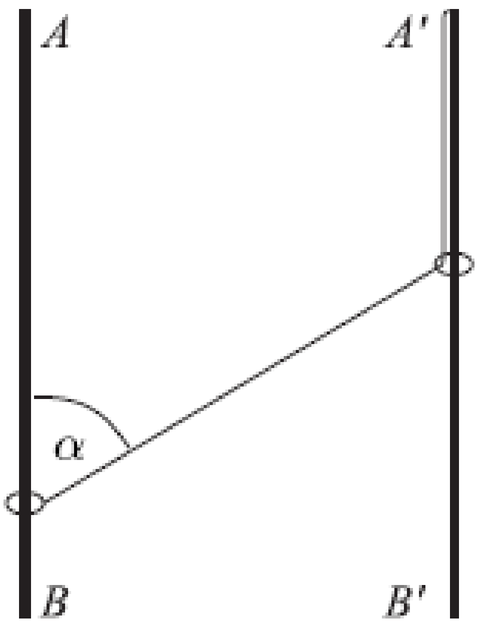
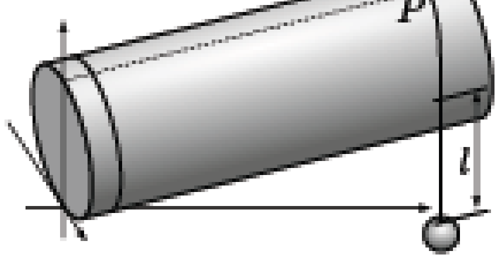
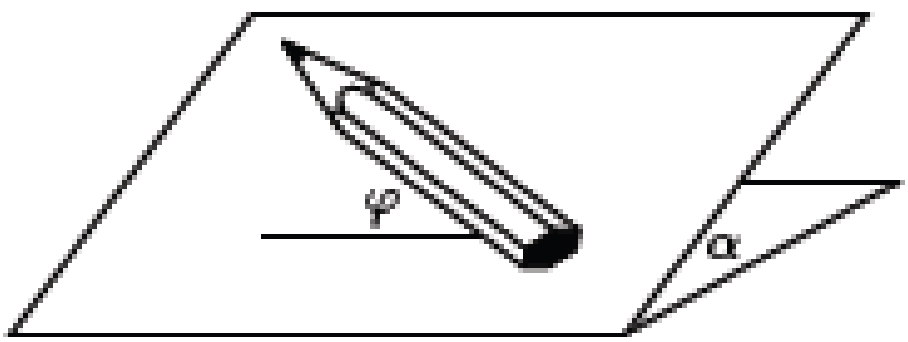
SOAL-SOAL **MEKANIKA**
DALAM OLIMPIADE FISIKA

Jaan Kalda







Diterjemahkan oleh Zainal Abidin

Daftar Isi

Daftar Isi		1
Bagian A:	Kinematika	2
	Soal-soal pada Kinematika	3
	Pendahuluan	3
	Kinematika	3
	Jawaban	17
Bagian B:	Mekanika	19
	Pendahuluan	20
	Statika	21
	Dinamika	33
	Petunjuk	56
	Jawaban	68
Penulis & Penerjemah		72

Bagian A

Kinematika

SOAL-SOAL PADA KINEMATIKA

Jaan Kalda
Diterjemahkan oleh Zainal Abidin

PENDAHULUAN

Memecahkan sebagian besar soal dalam fisika ternyata dapat dikurangi dengan menggunakan sejumlah kecil ide (ini juga berlaku untuk disiplin lain, misalnya matematika). Oleh karena itu kita harus belajar ide-ide ini, dan kemudian mencoba untuk menerapkannya ketika memecahkan soal-soal secara khusus. Dengan pengalaman itu menjadi jelas bahwa soal-soal cenderung mengandung petunjuk tentang ide-ide mana yang perlu digunakan. Tulisan ini mencoba untuk merangkum ide-ide utama yang dihadapi dalam memecahkan soal-soal kinematika. Untuk setiap ide, ada ilustrasi soal yang harus dipecahkan oleh pembaca; jawaban yang benar juga telah disediakan untuk kemungkinan mengecek sendiri. Jika soal nampak terlalu sulit, ide-ide yang disajikan di dekatnya perlu dipertimbangkan lagi - tidak ada potongan-potongan kompleks pengetahuan lainnya yang diperlukan.

KINEMATIKA

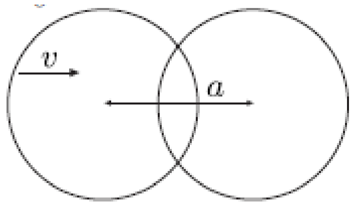
IDE 1: Pilih kerangka acuan yang paling tepat.

Untuk menemukannya, kita harus menyelidiki proses dalam semua kerangka acuan yang berpotensi dapat digunakan. Yang termasuk dalam hal ini, yaitu

- beberapa benda pada posisi diam
- beberapa proyeksi kecepatan yang lenyap
- gerak simetris

Dengan demikian, dalam kerangka acuan yang baik, beberapa kecepatan atau komponen-komponennya (atau percepatan atau komponen-komponennya) hilang atau dua kecepatan menjadi sama. Setelah mendapatkan beberapa kunci wawasan dari kerangka acuan baru, kita dapat mengubah kembali ke kerangka laboratorium dan mengubahnya dengan menggunakan aturan penjumlahan vektor kecepatan (percepatan).

SOAL 1. Satu dari dua cincin dengan jari-jari *r* diam, yang lain bergerak pada kecepatan *v* menuju yang pertama. Tentukan kecepatan pada titik potong atas yang tergantung pada *a*, yaitu jarak antara pusat-pusat cincin.

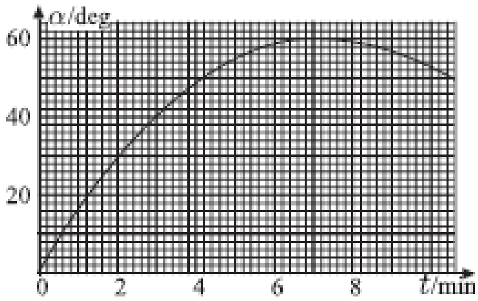


Untuk menyelesaikan soal ini, ide berikut ini berguna untuk diketahui.

IDE 2: Adalah mungkin untuk menngambarkan segala sesuatu tentang vektor kecepatan atau percepatan setelah kita tahu salah satu komponen dan arah vektornya.

Cara matematikawan menyatakannya yaitu bahwa segitiga siku-siku ditentukan oleh satu sudut dan satu sisi. Sebagai contoh, jika kita tahu bahwa kecepatan pada sudut α ke horizontal dan komponen horizontalnya w, maka besarnya adalah $w/sin\ \alpha$. Kita bisa menggunakan ide ini lagi dalam soal berikut:

SOAL 2. Sebuah balon naik dengan kecepatan tetap dapat digunakan untuk menyelidiki kecepatan angin pada berbagai ketinggian. Berikut grafik sudut elevasi terhadap waktu diperoleh dengan mengamati balon. Balon dilepas pada jarak L = 1 km dari titik pengamatan dan balon terlihat naik langsung ke atas. Diketahui bahwa kecepatan angin di dekat tanah adalah nol, tentukan *a*) ketinggian balon ini pada waktu t = 7 menit setelah dilepaskan dan *b*) kecepatan angin pada ketinggian ini.

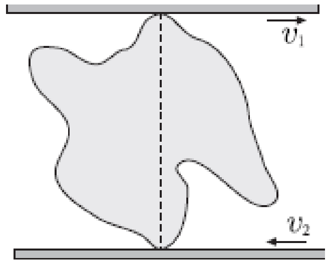


Di sini kita dapat mencatat dua ide.

IDEA 3: Jika sebuah grafik diberikan, sangat sering beberapa garis singgung dan kemiringannya menjadi bermanfaat.

IDEA 4: Jika kebetulan tidak terdapat pada soal (dalam kasus ini kemiringan garis singgung nol pada waktu yang diberikan), maka kemungkinan besar bahwa keadaan ini harus digunakan.

SOAL 3. Sebuah gumpalan pejal dijepit di antara dua lempeng, salah satu bergerak pada kecepatan v_1 dan yang lain v_2. Pada saat tertentu, kecepatan horizontal dan titik sentuh dari gumpalan dan lempeng disejajarkan. Dalam gambar, tandai bahwa semua titik gumpalan dengan besar kecepatan sama dengan v_1 atau v_2.

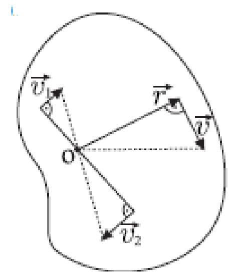


Pertanyaan ini sepenuhnya didasarkan pada

IDE 5: Gerak benda tegar dapat selalu diperlakuakan sebagai sebuah rotasi sesaat pusat rotasi.

Pusat rotasi dapat dibangun kembali jika

- kita ketahui arah kecepatan dua titik dan arahnya tidak sejajar - yaitu garis tegak lurus yang ditarik dari titik berpotongannya;
- kita ketahui kecepatan dua titik dan vektor sejajar dan tegak lurus dengan garis yang menghubungkan titik-titik ini - kita dapatkan perpotongan antara garis yang menghubungkan titik-titik itu dan garis yang menghubungkan ujung vektor kecepatan (lihat gambar).



Setelah pusat rotasi didapatkan, maka kecepatan setiap titik dapat ditentukan sebagai vektor tegak lurus garis yang ditarik dari pusat rotasi dengan besar sebanding dengan jarak dari pusat rotasi (lihat gambar).

IDE 6: Jika ada gesekan penyebab gerak, maka biasanya kerangka acuan yang paling tepat adalah pada daerah sekitar penyebab gesekan.

SOAL 4. Sepotong kapur putih dilemparkan ke sebuah papan tulis hitam horizontal yang bergerak kecepatan tetap. Awalnya, kecepatan kapur ini tegak lurus ke arah gerakan papan. Apa bentuk jejak kapur ini di papan?

Untuk memecahkan soal berikutnya, kita perlu menambahkan ide lain untuk ide yang terakhir:

IDE 7: Lintasan terpendek dari sebuah titik ke sebuah bidang adalah tegak lurus terhadap bidang.

Hal ini dapat diulang dengan cara sedikit lebih umum (tapi kurang spesifik): beberapa nilai minimum dan maximum dapat ditentukan tanpa meggunakan turunan (*derivative*), kenyataannya solusi tanpa turunan bisa menjadi jauh lebih sederhana. Untuk soal ini, pendekatan perumusan berikut dapat diberikan: jika salah satu dari dua vektor tetap dan arah yang lainnya tetap, maka besar jumlahnya adalah minimal ketika membentuk segitiga siku-siku.

SOAL 5. Sebuah balok didorong ke atas sabuk berjalan (*conveyor belt*). Sabuk bergerak dengan kecepatan v_0 = 1 m/s, kecepatan awal balok ini u_0 = 2 m/s tegak lurus terhadap kecepatan sabuk itu. Selama gerakan selanjutnya, berapakah kecepatan minimum balok terhadap tanah? Koefisien gesekan cukup besar untuk mencegah balok jatuh dari sabuk.

