_2$$

Asetades ülaltoodud 2 väärtust valemisse (4) saame

$$\frac{\mathcal{E}}{I} = \frac{(r_2 + \Delta r) r_2}{2r_2 + \Delta r} + \frac{\mathcal{E}}{I_2} - r_2$$

Avame sulud viime samale poole võrdusmärki ja grupeerime r_2 järgi

$$r_2^2 + r_2(2(\frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_1})) + \Delta r(\frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_1}) = 0$$

Kuna edasine ruutvõrrandi lahendamine valemi kujul läheb küllaltki tülikaks asetame ruutvõrrandisse arvutadud väärtused

$$\Delta r = \frac{\mathcal{E}}{I_1} - \frac{\mathcal{E}}{I_2} = 0{,}020\,28\,\Omega$$

$$\frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_1} = -0{,}046\,85\,\Omega$$

saame ruutvõrrandi

$$r_2^2 - r_2(0,09370) - 0,0009501^2 = 0$$

kust ainus positiivne lahend annab lõppvastuseks $r_2 = 0,1029$ ja avaldisest (6) $r_1 = 0,1232$

HINDAMISSKEEM
koostatud on 3 sobivat vooluringi kokku (1,5 p).

(iga vooluring a (0,5 p).)
on mõõdetud 3 voolu piisava täpsusega kokku (3,0 p).
(iga vool maksimaalselt (1,0 p).)

- täpsus vähemalt 0,01A a 1,0 p.
- täpsus vähemalt 0,05A a 0,5 p.
- täpsus 0,1A a 0 p.
- kui kahe patarei koos kasutamisel mõõdetud vool on väiksem kui emma kumma patarei eraldi kasutamisel mõõdetu siis valesti mõõdetud väärtuse eest 0 p.

Suurim mõõdetud vooludest on ampermeetri maksimaalse 2A voolu lähedal kokku 2,0 p.

- vool üle 1,7A (2,0 p).
- vool üle 1,4A (1,5 p).
- vool üle 1,1A (1,0 p).
- vool üle 0,7A (0,5 p).
- vool alla 0,7A (0 p).

Oomi seadusest tulenevalt koostatud võrrandisüsteem kokku 1,5 p.

- iga võrrandi eest maksimaalselt 0,5 p.

vastuse tuletuskäik maksimaalselt kokku 2,0 p.

- kui parallelühenduses arvutus on tehtud ligikaudselt siis maksimaalselt 0,5 p.

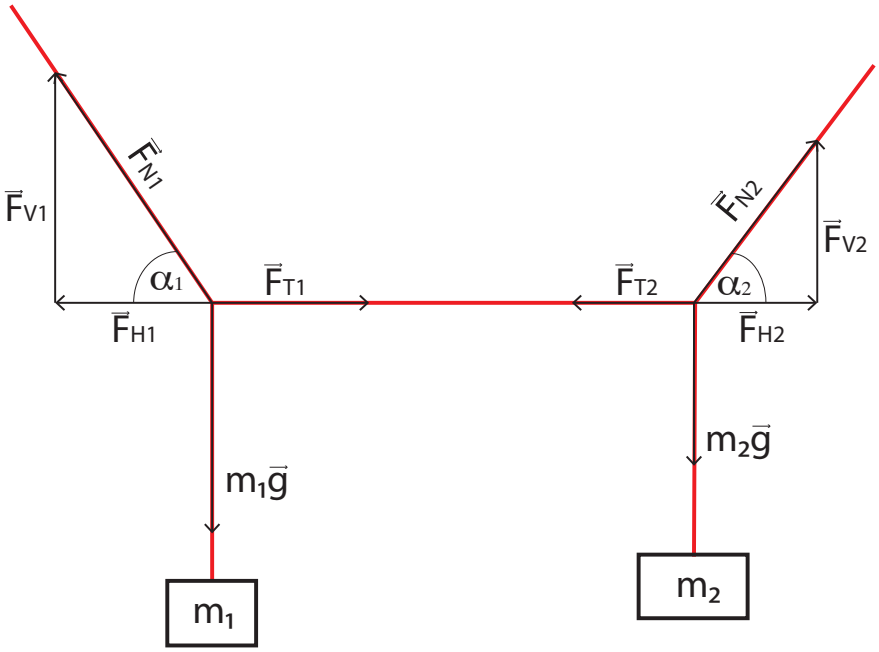
Sisetakistused leitud (kumbki vastus maksimaalselt (1,0 p).) kokku 2,0 p.
oletatud ja mõõtmistulemustega mitte põhjendatud vastuseid hinnata a (0 p).