SOAL 6. Setelah mendapatkan tendangan oleh pemain sepak bola, bola mulai terbang melintas ke arah gawang pada kecepatan v = 25 m/s membuat sudut α = arccos 0,8 dengan horizontal. Di sisi lain, angin bertiup pada u = 10 m/s tegak lurus dengan kecepatan awal bola, pada saat bola mencapai bidang gawang, bola menyimpang dari awalnya s = 2 m. Tentukan waktu yang diperlukan bola untuk mencapai bidang gawang jika gawang itu terletak pada jarak L = 32 m dari pemain sepak bola.

Sepertinya soal ini relatif rumit namun berguna untuk penjelasan lebih lanjut. Sepintas, mungkin nampak bahwa $t = L / v \cos \alpha$ karena kita biasanya tidak mengambil gesekan udara dalam perhitungan, tetapi mengapa kemudian diberikan nilai bahwa s = 2 m? Karena tanpa gesekan udara, bola tidak akan menyimpang dari awal sama sekali! Oleh karena itu harus mendapatkan perlambatan dari bola dan kita perlu menggunakan ide 7. Mungkin yang paling mudah untuk mengekspresikan pergeseran s sebagai jumlah dari dua komponen, salah satunya adalah kerangka acuan pergeseran ut dan satunya ditentukan oleh bangun geometri sederhana. Kemudian kita bisa menyatakan t yang diketahui dari persamaan yang dipilih. Artinya bahwa ide 6 juga kita gunakan.

IDE 8: Seringkali hal ini berguna untuk pertama menuliskan persamaan (atau sistem persamaan) – terdiri dari sejumlah besaran yang diperlukan yang tidak diketahui, alih-alih mencoba untuk mengungkapkannya secara langsung (kadang-kadang hal ini diperlukan untuk memasukkan penjelasan yang tidak diketahui yang bisa dihilangkan kemudian).

Sebagai penjelasan kita mencatat bahwa meskipun bola bergerak dalam arah vertikal juga, kita dapat memproyeksikan gerak ke bidang horizontal dan hanya menganalisis bagian ini. Saran ini dapat dirumuskan sebagai

IDE 9: Sulit untuk menganalisis gerak tiga dimensi secara keseluruhan, sehingga jika pun mungkin harus dikurangi menjadi dua-dimensi (dengan memproyeksikan pada bidang atau dengan melihat pada perpotongan bidang-bidang).

Soal berikut menggambarkan hal ini

IDEA 10: Sebuah tumbukan elastis paling umum dianalisis dalam pusat kerangka massa proses.

Jika tidak ada gesekan, maka vektor kecepatan hanya mengubah arahnya dalam kerangka ini ("memantul" dari bidang tumbukan). Dengan gesekan, komponen kecepatan tegak lurus terhadap bidang tumbukan membalikkan arahnya; komponen terletak pada bidang tumbukan mengubah nilai sesuai dengan besarnya gesekan. Namun, kita harus ingat

PERINGATAN 1: Sudut antara vektor-vektor kecepatan tergantung pada kerangka acuan!

SOAL 7. Sebuah bola tenis jatuh dengan kecepatan v_0 ke raket yang berat dan memantul kembali secara elastis. Berapakah kecepatan raket v_r ini harus membuat bola memantul kembali pada sudut yang tepat ke lintasan awal dan bola tidak berputar karena tidak berputar sebelumnya? Berapakah sudut β antara v_r dan normal bidang raket ini jika dihubungkan sudut untuk v_0 adalah α?

Sebuah metode yang dapat diandalkan untuk memecahkan soal ini adalah

IDE 11: Tuliskan pernyataan dalam istlah-istilah komponen.

Pilihan sumbu sangat penting dalam melakukan hal itu. Kadang dapat terjadi bahwa sumbu koordinat paling berguna bahkan bukan sudut-sudut yang benar. Dalam pertanyaan tertentu wajar untuk mengambil salah satu sumbu (katakanlah x) menjadi tegak lurus ke bidang raket dan yang lain (y) sejajar dengan raket.

PERINGATAN 2: Bacalah selalu teks soal dengan hati-hati!

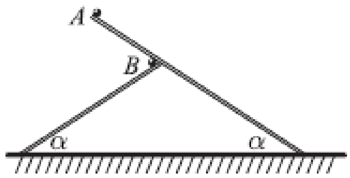
Jagalah peringatan ini dalam pikiran, kita dapatkan dua kondisi dari teks: di samping diperlukan vektor harus berada pada sudut-sudut yang benar juga menyatakan bahwa bola tidak mungkin mulai berputar. Dari kedua kondisi itu tidak sulit untuk menyimpulkan $v_{0y} = v_{ry}$. Gunakan ide 10 kita dapatkan $v'_{0x} = -v_{0x} + 2v_{rx}$ (pada kerangka pusat massa, $\upsilon_{0x} = -\upsilon_{0x}$, kita peroleh persamaan yang diberikan dengan mengubah kembali ke kerangka acuan laboratorium). Setelah itu kita hanya perlu menggunakan ide matematika yaitu dua vektor adalah ortogonal jika perkalian skalarnya nol. Kita dapat nyatakan v_{rx} yang diperoleh dari persamaan yang dipilih; teorema Pythagoras memberi kita besar vektor ini.

Fakta bahwa jawaban untuk soal ini memiliki bentuk sederhana seperti menyiratkan bahwa mungkin ada cara yang lebih mudah untuk mencapai kesimpulan yang sama. Namun, menemukan solusi pendek sering jauh lebih sulit daripada mendapatkan yang panjang. Menurut persamaan kita sebelumnya ditemukan, $v'_{0x} = -v_{0x} + 2v_{rx}$; sebuah segitiga siku-siku yang mirip pada satunya memiliki $|\vec{v}'_{0x}| + |\vec{v}_{0x}| = 2\vec{v}_r$ dengan α sebagai salah satu sudut miringnya jika sisi miringnya tegak lurus terhadap bidang raket ini ($v_{0y} - v'_{0y} = 0$).

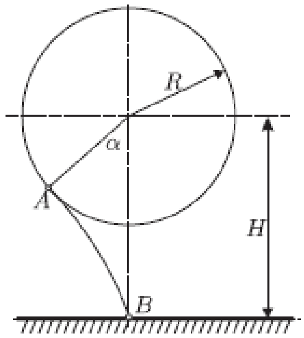
IDE 12: Kadangkala hal ini digunakan untuk mengubah ke dalam kerangka acuan non-inersial.

Dalam hal ini, kecepatan yang ditambahkan hanya dalam cara yang biasa, tetapi sedikit lebih rumit dengan percepatan. Jika hanya kerangka acuan dipercepat tidak berputar, aturan yang sama dapat digunakan untuk percepatan sebagaimana untuk kecepatan, $\overrightarrow{a'} = \vec{a} + \overrightarrow{a_0}$ ($\overrightarrow{a_0}$ adalah percepatan kerangka acuan). Cukup sering situasi dapat disederhanakan dengan mengambil kerangka acuan dari benda jatuh bebas atau benda dipercepat. Soal berikut adalah gambaran bagus untuk hal ini (ingat ide 7-8).

SOAL 8. Dua batang halus terletak dalam bidang vertikal yang sama dan membuat sudut α terhadap horizontal (lihat gambar). Beberapa saat, dua bola kecil dilepaskan dari titik A dan B dan mulai meluncur ke bawah. Membutuhkan masing-masing waktu t_1 untuk bola mulai bergerak dari titik A untuk mencapai tanah; waktu untuk bola kedua t_2. Pada saat kapan jarak antara bola yang terkecil?



SOAL 9. Sebuah roda dengan jari-jari R terletak pada ketinggian H dari tanah dan berputar pada kecepatan sudut Ω. Pada titik A, setetes air terpisah dari roda dan mencapai tanah pada titik B terletak langsung di bawah poros roda (lihat gambar).
Carilah waktu jatuh tetesan dan lokasi titik A (yaitu sudut α).



Sebagaimana keterangan sebelumnya, ada satu lagi ide yang memfasilitasi pemecahan soal ini. Namun, sangat tidak biasa, yaitu hampir tidak ada soal lain di mana ide ini dapat digunakan. Untuk menerapkan ide pada tempat lain, hal itu harus dirumuskan dalam cara yang lebih umum:

IDE 13: Jika soal tampaknya terlalu sulit dipecahkan, cara lain, cobalah masukkan partikel tambahan imaginer.

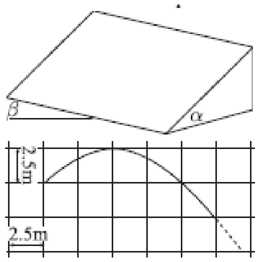
Khusus untuk pertanyaan ini: bayangkan secara bersamaan dengan yang diberikan tetesan, tetesan kecil terpisah dari semua titik lain dari roda juga. Hal ini jelas bahwa dalam kerangka acuan dari benda jatuh bebas, kumpulan tetesan membentuk lingkaran setiap saat; seharusnya tidak terlalu sulit untuk menemukan jari-jari lingkaran itu sebagai fungsi waktu. Tetesan pertama menyentuh tanah adalah sesuatu yang kita inginkan. Kita dapat mengungkapkan waktu dari persamaan yang menggambarkan kondisi saat menyentuh tanah (ketinggian titik terendah dari lingkaran menjadi nol) - ide 8.

IDE 14: Dalam kasus tumbukan elastis (atau tumbukan tanpa gesekan) dari sebuah bidang, gerak sejajar dengan bidang biasanya tak tergantung dari gerak tegak lurus terhadapnya.

Sebuah metode yang efisien dalam kasus ini pertimbangkan bagian-bagian gerak secara terpisah. Jika bidang miring, sumbu sebaiknya diambil pada bidang miring dan percepatan gravitasi ke bawah dengan komponen tidak nol sepanjang kedua sumbu, yaitu gerak yang memiliki percepatan di kedua arah.

SOAL 10. Sebuah bola elastis dilepaskan pada jarak d dari bidang miring dengan kemiringan sudut α. Barapa jarak antara titik pantulan pertama dan berikutnya? Tumbukan terjadi tanpa gesekan.

SOAL 11. Sebuah keping meluncur pada sebuah lereng es dengan sudut kemiringan α. Sudut antara tepi bidang dan kecepatan awal keping ini v_0 = 10 m/s adalah $\beta = 60^0$?. Jejak yang ditinggalkan oleh keping di bidang diberikan pada gambar (ini hanya sebagian dari lintasan). Carilah α dengan asumsi gesekan dapat diabaikan dan perpindahannya pada kemiringan yang halus.

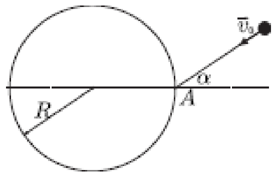


Dalam pertanyaan ini, kita memerlukan

IDE 15: Jika gaya tegak lurus terhadap arah gerak (misalnya gaya normal ketika meluncur sepanjang permukaan lengkung, tegangan dalam tali ketika sebuah benda bergerak sepanjang tali yang terpasang dari ujung tali ke ujung talinya, gaya pada muatan dalam magnet), maka hanya vektor kecepatan yang dapat berubah, besarnya tidak akan berubah.

IDE 16: Perhatikanlah untuk sepanjang sumbu-sumbu yang gayanya nol!

SOAL 12. Sebuah bola kecil bergerak dengan kecepatan v_0 sepanjang permukaan halus horizontal dan jatuh ke dalam sumur silinder vertikal di titik A, setelah itu bola mulai memantul elastis ke dinding dan bawah bibir horizontal halus. Sumur memiliki kedalaman H dan jari-jari R; sudut antara $\bar{\upsilon}_0$ dan diameter sumur yang ditarik melalui titik A adalah α. Pada kondisi bagaimana antara R, H, v_0 dan α harus sesuai untuk bola agar keluar dari sumur lagi? Rotasi bola dapat diabaikan.



IDE 17: Bahkan kadangkala, sebuah kerangka acuan melakukan gerak yang sangat kompleks dapat gunakan.

Ide ini digambarkan oleh cerita tentang kura-kura berikut.

SOAL 13. Tiga kura-kura pada awalnya terletak di sudut-sudut segitiga sama sisi pada jarak 1 m dari satu sama lain. Mereka bergerak dengan kecepatan tetap 10 cm/s sedemikian rupa bahwa yang pertama selalu menuju menuju kedua, kedua menuju ketiga dan ketiga menuju pertama. Kapan mereka akan bertemu?

Dua pendekatan yang mungkin di sini: pertama, kita dapat pergi ke kerangka acuan putar terhadap kura-kura. Atau, kita dapat menggunakan

IDE 18: Alih-alih menghitung kecepatan fisik, kadangkala bijaksana untuk melihat laju perubahan jarak, perbandingan dua panjangnya, dan lain-lain.

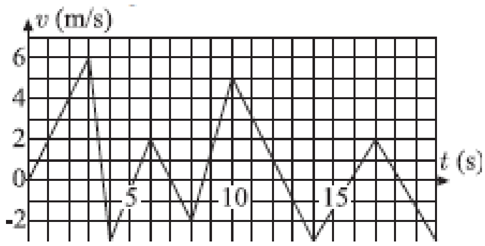
Pada setiap saat, kita memproyeksikan kecepatan dua kura-kura pada garis lurus yang menghubungkan mereka - dengan cara itu kita dapatkan laju penurunan jarak antara dua kura-kura.

SOAL 14. Semut bergerak sepanjang karet gelang dengan kecepatan 1 cm/s. Salah satu ujung karet gelang (ujung dimana semut mulai bergerak) tetap pada dinding, ujung yang lain (awalnya berjarak 1 m dari dinding) ditarik dengan kecepatan 1 m/s. Akankah semut mencapai ujung dari pita karet? Jika ya, maka saat kapan akan terjadi?
Pertanyaan ini memerlukan integral sederhana $\int \frac{dx}{ax+b} = a^{-1}\ln(ax+b) + C$.

IDE 19: Adalah sering berguna untuk menghitung luas daerah di bawah kurva.

Sebagai contoh, jarak luas di bawah kurva v-t (kecepatan-waktu), daerah kecepatan di bawah a-t dan lain-lain. Sebuah contoh yang sedikit lebih rumit: jarak adalah luas di bawah grafik dengan rasio *a/v* pada sumbu vertikal dan kecepatan v pada sumbu horizontal. Memang, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds}dv$, sehingga $s = \int ds = \int \frac{v}{a}dv$. (Kadang-kadang hal ini tidak benar-benar diperlukan untuk menggambar grafik, tetapi melakukannya membantu untuk memahami proses fisik. Visualisasi semacam ini selalu bermanfaat dalam mencari penyederhanaan solusi dan mengurangi peluang membuat kesalahan.)

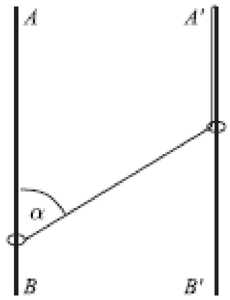
SOAL 15. Sebuah partikel mulai bergerak dari titik asal; gambar menunjukkan kecepatannya sebagai fungsi waktu. Berapakah pergeseran maksimumnya dari titik asal?.



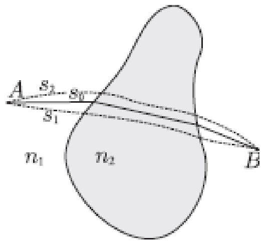
IDE 20: Jika bagian-bagian dari sebuah sistem terhubung oleh panjang tetap, maka salah satu cara menghitung kecepatan dan percepatan adalah menuliskan hubungan ini dalam istilah-istilah koordinat dan mengambil turunan dari seluruh persamaan terhadap waktu.

Mari kita pecahkan soal sederhana berdasarkan ide tersebut. Salah satu ujung batang yang diletakkan di lantai dan lainnya bersandar pada dinding vertikal. Berapakah kecepatan u ujung batang bawah pada saat ketika ujung batang atas meluncur ke bawah dengan kecepatan v dan sudut antara lantai dan batang adalah α? Solusi: mari kita ambil koordinat y ujung atas dan x ujung bawah. Maka batang memiliki panjang kuadrat $l^2 = x^2 + y^2$; l tetap, jadi turunannya harus nol. Mari kita ambil turunan dari seluruh ekspresi terhadap waktu, dengan menggunakan aturan rantai matematika: $0 = x\dot{x} + y\dot{y} = xu + yv$ (simbol titik di atas berarti turunannya terhadap waktu.). Dari sini, kita dapat nyatakan $u = -vy/x = -v \tan \alpha$.

SOAL 16. Cincin *O* dan *O'* tergelincir bebas sepanjang batang tetap vertikal *AB* dan *A'B'* (lihat gambar). Sebuah kawat yang terikat dengan cincin *O* dilepaskan dan menarik melalui cincin *O'*. Ujung dari kawat tetap ke titik *A'*. Ketika $\angle AOO' = \alpha$, cincin *O'* bergerak ke bawah pada kecepatan v. Cari kecepatan cincin *O* pada saat yang sama.



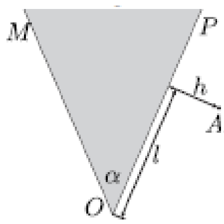
IDE 21: Dalam soal kinematika dimana kecepatan di berbagai lingkungan diketahui dan jalan tercepat dari titik A ke titik B ditanyakan, prinsip Fermat (dirumuskan untuk optika geometri) dapat membantu.



Yaitu, jika kita memiliki kumpulan benda dengan indeks bias yang berbeda, dan jika sinar cahaya yang berasal dari titik *A* melewati titik *B*, maka lintasan jalan sinar sesungguhnya adalah jalan tercepat untuk cahaya mencapai titik *B* dari titik *A* (sebagai pengingat, jika indeks bias beberapa lingkungan adalah *n*, maka perjalanan kecepatan cahaya tersebut adalah *c*/*n*). Sehingga waktu sepanjang lintasan s_1 atau s_2 lebih panjang dari lintasan s_0. Kita harus menjelaskan bahwa lokasi minimum yang dimaksudkan di sini, yaitu lintasan bervariasi hanya di sekitar jalan optimal. Jika tidak, maka akan mudah untuk menggunakan sepotong cermin untuk mebuat contoh sebaliknya: sinar pantul berjalan untuk waktu yang lebih lama dari arah semua jalan yang diambil. Jika cahaya dapat berjalanan dari satu titik ke titik lain sepanjang beberapa jalan yang berbeda (misalnya dari beberapa titik melalui lensa ke gambar optik titik itu), maka waktu sepanjang semua lintasan ini tepat sama.

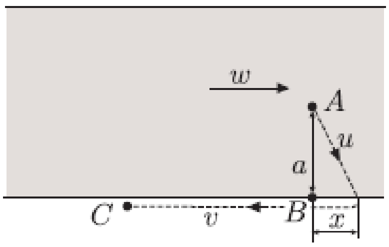
Sebagai ilustrasi, mari kita perhatikan situasi di mana titik *A* terletak pada tanah keras (kecepatan perjalanan kita v_1) dan titik *B* di atas pasir (kecepatan v_2). Selain itu, ambil batas antara daerah-daerah tersebut menjadi garis lurus. Dalam kasus ini, lintasan tercepat antara titik-titik ini memenuhi hukum pembiasan: $v_1/v_2 = \sin\alpha_1 / \sin\alpha_2$.

SOAL 17. Seorang anak laki-laki tinggal di pantai *OP* sebuah teluk *MOP* (lihat gambar). Dua titik pantai teluknya membuat sudut α. Rumah anak itu terletak di titik *A* pada jarak *h* dari pantai dan $\sqrt{h^2 + l^2}$ dari titik *O*. Anak itu ingin pergi memancing ke pantai *OM*. Berapakah jarak *x* dari titik *O* harus menjadi tempat memancing, sehingga akan mengambil waktu sesedikit mungkin untuk sampai ke sana dari rumah? Berapa lama waktunyai? Anak itu bergerak pada kecepatan v terhadap tanah dan pada kecepatan u bila menggunakan perahu.



Di sini kita bisa menggunakan sedikit penjelasan pada ide terakhir: jika cara tercepat pada bidang (dalam persoalan 3-d) atau garis (pada 2-d) ditanyakan, maka bidang atau garis ini dapat diganti dengan titik yang sangat jauh (tak terhingga) dalam arah tegak lurus ke bidang. Alasan yang cukup sederhana: dibutuhkan sejumlah waktu yang sama untuk mencapai setiap titik di bidang (garis) itu dari titik yang sangat-sangat jauh. Jika kita berpikir tentang ini dalam istilah optika geometri, maka berarti bahwa satu berkas sinar cahaya normal pada permukaan jatuh ke bidang (garis).

SOAL 18. Seorang anak laki-laki berada pada titik A di sungai pada jarak a dari pantai. Dia dapat berenang dengan kecepatan u atau berlari dengan kecepatan v di pantai; air mengalir dengan kecepatan $w > u$. Anak itu ingin mencapai titik hulu C di pantai dengan waktu minimal. Berapa jarak x dari titik B sejajar dengan titik A ia harus keluar dari air?



Ingat ide 1 dan peringatan 1 ketika memecahkan soal ini. Kita harus menambahkan

PERINGATAN 3: Prinsip Fermat dapat digunakan hanya jika kecepatan sama dalam semua arah dan titik awal dan akhirnya berada pada keadaan diam.

Namun, prinsip ini masih dapat diterapkan jika kecepatan di beberapa daerah ruang tergantung pada arah gerakan, tapi arah ini diketahui dari pertimbangan lain. Dan kadangkala sebuah pertanyaan dengan tempat tujuan gerakan dapat digantikan oleh soal yang setara (dalam hal ini bentuk lintasan di beberapa daerah ruang yang lebih kecil) dimana titik akhirnya pada keadaan diam.