- sisetakistus arutatud täpselt ja tulenevalt oma mõõtmistulemustest, siis kumbki takistus a (0,25 p).
- sisetakistus on õiges vahemikus $0,07 - 0,25$ siis kumbki takistus lisaks a (0,5 p).
- sisetakistuse väärtus on antud vähemalt sajandiku oomi täpsusega, siis kumbki takistus lisaks a (0,25 p)

kui on eeldatud, et patareid on täiesti ühesugused siis kogu ülesande eest MAKSIMAALSELT 8 p.

L178 Masside suhe (14 p) ★★★★★ Autor: Eero Uustalu, lõppvoor, 2020, G E1

Niidiga saab avaldada vaid tõmbavat jõudu ja see ühtib niidi suunaga. Newtoni I seadus väidab, et paigal saab keha olla vaid kui talle mõjuvate jõudude summa on null.
Teeme niidi sisse mingi vahega kaks aasa ja riputame koormised nende külge. Seejärel tõstame koormised niitipidi üles hoides niidi otsi laiali selliselt, et koormisi ühendav niidilõik on horisontaalne.
Teeme sellest joonise.



Koormiste raskusjõud on vastavalt $m_1\vec{g}$ ja $m_2\vec{g}$
jõud vastavates niidilõikudes $\vec{F_{N1}}$ ja $\vec{F_{T1}}$ ning $\vec{F_{N2}}$ ja $\vec{F_{T2}}$
kus Newtoni I seadusest tulenevalt :

$$\vec{F_{T1}} = -\vec{F_{T2}}$$
$$\vec{F_{N1}} + \vec{F_{T1}} + m_1\vec{g} = 0$$
$$\vec{F_{N2}} + \vec{F_{T2}} + m_2\vec{g} = 0$$

siit tulenevalt on ka

$$\vec{F_{T1}} = -\vec{F_{H1}}$$
$$\vec{F_{T2}} = -\vec{F_{H2}}$$
$$\vec{F_{V1}} = -m_1\vec{g}$$
$$\vec{F_{V2}} = -m_2\vec{g}$$

ning

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F_{V1}}{F_{V2}} = \frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2}$$
$$\frac{m_{\text{kaarjas metallist viht}}}{m_{\text{polt}}} = 1{,}59.$$

L179 Majapidamispaber (14 p) ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2021, G E2

Lõikame paberist pika riba ja riputame otsapidi vette ning ootame seni, kuni vee mööda paberit "üles ronimine" peatub. See võtab üsna kaua, vähemalt paar minutit. Mõõdame märgunud osa kõrguse h mõõdetuna kõrgusena veepinnast, olgu see nt $h = 75\,\mathrm{mm}$. Pooride vahekauguse hindamiseks võime kasutada kapillaarrõhu valemit rõhu jaoks kõvera pinna all: paberi märgunud osa ülaservas vees on rõhk atmosfäärirõhust väiksem $\Delta p = \rho g h$ võrra, kus $\rho = 1\,\mathrm{g/cm^3}$, selle peab kompenseerima kapillaarrõhk, mis oleks silindrilise toru ja täieliku märgamise puhul $4\sigma/d$. Suurusjärgulise hindamise puhul võime kasutada seda valemit asendades silindri diameetri d kiudude vahekaugusega. Saame $4\sigma/d = \rho g h$, millest $d = 4\sigma/\rho g h \approx 0{,}4\,\mathrm{mm}$.
Sellega me ülehindasime d väärtust, sest esiteks, vesi ei märga paberikiude täielikult ja teiseks, kiududevahelised augud ei ole silinderjad ning see vähendab kapillaarrõhku.

L180 Foolium (14 p) ★★★★★ Autor: Jarl Patrick Paide, piirkonnavoor, 2022, G E2

Üldine lahendusmeetod:
Teeme fooliumist teatud kujuga objekti ning asetame selle vee peale. Tehes sobiliku kujuga objekti ning vajalikud mõõtmised saame leida fooliumi pindtiheduse
Üldiselt kehtib vees olevale objektile 3 jõudu: üleslükkejõud, pindpinevusjõud ja raskusjõud.
Enamasti on vaja leida ka fooliumi paksus. Selleks tuleb võtta võimalikult suur tükk fooliumit ning voltida/lõigata (voltimiste arv peab olema piisavalt väike, et see ei mõjutaks paksust) seda nii, et võimalikult palju kihte oleks üksteise peal. Kui on suurusjärgus 100 kihti, on võimalik joonlauaga mõõta paksust (küll mitte väga täpselt).
Võib olla võimalik ka valides objekti kuju nii, et pindpinevusjõud on palju suurem kui üleslükkejõud. Sellisel juhul ei ole ilmselt vaja leida fooliumi pakusust, mille mõõtmine antud vahenditega on suhteliselt ebatäpne.