IDE 22: Sebagian besar pertanyaan yang melibatkan pelemparan batu dapat dikurangi dengan apa yang disebut soal jangkauan balistik.

Namun, sebelum kita dapat menerapkan ide ini kita perlu pembatasan soal itu sendiri.

SOAL 19. Sebuah meriam terletak pada sumbu koordinat asal dan dapat memberikan kecepatan awal v_0 pada proyektil, penembakan dapat dipilih sesuka hati. Berapakah jangkauan terjauh yang dapat dicapai proyektil?

Pertanyaan ini adalah contoh dari tingkat soal yang kelihatannya mudah, tetapi solusi bisa sangat lama jika cara kasar/kekerasan (*brute force*) diterapkan. Hal ini dapat mengakibatkan kesalahan atau tidak memberikan hasil sama sekali pada soal.

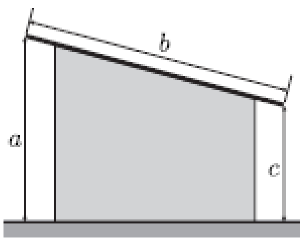
PERINGATAN 4: Jika persamaan-persamaan yang didapatkan panjang dan membosankan, maka waktu yang baik untuk berhenti sejenak dan berpikir apakah ada cara alternatif untuk mencapai jawabannya. Jika demikian, tunggu dan cobalah jalan lain, mungkin ada yang lebih pendek.

Sebuah saran khusus untuk soal ini berasal dari

IDE 23: Jika diminta untuk menemukan daerah dimana terdapat beberapa solusi, maka batasan daerah ini sering bisa ditemukan sebagai kurva dimana diskriminannya lenyap.

Dengan demikian, menyusun sebuah persamaan untuk menemukan kemiringan sudut dimana seseorang harus menembakkan untuk mencapai titik dengan koordinat (x, z). Ternyata menghasilkan sebuah persamaan kuadrat untuk $\tan\alpha$ dan dengan demikian kurva dibatasi daerah yang diinginkan pada soal 16 dapat ditemukan dari kondisi $D = 0$, dimana D adalah diskriminan dari persamaan kuadrat. Sebuah cara mengingat (*mnemonic*) yang berguna untuk mengingat rumus akhir: proyektil menembak langsung ke atas dengan v_0 mencapai titik parabola; parabola memiliki bentuk yang sama seperti lintasan proyektil ditembakan horizontal.

SOAL 20. Berapakah kecepatan awal minimum yang harus diberikan pada batu untuk membuangnya di atap miring? Atap memiliki lebar b, dua ujung penyangganya memiliki ketinggian a dan c.



Solusi dari pertanyaan ini terdiri dari dua tahap. Pertama kita harus mengerti bahwa dalam kasus kecepatan minimum, batu menyentuh kedua tepi atap. Untuk membuktikannya, kita memerlukan ide matematika:

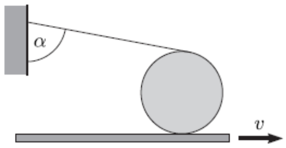
IDE 24: Untuk menentukan nilai minimum (atau maximum), kita harus memberi variasi pada parameter bebas (dalam hal ini titik lempar dan sudut) dengan kenaikan kecil tak terhingga dan melihat apa yang terjadi dengan besaran yang dicari. Naikkan untuk semua variasi yang diperkenankan, kita dapat menentukan nilai minimum.

Untuk melanjutkan, kita perlu menggunakan ide dari dinamika:

IDE 25: Energi kekal dalam jatuh bebas.

Lebih khusus untuk kasus ini: besar nilai kecepatan benda pada titik tertentu ditentukan oleh nilai kecepatannya di beberapa titik lain dan perbedaan di ketinggian titik-titik ini. Sekarang kita hanya perlu menerapkan ide 22.

SOAL 21. Beberapa panjang benang terulur dari sebuah silinder, ujung dari benang tetap pada dinding. Silinder berada pada permukaan horizontal yang ditarik horizontal dengan kecepatan v (tegak lurus dengan sumbu silinder). Cari kecepatan sumbu silinder sebagai fungsi dari sudut α, yaitu benang yang terulur terhadap bidang vertikal. Silinder menggelinding di permukaan tanpa tergelincir.



Pertanyaan ini memiliki suatu pemisahan tingkat soal dimana benang yang telah terlepas di sekitar gulungan dan gulungan menggelinding sepanjang permukaan. Dalam kasus ini, kita perlu

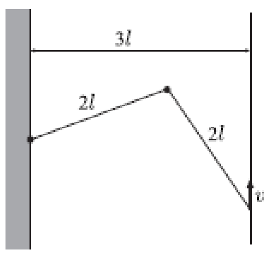
IDE 26: Tuliskan hubungan antara kelajuan benang terlepas dari gulungan dan kecepatan gulungan.

Caranya adalah bahwa laju terlepasnya benang selalu dapat dinyatakan dalam bentuk rotasi gulungan (ΩR, dimana Ω adalah kecepatan sudut gulungan; hal ini mengasumsikan bahwa arah benang yang terulur tidak berotasi, di sisi lain, kita perlu mengambil perbedaan kecepatan sudut-kecepatan sudut ini). Kita biasanya menggunakan sistem persamaan yang disusun untuk menentukan apa yang ditanyakan. Untuk menuliskan persamaan pertama, kita dapat menggunakan

IDE 27: Lukiskan dua keadaan sistem yang sangat dekat (dekat tak terhingga) dan ujilah perubahan besaran yang dicari (dalam hal ini, panjang benang).

Ketika melakukan hal itu, kita tidak boleh lupa bahwa perubahan itu sangat kecil, hal ini memungkinkan kita untuk menyederhanakan perhitungan kita (misalnya dua keadaan berikutnya dari benang dapat dianggap sejajar).

SOAL 22. Sebuah struktur berengsel terdiri dari dua penghubung panjang $2l$. Salah satu ujung-ujungnya melekat pada dinding, yang lain bergerak pada jarak $3l$ dari dinding pada kecepatan vertikal tetap v_0. Tentukan percepatan engsel yang menghubungkan batang ketika *a*) penghubung dekat dinding adalah horizontal *b*) kecepatan titik penghubungnya nol.



Kita dapat menggunakan dua ide di sini.

IDE 28: Jika jarak antara dua titik tetap pada benda pejal, proyeksi kecepatan kedua titik pada garis penghubungnya sama.

IDE 29: Jika benda pejal berputar pada sumbu tetap, maka percepatan setiap titik memiliki dua komponen: percepatan sentripetal $\omega^2 r = v^2/r$ searah sumbu rotasinya dan komponen tegak lurusnya, εr.

Di sini, ω menunjukkan kecepatan sudut, ε percepatan sudut dan r jarak dari sumbu rotasi.

PERINGATAN 5: Kita tidak mengartikan sumbu rotasi sesaat di sini, sumbu putar harus benar-benar diam (lebih tepatnya, percepatan sumbu rotasi sesaat harus nol).

IDE 30: Kadangkala hal ini berguna menyangkut sumbu waktu sebagai penjelasan koordinat ruang dan menganalisis grafik tiga dimensi untuk gerak pada bidang-peristiwa ketika pada teks soal tidak menyebutkan ketergantungan waktu secara tegas.

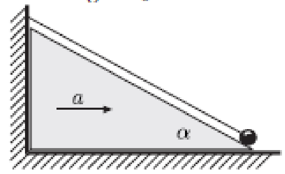
SOAL 23. Titik A, B dan C terletak pada garis lurus, sehingga B terletak antara A dan C. Tiga benda a, b dan c mulai dari titik-titik ini, bergerak kecepatan-kecepatan tetap (tapi berbeda). Diketahui bahwa *i)* jika c hilang, a dan b akan bertumbukan dan *ii)* jika b yang hilang, a dan c akan bertumbukan dan akan terjadi lebih awal dari *i)*. Akankah b dan c bertumbukan jika a hilang?

Pengetahuan Stereometrika (ilmu ukur ruang) berguna pada soal ini: 3 titik selalu berletak pada bidang; sebuah garis lurus dan satu titik juga berbeda batasannya pada sebuah bidang. Gerak yang tampaknya tiga dimensi dapat benar-benar berubah menjadi dua dimensi.

KESIMPULAN

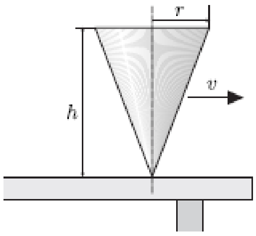
Beberapa ide yang disajikan di sini lebih umum dibanding yang lain (1, 2, 3, 5, 8, 11, 12, 16, 19, 24, 27). Setidak-tidaknya, semua ide merupakan ingatan berharga. Dan, pada masa depan, sangat baik untuk meringkas ide-ide utama setelah menemukan solusi pada soal yang baru. Untuk praktek lebih lanjut, di sini ada beberapa soal tambahan berdasarkan pada ide-ide tersebut di atas.

SOAL 24. Sebuah bola terletak di ujung bidang miring dengan sudut α. Bola juga diikat tali yang tidak bisa meregang, pada ujung tali lainnya diikatkan di dinding vertikal pada titik B (lihat gambar). Lintasan apa yang terjadi pada bola? Berapakah kecepatannya jika percepatan bidang miring adalah a_0?



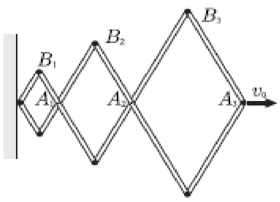
SOAL 25. Seekor anjing sedang memburu seekor rubah yang berlari dengan kecepatan tetap v_1 sepanjang lintasan lurus. Besar kecepatan anjing tetap dan sama dengan v_2, tetapi vektor $\bar{v}$ selalu mengarah menuju rubah. Jarak antara binatang l pada saat ketika vektor-vekrot kecepatan tegak lurus. Bepakah percepatan anjing pada saat itu?

SOAL 26. Sebuah gasing berbentuk kerucut (tinggi h, jari-jari r) bergerak sepanjang meja halus dan berputar dengan cepat. Berapa kecepatan translasi v harus dipilih dalam rangka menghindari beradu kembali pada tepi meja ketika ada di sana?



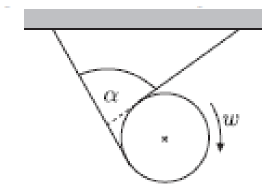
SOAL 27. Sebuah tali homogen dibuat dari sebuah bahan peledak, pembakaran berjalan sepanjang tali pada kecepatan v. Gelombang kejut (*shock wave*) udara bergerak cepat mempunyai kecepatan c di udara, $v < c$. Berapa panjang kurva tali yang ditata untuk membuat gelombang kejut menjangkau titik tertentu pada waktu yang sama dari semua titik pada tali?

SOAL 28. Sebuah struktur dapat berputar terdiri dari belah ketupat dengan panjang sisi l, $2l$ dan $3l$ (lihat gambar). Titik A_3 bergerak dengan kecepatan hozisontal tetap v_0. Tentukan kecepatan titik-titik A_1, A_2 dan B_2 pada saat ketika semua sudut-sudut struktur sama dengan 90^0. Tentukan juga percepatan titik B_2.

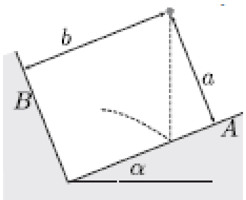


SOAL 29. Dua perahu motor secara serentak meninggalkan dua pelabuhan (A dan B) pada jarak l dari satu sama lain, kecepatan perahu berturut-turut v_1 dan v_2. Sudut antara kecepatan mereka dan garis penghubung A dan B berturut-turut α dan β. Berapa jarak minimum antara kedua perahu?

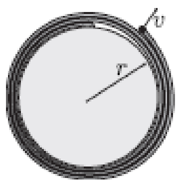
SOAL 30. Sebuah piringan berat dengan jari-jari R menggulung turun, melepas gulungan dua tali dalam prosesnya. Tali-tali terikat pada langit-langit dan selalu menegang sepanjang gerakannya. Berapa besar kecepatan pusat piringan jika kecepatan sudutnya ω dan sudut antar kedua tali α?



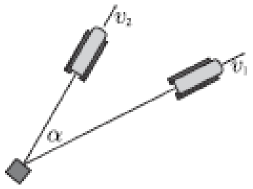
PROB 31. Dua papan ditempatkan pada sudut 90^0 satu sama lain. Garis-garisnya menyentuh horizontal dan salah satunya (A) membuat sudut α terhadap horizontal. Sebuah bola elastis dilepaskan pada jarak a dari tempat A dan b dari B. Secara rata-rata, berapa kali bola memantul lagi pada dinding B untuk setiap kali memantul lagi dinding A? Tumbukan elastis sempurna.



PROB 32. Salah satu ujung sebuah tali dihubungkan dengan sisi sebuah silinder, tidak jauh dari tanah. Silinder diletakkan pada permukaan horizontal halus licin, dengan sumbu vertikalnya. Tali terulur k kali putaran silinder. Ujung bebas tali diikat pada sebuah batas, yang diberi keceepatan horizontal v diarahkan sepanjang vektor jari-jari ditarik dari sumbu putar silinder. Setelah berapa lama tali akan terulur penuh mengelilingi silinder lagi, sekarang cara putaran lainnya? Anda boleh menggunakan suatu hubungan mathematis $l'\,l = (l^2)'/2$, dimana (ʻ) menandakan sebuah turunan.



PROB 33. Sebuah kotak berat ditarik oleh dua traktor. Salah satunya mempunyai kecepatan v_1, dan lainnya v_2, sudut antara kecepatannya α. Berapa kecepatan kotak, jika kita berasumsi bahwa tali-talinya sejajar vektor-vektor kecepatannya?



JAWABAN

1. $u = \frac{v}{2\sqrt{1-(\frac{a}{2r})^2}}$

2. kecepatan naik 4,85 m/s; h = 2000 m; kecepatan angin u = 2,8 m/s
3. busur lingkaran ($arcs$) (yang mana?)
4. Sangat sederhana ...
5. $2/\sqrt{5}$ m/s

6. $t = \frac{u}{s} + \frac{L}{v \cos \alpha} = 1{,}8$ s
7. $v_r = \frac{v_0}{2 \cos \alpha}$; $\beta = 180^0 - 2\alpha$
8. $t = \sqrt{2gx}$ dan α = arccos $[R/(H - x)]$
dimana $x = H + \frac{(\Omega R)^2}{g} - \sqrt{\frac{(\Omega R)^4}{g^2} + \frac{2H(\Omega R)^2}{g} + R^2}$
10. $8d \tan \alpha$
11. α = arcsin 0,5 = 30^0
12. $nv_o = \sqrt{\frac{2H}{g}} = mR \cos \alpha$ dengan n dan m bilangan bulat
13. 6,7 s
14. $e^{100} - 1$ detik
15. 18,75m
16. $u = v(1 - cos^{-1}\alpha)$
17. $x = \cos\alpha(1 - h\tan\beta)$ dan $t = \frac{h\cos\beta}{v} + \frac{l\sin\alpha}{u}$ dimana β = arcsin ($v \sin \alpha/u$)
18. $x = -a\,(\tan\alpha - w/u \cos\alpha)$, dimana α = arcsin $[u / (w + v)]$
19. $z \leq \frac{{v_o}^2}{2g} - \frac{gx^2}{2{v_o}^2}$
20. $v_{min} = \sqrt{g(a + b + c)}$
21. $v_0 = v / (1 + \sin \alpha)$
22. $a = 2{v_0}^2/\sqrt{3l}$
23. Ya
24. $a = 2a_0 \sin(\alpha / 2)$
25. $a = v_1 v_2 / l$
26. $v \geq \sqrt{r^2 g/2H}$
27. Sebuah spiral logaritmik (parameter apa saja?)
28. $v_0 / 6$, $v_0 / 2$, $v_0\sqrt{5}/6$, $\sqrt{2}{v_0}^2/36R$
29. $l \sin \phi$, dimana $\tan \phi = (v_1 \sin\beta - v_2 \sin\alpha) / (v_2 \cos\beta + v_1 \cos\alpha)$
30. $\omega R / \cos(\alpha / 2)$
31. $2\pi^2 kr\,(2k + 1) / v$
32. $\sqrt{a \tan \frac{a}{b}}$
33. $\frac{\sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2 - 2v_1 v_2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha}}{\sin \alpha}$

Bagian B

Mekanika

SOAL-SOAL PADA MEKANIKA

Versi: 2 Agustus 2014

Jaan Kalda
Diterjemahkan oleh: Zainal Abidin

PENDAHULUAN

Buku kecil ini merupakan bagian yang mirip dengan kumpulan soal-soal kinematika (lihat bagian B). Kemiripan pada kumpulan bertujuan untuk menyajikan ide-ide paling penting dimana seseorang dapat menggunakan dalam memecahkan sebagian besar (> 95%) dari soal olimpiade dalam mekanika. Biasanya soal dinyatakan lebih dulu, dan diikuti oleh beberapa ide dan saran yang sesuai (huruf 'K' di depan nomor dari sebuah ide mengacu pada hubungan nomor ide dalam buku kecil kinematika). Jawaban soal-soal terdapat pada akhir buku kecil ini. Jawaban-jawaban ini didahului oleh petunjuk cukup rinci (bukan penyelesaian lengkap), tetapi berpikirlah cermat sebelum membaca petunjuk sebagai jalan terakhir!

Prinsip pembimbingan dari buku kecil ini berpendapat bahwa hampir semua soal olimpiade adalah "variasi" pada sekumpulan topik tertentu - solusi mengikuti dari hubungan ide-ide solusi. Biasanya tidak terlalu sulit untuk mengenali ide yang tepat untuk soal-soal yang diberikan, setelah cukup mempelajari ide-ide solusi. Menemukan semua ide-ide yang mungkin selama pemecahan yang sebenarnya pasti akan menunjukkan lebih banyak kreativitas dan menawarkan sukacita yang lebih besar, tetapi keterampilan melahirkan ide-ide sayangnya sulit (atau bahkan tidak praktis) pada pembelajaran dan pengajaran. Lebih dari, mungkin diperlukan waktu yang lama untuk mencapai sebuah ide baru, dan mereka yang mengandalkan mencobanya selama dalam olimpiade akan mengalami kerugian dibandingkan dengan mereka yang telah menguasai ide-ide tersebut.

Dalam sains secara keseluruhan, ide-ide solusi berperan yang sama seperti dalam olimpiade: banyak karya ilmiah mengaplikasikan dan menggabungkan ide yang diketahui untuk memecahkan soal yang baru (atau lebih buruk, lama), dalam membangun dan mengeneralisasikan ide-ide terbaik. Keaslian ide-ide terbaik yang benar-benar baru terjadi sangat jarang dan banyak dari mereka yang kemudian dikenal sebagai karya agung ilmu pengetahuan. Namun, secara keseluruhan daftar ide ilmiah meliputi lebih dari sekedar mekanika, hal itu tidak begitu mudah diingat dan memanfaatkannya pada tempat yang tepat.Menghargai keterampilan merupakan suatu nilai yang tinggi; sebuah prestasi istimewa dalam menggunakan ide yang cukup dikenal pada situasi tak konvensional (tak terduga, baru).

Selain ide, buku kecil ini juga menyajikan "fakta" dan "metode". Perbedaannya tidak terlalu ketat, beberapa fakta bisa saja disebut metode atau sebaliknya. Pada prinsipnya, sebuah "ide" harus memiliki aplikasi yang lebih luas dan atau lebih kreatif dari "fakta"; sebuah "metode" adalah universal dan konvensionalisasi "ide".

Beberapa sumber yang digunakan untuk soal-soal: putaran olimpiade regional dan nasional Estonia, jurnal "*Kvant*", olimpiade Rusia dan Uni Soviet; beberapa soal telah dimodifikasi (baik yang lebih mudah atau lebih sulit), ada pula yang "*folklore* "(asal-usulnya tidak diketahui).

STATIKA

Untuk soal-soal pada statika solusinya biasanya standar: kita harus menuliskan kondisi keseimbangan gaya untuk komponen *x* , *y* dan (jika perlu) komponen *z;* sering kondisi kesetimbangan torsi harus ditambahkan. Biasanya kecerdikan utama terletak dalam

IDE 1: memilih sumbu optimal nol sebanyak proyeksi gaya yang mungkin. Ini sangat baik pada proyeksi-proyeksi gaya nol yang kita tidak diketahui dan tidak diinginkan di dalamnya,

misalnya, gaya reaksi antara dua benda atau gaya tarik dalam sebuah pegas (atau batang). Sama dengan nol sebanyak gaya yang mungkin berguna untuk dicatat bahwa *a)* sumbu-sumbu boleh tidak tegak lurus; *b)* jika sistem terdiri dari beberapa benda, maka sumbu-sumbu yang berbeda dapat dipilih untuk setiap benda.

IDE 2: untuk persamaan torsi adalah bijaksana untuk memilih titik putaran nol sebanyak momen gaya yang mungkin. Sekali lagi, hal ini merupakan manfaat khusus pada nol torsi gaya-gaya yang "tak dinginkan".

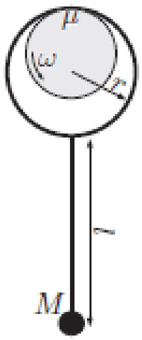
Sebagai contoh, jika kita memilih putaran untuk titik sentuh dari dua benda, maka lengan momen gaya gesekan antara benda dan gaya reaksi keduanya nol.

IDE 3: dalam kasus sistem dua dimensi, kita dapat menulis dua persamaan gaya setiap benda (komponen *x* dan *y*) dan satu persamaan (per benda) untuk torsi.