Fooliumi pindtihedus sõltub fooliumi paksusest ning on võrdne fooliumi tiheduse ja selle pakuses korrutisega. Fooliumi tihedus on $2700\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. Sõltuvalt fooliumi pakusest on pindtihedus enamasti 20 g m^{-2} kuni 80 g m^{-2} (hindamisel oleks hea teada fooliumi täpset pindtihedust).

Näiduslahendus:
Teeme fooliumist täidetud risttahuka mille alustahk on mõõtmetega $a \times b$ ja kõrguse moodustab N fooliumi paksust d. Keha uppumise piirjuhul kehtib võrrand $2(a+b)\sigma + \rho_v(abNd)g = \rho_f(abNd)g$. Võrrandist saame avaldada fooliumi pindtiheduse:

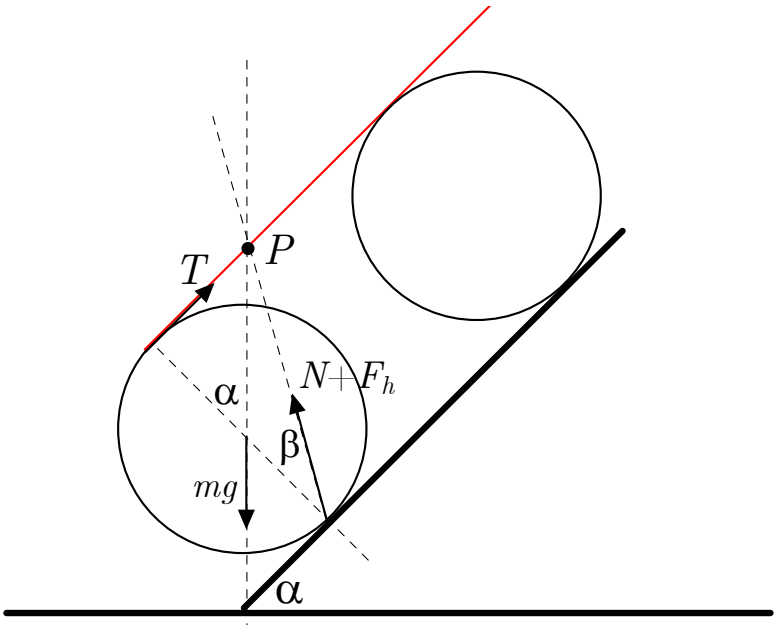
$$\text{pindtihedus} = \rho_f d = \frac{2(a+b)\sigma}{abNg} + \rho_v d.$$

Hindamine:

- Toimiv lahendusidee (kui lahendusidee on vähemtäpne kui ta saaks olla siis anda osa punkte) — 3 p.
- Matemaatiliselt kirjeldatud jõudude tasakaal (osalise kirjelduse puhul anda pindpinevusejõu eest 3 p, üleslükkejõu eest 1 p ja raskusjõu eest 1 p) — 5 p.
- Fooliumi paksuse leidmine võimalikult täpselt (alla 100 kihi mõõtes kuni 1 p) — 2 p.
- Tehtud mõõtmised jõudude tasakaalu jaoks — 2 p.
- Saadud õiges suurusjärgus vastus — 2 p.

L181 Pingpong (14 p) ★★★★★ Autor: Jaan Kalda, lõppvoor, 2022, G E2

Ehitame puitjoonlauast kaldpinna toetades ühe otsa vastu lauapinda ja kergitades teist käega. Hoiame samal ajal samas käes vertikaalselt plastjoonlauda niimoodi, et saame selle abil mõõta puitjoonlaua otsa kõrgust h lauapinnast. Seda kõrgust kasutame selleks, et teha kindlaks kaldpinna nurga $\alpha = \arcsin h/L$, kus L on puitjoonalua kogupikkus. Leiame sellise joonlaua kaldenurga, mille puhul on võimalik hoida pingpongi palli kaldpinna peal paigal tõmmates niidist, mis on paralleelne kaldpinnaga, kusjuures niidi kinnituspunkt on palli puutepunktist diameetri kaugusel, vt joonist. Paralleelsuse tagamiseks on mugav kasutada teist pingpongi palli, mis hoiab niiti samal kaugusel joonlauast. Tasakaalutingimus on, et kolm rakendatud jõudu — raskusjõud, hõõrdejõu ja toereaktsiooni resultant (mille siht moodustab nurga $\beta = \arctan\mu$ pinnanormaaliga) ja niidi pinge lõikuvad ühes punktis P. On lihtne näha, et $\tan\beta = 12\tan\alpha$, st $\mu = \frac{1}{2}\tan\alpha$.


T
P
α
N+F_h
β
mg
α