Persamaan untuk torsi dapat ditulis pada setiap titik putar ("sumbu" rotasi). Pada prinsipnya, kita bisa menulis beberapa persamaan untuk beberapa titik putar (*pivot*) pada waktu yang sama, tetapi bersama-sama dengan persamaan untuk gaya-gaya *jumlah maksimum persamaan linear bebas sama dengan jumlah derajat kebebasan benda* (tiga dalam kasus dua dimensi, karena benda dapat berputar dalam bidang dan bergeser sepanjang sumbu-*x* dan *y*). Dengan demikian, semuanya baik jika kita menulis satu persamaan gaya dan dua persamaan torsi (atau hanya tiga persamaan torsi - selama titik putar tidak terletak pada garis lurus); di sisi lain, jika kita menulis dua persamaan kedua jenis tersebut, maka salah satu dari empat persamaan akan selalu mengakibatkan berlebih dari tiga lainnya dan tak perlu menuliskan.

Jadi, persamaan untuk keseimbangan gaya dapat diganti dengan persamaan untuk keseimbangan torsi sekitar suatu tambahan titik putar (poros). Substitusi tersebut menjadi berguna jika gaya tidak diinginkan (tidak menarik) tidak sejajar, karena pilihan sumbu proyeksi dapat nol hanya satu gaya dalam keseimbangan gaya, sementara pilihan poros untuk torsi dapat dua gaya nol sekaligus.

SOAL 1. Ujung batang kawat ringan dibengkokkan menjadi cincin dengan jari-jari *r*. Bagian batang yang lurus memiliki panjang *l;* massa bola *M* terikat pada ujung lain batang kawat. Ayunan yang terbentuk tergantung oleh lingkaran ke poros putaran. Koefisien gesekan antara bola dan lingkaran itu adalah μ. Cari sudut keseimbangan antara batang dan vertikal.

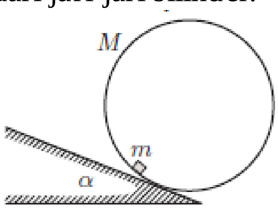


Di sini kita terutama perlu ide 2 dengan beberapa penyederhanaan yang ditawarkan oleh

FAKTA 1: pada sebuah permukaan bidang miring, penggelinciran dimulai ketika sudut kemiringan α adalah $\tan\alpha = \mu$

.

SOAL 2. Pada sebuah bidnag miring dengan sudut kemiringan α ada sebuah silinder dengan massa *M*, sumbunya menjadi horizontal. Balok kecil dengan massa *m* ditempatkan di dalamnya. Koefisien gesekan antara balok dan silinder adalah μ; bidang miring tidak mengakibatkan tergelincir. Berapa sudut kemiringan maksimum α untuk silinder agar tetap diam? Balok ini jauh lebih kecil dari jari-jari silinder.

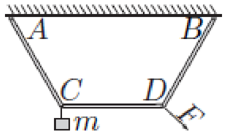


Di sini kita bisa lagi menggunakan fakta 1 dan ide 2 jika kita tambahkan

IDE 4: kadangkala hal ini berguna untuk mempertimbangkan sistem dua (atau lebih) benda sebagai keseluruhan yang utuh dan menulis persamaan untuk gaya dan/atau torsi untuk seluruh sistem.

Selanjutnya, gaya total (atau torsi) adalah jumlah gaya (torsi) yang bekerja pada pendukungnya (upaya ini memudahkan sebagai gaya internal yang tak diperlukan - mereka menghilangkan satu sama lain). Dalam kasus kita, hal ini berguna untuk membantu menyusun sistem keseluruhan dari silinder dan balok.

SOAL 3. Tiga batang identik dihubungkan oleh engsel satu sama lain, yang terluar berengsel ke langit-langit di titik *A* dan *B*. Jarak antara titik-titik ini adalah dua kali panjang tongkat. Sebuah beban bermassa *m* digantung pada engsel *C*. Seberapa kuat gaya ke engsel *D* yang diperlukan untuk menjaga sistem seimbang dengan batang horizontal *CD*?



Sekali lagi kita dapat menggunakan ide 2. Kerja ini juga dibantu oleh

FAKTA 2: Jika gaya-gaya yang digunakan hanya untuk dua titik pada batang dan batang tidak kaku (batang terletak bebas pada penyangganya atau melekat kawat atau engsel), maka gaya tegangan di batang diarahkan sepanjang batang.

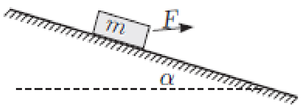
Memang, gaya eksternal bersih $\vec{F}$ pada salah satu titik penerapan gaya sepanjang batang, torsi sehubungan dengan titik lain yang diberlakukan harus nol. Selain gaya ekesternal, intinya adalah bertindak sebagai gaya tegangan T yang harus mengkompensasi sisa gayanya, jadi $\vec{F} = -\vec{T}$

Beberapa ide yang sangat universal, khususnya matematika.

IDE K5: Beberapa nilai ekstrem lebih mudah dicari tanpa menggunakan turunan (derivative),

misalnya, lintasan terpendek dari titik ke bidang adalah tegak lurusnya.

SOAL 4. Berapakah gaya minimum diperlukan untuk mempertahankan balok bermassa m diam pada bidang miring dengan sudut kemiringan α, jika koefisien gesekan μ? Selidiki kasus ini ketika *a)* $\alpha = 0$; *b)* $0 < \alpha < \arctan \mu$.



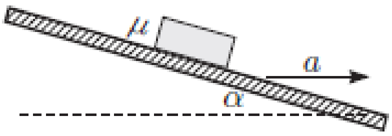
IDE 5: Keseimbangan gaya kadangkala dapat diselesaikan secara vektor tanpa memproyeksikannya ke sumbu.

Fakta 1, atau lebih tepatnya generalisasi, ternyata kembali digunakan:

FAKTA 3: Jika benda adalah di ambang tergelincing (atau sesaat akan tergelincir), maka jumlah gaya gesekan dan gaya reaksi adalah sudut arctan μ dari permukaan normal.

Fakta ini juga bermanfaat pada soal berikut.

SOAL 5. Sebuah balok terletak pada bidang miring sudut kemiringan α. Bidang permukaan bergerak dengan percepatan horizontal a yang terletak dalam bidang vertikal yang sama sebagai verktor normal terhadap permukaan. Tentukan nilai-nilai koefisien gesekan μ yang memungkinkan balok untuk tetap diam.



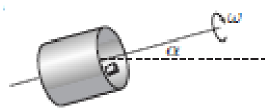
Di sini kita dibantu oleh hal yang sangat umum

IDE 6: Banyak soal menjadi sangat mudah dalam karangka translasi non-inersial bergerak sebagai kerangka acuan.

Untuk memperjelas: dalam kerangka acuan gerak translasi kita dapat membangun kembali hukum Newton dengan membayangkan bahwa setiap benda dengan massa m adalah penambahan tindakan dengan gaya inersia - $m\vec{a}$ dimana $\vec{a}$ adalah percepatan kerangka acuan. Sebagai catatan bahwa bahwa analogi gaya fiktif total dapat disamakan gaya gravitasi dan (pada satu sisi) kesetaraannya merupakan batu tonggak teori relativitas umum (lebih khusus lagi, ia menganggap bahwa inersia dan gaya gravitasi menjadi tidak dapat dibedakan dalam setiap tempat pengukuran).

IDE 7: Gaya inersia dan gravitasi bersih (*netto*) dapat digunakan sebagai gaya gravitasi efektif.

SOAL 6. Sebuah silinder dengan jari-jari R berputar pada sumbunya dengan kecepatan sudut ω. Di permukaan dalamnya ada sebuah balok kecil; koefisien gesekan antara balok dan permukaan bagian dalam silinder adalah μ. Tentukan nilai-nilai ω dimana balok tidak tergelincir (tetap berada dalam silinder). Pertimbangkan kasus di mana *(a)* sumbu silinder horizontal; *(b)* sumbu dengan kemiringan sudut α terhdap horizontal.



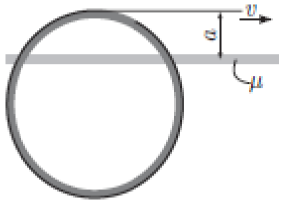
IDE8: Sebuah putaran kerangka acuan dapat digunakan dengan menambahkan gaya sentrifugal $m\omega^2\vec{R}$ (dengan ω menjadi kecepatan sudut dari kerangka acuan dan $\vec{R}$ menjadi sebuah vektor yang ditarik dari sumbu rotasi ke titik pada pertanyaan soal) dan gaya Coriolis. Yang terakhir tidak penting *(a)* untuk benda yang tetap diam atau bergerak paralel terhadap sumbu rotasi dalam kerangka acuan yang berputar (dalam hal ini gaya Coriolis adalah nol); *(b)* untuk kekekalan energi (pada kasus ini gaya Coriolis tegak lurus terhadap kecepatan dan, dengan demikian, tidak mengubah energi).

Perhatian: *ide ini, sumbu rotasi harus aktual, tidak sesaat*. Untuk soal terakhir, ingatlah ide K5 dan Fakta 3; untuk bagian *(b)*, tambahkan

IDE 9: Dalam kasus geometri tiga dimensi, pertimbangkanlah pada bagian dua dimensi. Ini sangat baik jika semua benda yang diinginkan (misalnya, vektor gaya) terletak pada satu bagian. Arah dan tempat bagian-bagiannya dapat berubah setiap waktu.

SOAL 7. Sebuah silinder berongga dengan massa m dan jari-jari R berada di permukaan horizontal dengan permukaan datar halus dapat bersentuhan pada semua permukaannya Seutas benang dililitkan disekitarnya dan ujung bebasnya ditarik dengan kecepatan v

secara paralel oleh benang. Cari kecepatan silinder. Pertimbangkan dua kasus:
(a) koefisien gesekan antara permukaan dan silinder adalah nol di setiap tempat kecuali untuk pita tipis lurus (lebih tipis dari jari-jari silinder) dengan koefisien gesekan μ, pita ini sejajar dengan benang dan jarak ke benang $a < 2R$ (gambar menunjukkan pandangan atas-bawah), *(b)* koefisien gesekan μ di setiap tempat. *Petunjuk:* setiap gerakan mendatar dari benda pejal dapat dipandang sebagai rotasi sesaat sekitar pusat rotasi, yaitu vektor kecepatan dari setiap titik benda sama seperti jika pusat sesaat adalah sumbu rotasi sesungguhnya.



Ini adalah soal yang cukup sulit. Satu hal yang berguna untuk dicatat

IDE 10: Jika benda harus bergerak dengan kecepatan tetap, maka soal adalah tentang statika.

Ingat juga ide 1 dan 2. Yang terakhir bisa diganti dengan akibatnya,

FAKTA 4: Jika benda dalam kesetimbangan diakibatkan oleh tiga gaya di tiga titik terpisah, maka garis aksinya berpotongan pada satu titik. Jika hanya ada dua titik gaya, maka terhubung pada garis-garis pada saat yang bersamaan.

Fakta lain yang berguna adalah

FAKTA 5: Gaya gesekan yang bekerja pada sebuah titik selalu berlawanan arah dengan kecepatan titik dalam kerangka acuan benda yang menyebabkan gesekan.

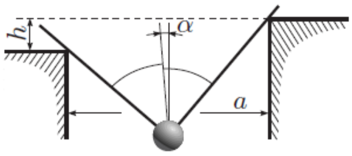
Dari waktu ke waktu beberapa cara matematika juga digunakan; di sini tercatat pentingnya suatu sudut (teorema Thales),

FAKTA 6: Sebuah sudut siku-siku di dalam setengah lingkaran (secara umum: sudut dalam radian sama dengan setengah dari perbandingan antara panjang busur dengan jari-jarinya).

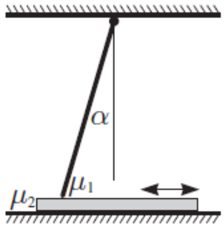
sudut dalam lingkaran juga berguna dalam soal berikutnya, jika kita menambahkan (agak sepele)

IDE 11: Dalam kesetimbangan stabil energi potensial benda minimum.

SOAL 8. Sebuah kawat ringan dibengkokkan membentuk sudut siku-siku dan sebuah bola berat melekat pada lekukan kawat. Kawat ditempatkan pada sandaran dengan beda ketinggian *h* dan jarak horizontal *a*. Cari posisi kawat dalam keseimbangannya. Nyatakan posisi sebagai sudut antara garis bagi sudut siku-siku dan vertikal. Abaikan setiap gesekan antara kawat dan sandarannya; sandaran memiliki alur kecil yang menjaga semua gerak di bidang kawat dan gambar.



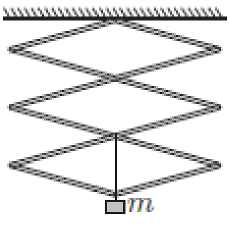
SOAL 9. Sebuah batang dengan panjang l yang berengsel ke langit-langit dengan ketinggian $h < l$. Di bawahnya, sebuah papan diseret pada lantai. Batang dimaksudkan untuk menghalangi gerakan papan dalam satu arah lalu membiarkannya bergerak dalam arah yang berlawanan. Apa kondisi harus dipenuhi untuk melakukan hal itu? Koefisien gesekan μ_1 antara papan dan batang, dan μ_2 antara papan dan lantai.



Mari kita ingat fakta 3: jika pergeseran relatif antara dua benda diketahui arahnya, maka arah dari jumlah vektor gesekan dan gaya reaksi selalu unik ditentukan oleh koefisien gesekan. Jika gaya membuat salah satu benda bergerak sedemikian rupa sehingga gaya reaksi muncul, maka mereka terhenti: gaya lebih besar kita cobakan untuk menyeret benda-benda dengan, gaya gesekan dan reaksi yang lebih besar untuk menahan mereka.

IDE 12: Gesekan dapat menahan gerakan. Dalam kasus demikian, semua gaya diabaikan kecuali untuk gaya gesekan, gaya reaksi dan gaya eksternal digunakan membuat sistem bergerak, karena gaya gravitational (dan semacamnya) tetap, tetapi gaya-gaya dikatakan menjadi semakin besar dan keras kita tekan atau dorong.

SOAL 10. Empat batang panjang dan empat setengah panjang batang berengsel satu sama lain membentuk tiga belah ketupat yang sama. Salah satu ujung alat ini berengsel ke langit-langit, yang lain digantung beban bermassa m. Engsel berikutnya digantungi beban terhubung ke engsel atas dengan kawat. Tentukan gaya tegangan dalam kawat.

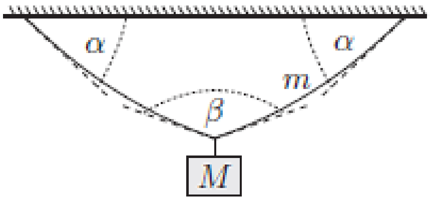


Soal ini adalah paling mudah untuk diselesaikan dengan *metode perpindahan maya (virtual).*

METODE 1: Bayangkan bahwa kita mampu mengubah panjang dari kawat atau tegangan batang yang dicari oleh sejumlah kecil bagian Δx. Samakan kerja $T\Delta x$ oleh perubahan energi potensial $\Delta\Pi$, kita peroleh $T = \Delta\Pi/\Delta x$.

Generalisasi: jika beberapa gaya eksternal tambahan $\vec{F}_i$ *(i* = 1, 2,. . .) beraksi pada sistem dengan dengan titik-titik perpindahan aksinya menjadi $\delta\vec{x}_i$, sedangkan tarikan tali atau batang mengalami perpanjangan virtual Δx, maka $T = (\Delta\Pi - \Sigma_i\ \delta\vec{x}_i - \vec{F}_i) / \Delta x$.
.
Metode ini juga dapat digunakan untuk mencari gaya-gaya selain tegangan (misalnya, dalam soal tentang katrol): oleh pergeseran imajiner titik aksi sebuah gaya yang tidak diketahui dapat ditemukan dari proyeksi gaya ini ke arah perpindahan virtual.

SOAL 11. Sebuah tali dengan massa m digantung dari langit-langit pada kedua ujungnya dan sebuah beban dengan massa M tergantung di tengahnya. Kemiringan garis singgung pada ujung-ujung tali pada sudut α dengan langit-langit. Berapa sudut β antara garis singgung tali pada beban?



FAKTA 7: Tegangan dalam tali yang bebas tergantung diarahkan sepanjang persinggungan dengan tali.

Selain itu, kita dapat melakukan

IDE 13: Pertimbangkan seutas tali yang terpisah dan berpikir tentang komponen keseimbangan gaya-gaya yang beraksi padanya.

Bahkan, di sini kita tidak perlu gagasan secara utuh, melainkan, konsekuensinya,

FAKTA 8: komponen tegangan horizontal dalam tali pejal tetap.

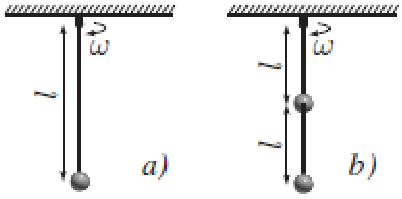
Dalam soal tentang tali suatu saat mungkin dapat digunakan

IDE 14: Jika berat gantungan bagian dari tali jauh lebih kecil dibandingkan tegangannya, maka kelengkungan tali kecil dan distribusi massa horizontalnya dapat dianggap cukup teliti sebagai tetap.

Hal ini memungkinkan kita untuk menuliskan keadaan keseimbangan torsi untuk bagian tali yang menggantung (sebagaimana kita ketahui bahwa koordinat horizontalnya adalah pusat massanya). Soal berikutnya menggambarkan pendekatan ini.

SOAL 12. Anak laki-laki menyeret tali dengan panjang L = 50 m sepanjang tanah horizontal dengan koefisien gesekan μ = 0.6, ujung tali dipegang ketinggian H = 1 m dari tanah. Berapa panjang l dari bagian tali tidak menyentuh tanah?

SOAL 13. Sebuah batang kecil dengan panjang l berengsel sedemikian rupa sehingga lipatan engsel dalam satu bidang saja. Engsel berputar dengan kecepatan sudut ω sekitar sumbu vertikal. Sebuah bola kecil tetap pada ujung batang. *(a)* Tentukan kecepatan sudut yang arah vertikalnya tetap. *(b)* sekarang bola terikat pada engsel lainnya dan, sehingga untuk batang lain sama; bagian atas engsel berputar dengan cara yang sama. Bagaimana kondisi kestabilan sekarang pada arah vertikal?



Untuk menjawab tentang stabilitas keseimbangan, biasanya fakta berikut bekerja dengan sangat baik.

IDE 15: Anggaplah bahwa sistem menyimpang sedikit dari keseimbangan, baik dengan perpindahan kecil Δx atau dengan sudut kecil $\Delta\varphi$, dan memperoleh arah gaya atau torsi - apakah menuju keseimbanagan atau menjauhinya NB! pendekataan penghitungannya: pada hampir semua kasus, sebuah pendekatan linear dalam penyimpangan adalah cukup.

Kebetulan penggunaan semua rumus pendekatan hitungan diketahui dari matematika (sin $\varphi \approx \varphi$ dan lain-lain);

IDE 16: $f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x[+ f''(x)\Delta x^2/2]$; $(x+\Delta x)(y+\Delta y) \approx xy + x\Delta y + y\Delta x$ dll (anggaplah sebagai data awal yang menunjukan beberapa parameter menjadi kecil).

Kasus *(b)* secara substansial lebih sulit sebagai sistem memiliki dua derajat kebebasan (misalnya, sudut deviasi batang $\Delta\varphi_1$ dan $\Delta\varphi_2$). Meskipun ide 15 digeneralisasikan untuk lebih dari satu derajat kebebasan, nampaknya lebih mudah untuk mulai dari ide 11.

IDE 17: Kesetimbangan $x = y = 0$ dari sistem memiliki dua derajat kebebasan adalah stabil jika (dan hanya jika) energi potensial $\Pi(x, y)$, jika dipandang sebagai fungsi satu variabel $\Pi(x, kx)$, memiliki nilai minimum untuk semua konstanta bilangan nyata k.

.

SOAL 14. Jika balok kubus dan kerapatannya sangat kecil ditempatkan di air, itu akan membalikkan sepasang panjang bidang horizontalnya. Pada arah ini, bagaimanapun, menjadi tidak stabil sebagaimana kita naikkan kerapatannya. Tentukan kerapatan kritis ketika transisi ini terjadi. Kerapatan air $\rho_v = 1000$ kg/m^3.

IDE 18: Torsi yang bekerja pada benda yang ditempatkan ke dalam cairan sama dengan torsi apung, jika kita mengambil gaya terakhir menjadi beraksi pada pusat massa cairan yang ditempati.

Memang, anggaplah benda dengan kerapatan cairan dan bentuk sama dengan bagian benda yang direndam dalam cairan. Tentu saja harus seimbang ketika ditempatkan dalam air: titik torsi apapun yang kita pilih, jumlah momen dari gaya tekanan selalu sama dengan nilai torsi gravitasi yang berlawanan. Ketika menghitung saat dari daya apung dalam pertanyaan ini, hal yang berguna untuk diingat bahwa kita bisa memberikan massa negatif untuk beberapa benda jika dua benda yang tumpang tindih memiliki kerapatan yang sama dengan perbedaan tanda, dapat ditambahkan hingga kerapatan ke nol. Saran terakhir dapat dirumuskan dengan cara yang lebih umum:

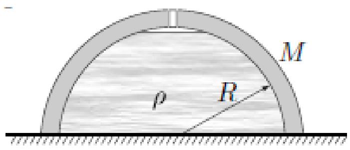
IDE 19: Dalam rangka untuk mencapai konfigurasi yang lebih simetris atau membuat situasi lebih sederhana dalam beberapa cara lain, kadangkala berguna untuk mewakili daerah dengan nilai nol dari beberapa besaran sebagai superposisi dua daerah dengan tanda yang berlawanan dengan besaran yang sama.

Besaran ini dapat berupa kerapatan massa (seperti di kasus ini), kerapatan muatan atau arus listrik, gaya medan magnet, dan lain-lain. Sering cara ini dapat digabungkan dengan

IDE 20: Buatlah soal sebagai simetri jika memungkinkan.

Tujuan ini dapat dicapai dengan menerapkan ide 19, tetapi juga dengan menggunakan sesuai kerangka acuan, membagi proses pemecahan menjadi beberapa fase (dimana beberapa fase menggunakan geometri simetris), dan lain-lain.

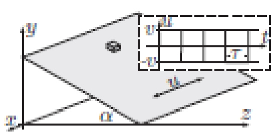
SOAL 15. Sebuah wadah setengah lingkaran ditempatkan terbalik di permukaan lantai halus horizontal. Melalui lubang kecil di bagian bawah wadah, air kemudian dituangkan ke dalamnya. Tepat ketika wadah terisi penuh, air mulai bocor di antara meja dan tepi wadah. Carilah massa wadah jika air memiliki kepadatan ρ dan jari-jari wadah adalah R.



IDE 21: Jika air mulai keluar di bawah wadah terbalik, normal gaya harus lenyap antara meja dan tepi wadah. Oleh karena itu gaya yang bekerja pada sistem wadah + cairan dari meja sama semata-mata untuk memberikan gaya dari tekanan hidrostatik.

Yang terakhir diberikan oleh pS, dimana p adalah tekanan cairan dekat meja dan S adalah sisi daerah terbuka wadah ini.

SOAL 16. Sebuah balok terletak pada kemiringan dengan sudut α, koefisien gesekannya adalah $\mu > \tan\alpha$. Kemiringan didorong cepat bolak-balik dengan cara vektor kecepatannya $\vec{u}$ sejajar dengan kedua kemiringan dan horizontal dan memiliki besar tetap v; arah $\vec{u}$ berbalik tiba-tiba setelah tiap interval waktu τ. Berapakah kecepatan rata-rata w dari gerak balok? Asumsikan $g\tau \ll v$.

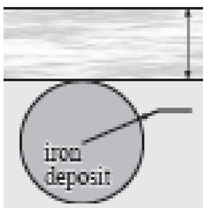


IDE 22: Jika sistem berubah pada frekuenasi tinggi, maka seringkali praktis untuk menggunakan nilai rata-rata waktu $\langle X\rangle$ bukan perhitungan rinci. Dalam situasi lebih rumit komponen frekuensi tinggi $\tilde{X}$ mungkin harus dimasukkan (sehingga $X = \langle X\rangle + \tilde{X}$).

METODE 2: (Metode perturbasi) Jika dampak dari beberapa gaya pada gerak benda bisa diasumsikan kecil, maka pemecahan soal tersebut dalam dua (atau lebih) tahap: pertama tentukan gerak benda tanpa adanya gaya (disebut pendekatan ke nol); kemudian cenderung bahwa benda bergerak hanya ditemukan dalam fase pertama, tapi ada gaya kecil beraksi padanya. Perhatikanlah apa yang dikoreksi (sehingga disebut koreksi pertama) harus dibuat dengan pendekatan ke nol akibat gaya itu.

Dalam kasus ini, pilihan pendekatan ke nol memerlukan beberapa penjelasan. Kondisi $g\tau \ll v$ menyiratkan bahwa dalam satu periode, kecepatan balok tidak bisa berubah banyak. Oleh karena itu jika balok akhirnya tergelincir ke bawah pada kecepatan w dan kita mengambil interval waktu cukup pendek, maka kita dapat mengambil kecepatan balok dengan kecepatan tetap dengan pendektan ke nol, sehingga bergerak pada garis lurus. Kemudian kita dapat melanjutkan ke tahap dua dan menemukan nilai gaya gesekan rerata, berdasarkan gerak yang diperoleh pada tahap satu.

SOAL 17. Mari kita menyelidiki lebih jauh kandungan besi yang dapat mempengaruhi tingkat kualitas air. Anggap kandungan besi di dasar laut pada kedalaman h = 2 km. Untuk menyederhanakan analisis kita, mari kita asumsikan bahwa volume bola dengan jari-jari 1 km dengan kerapatan yang lebih besar di sekitar batuan dengan $\Delta\rho$ = 1000 kg/m^3. Anggaplah bola ini menyentuh bagian bawah laut dengan atasnya, yaitu bahwa pusatnya adalah terletak di kedalaman $r + h$. Seberapa besar tingkat air langsung di atas besi berbeda dari rata-rata tingkat air ?



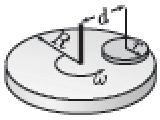
IDE 23: Permukaan cairan dalam keseimbanagan mengambil bentuk ekipotensial, yaitu energi-energi partikel penyusunnya sama pada setiap titik permukaan.

Jika hal ini tidak terjadi, energi potensial cairan bisa menurun memungkinkan beberapa partikel di permukaan mengalir sepanjang permukaan dimana energi potensialnya lebih kecil.

IDE 24: Potensial gravitasi dapat dihitung secara tepat dengan cara yang sama seperti potensial listrik.

Prinsip superposisi tetap berperan dan potensi bola hanya memiliki sebuah faktor perbedaan: bukannya $Q / 4\pi\varepsilon 0\ r$ dalam elektrostatika potensial gravitasi bola ke tak terhingga $\varphi = -GM / r$; tanda minus berasal dari fakta bahwa massa dengan tanda yang sama ["+"] tarik-menarik.

SOAL 18. Sebuah bidang datar berputar horizontal pada sumbu vertikal dengan kecepatan sudut ω. Sebuah piringan dengan jari-jari R bisa bebas berputarr dan bergerak ke atas dan ke bawah sepanjang sumbu vertikal licin terletak pada jarak $d > R$ dari sumbu bidang datar. Piringan ditekan lagi pada bidang datar berputar karena gravitasi, koefisien gesekannya μ. Cari kecepatan sudut yang diperoleh piringan. Asumsikan bahwa tekanan didistribusikan secara merata di atas dasar piringan.



IDEA 25: Jika kita mengubahi putaran kerangka acuan, maka kita dapat menambahkan sudut kecepatan sumbu rotasi sesaat dengan cara yang sama seperti kita biasa lakukan penambahan kecepatan.

Demikian $\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$ dimana $\vec{\omega}_1$ adalah kecepatan sudut kerangka acuan kerangka acuan, $\vec{\omega}_2$ kecepatan sudut benda berputar pada kerangka acuan dan $\vec{\omega}_3$ dalam kerangka yang tetap. Dalam pertanyaan ini, kita bisa menggunakan fakta 5, ide 2, 8, 10 dan juga

IDE K5: Gerak sembarang sebuah benda pejal dapat dianggap sebagai rotasi pusat sesaat (dalam istilah vektor-vektor kecepatan benda).

METODE 3: (Kalkulus Diferensial) Bagilah objek ke dalam bagian kecil tak terhingga atau proses ke dalam waktu singkat tak terhingga (Jika perlu, menggabungkan hal ini dengan ide 16).

Dalam bagian waktu satu sangat kecil (periode), jumlah perubahan dalam ruang (waktu) bisa diambil konstan (dalam kasus kita, jumlahnya adalah arah vektor gaya gesekan). Jika perlu (lihat pertanyaan berikutnya), jumlahnya dapat disimpulkan atas semua bagian kecil ini disebut integrasi.

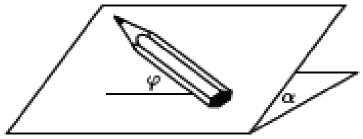
SOAL 19. Sebuah mesin sapu terdiri dari piringan berat dengan massa pejal M ditutupi dengan bulu pendek di satu sisi, sehingga jika terletak di lantai, maka berat merata di daerah yang melingkar dengan jari-jari R. Sebuah motor listrik membuat piringan berputar pada kecepatan sudut ω, yang berguna mengkompensasi torsi dari dari gaya gesekan sepanjang lengannya. Hal yang sama dapat digunakan untuk mendorong mesin bolak-balik di sepanjang lantai. Dengan gaya berapakah mesin harus didorong untuk membuatnya bergerak pada kecepatan v? Asumsikan kecepatan sudut piringan sebesar, $\omega R \gg v$, dan gaya yang diperlukan untuk mengimbangi torsi dapat diabaikan. Koefisien gesekan antara bulu dan lantai adalah μ.

Di sini kita perlu fakta 5, ide K5 dan 19 dan tambahan

IDE 26: Cobalah temukan daerah ruang dimana gaya (atau torsi dan lain-lain) menghilangkan pasangan-pasangan titiknya.

Pasangan-pasangan titik ini sering simetris. Ide 20 relevan juga.

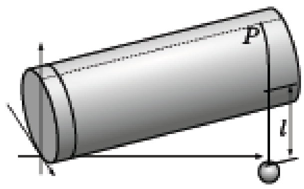
SOAL 20. Sebuah pensil heksagonal terletak pada bidang miring dengan sudut kemiringan α ; sudut antara sumbu pensil dan garis persinggungan bidang miring terhadap horizontal adalah φ. Dalam kondisi apa pensil tidak akan berputar ke bawah?



IDE 27: Ketika memecahkan soal tiga dimensi, kadangkala menghitung koordinat dalam sumbu yang tepat dipilih dan menerapkan rumus rotasi spasial dapat digunakan.

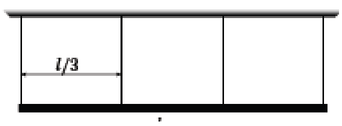
Vektor apa (yang mana) dapat dinyatakan dalam istilah komponen-komponennya dalam kasus kita? Pilihan hanya menjanjikan pergeseran kecil vektor pusat massa ketika mulai bergerak; akhirnya kita hanya tertarik dalam komponen vertikalnya.

SOAL 21. Sebuah silinder licin dengan jari-jari R miring membuat sudut α antara porosnya dan horizontal. Sebuah kawat dengan panjang L melekat titk tertinggi P pada penampang silinder, ujungnya terikat beban dengan massa m.
Kawat mengambil posisi seimbang, berapa panjang *(l)* bagian kawat yang tidak menyentuh silinder? Beban bergeser dari posisi keseimbangannya sedemikian rupa sehingga pergeseran vektornya sejajar dengan bidang vertikal sumbu silinder; berapa periode getaran terkecil?



IDE 28: Berdasarkan pengamatan benda tiga dimensi dan memperhatikan permukaan dalam bidang yang sama dapat membantu dalam memecahkan soal, antara lain untuk menentukan jarak terpendek.

SOAL 22. Sebuah batang homogen dengan massa m dan panjang l tergantung di empat kabel lampu yang sama. Kabel melekat pada batang pada jarak $l/3$ satu sama lain dan vertikal, sedangkan batangnya horizontal. Mula-mula, tegangan yang sama di semua kabel, $T_0 = mg / 4$. Carilah tegangan setelah salah satu kabel terluar dipotong.



IDE 29: Jika unsur-unsur lebih tetap (batang, kawat, dll) dari minimum yang diperlukan untuk menjaga benda dalam keseimbanagan statis (yaitu lebih dari jumlah derajat kebebasan) dan unsur-unsur tetap benar-benar pejal, maka tegangan pada undur tersebut tidak dapat ditentukan. Untuk memungkinkannya, unsur-unsur harus dianggap elastis (dapat berubah bentuk).

Mari kita perhatikan bahwa pernyataan ini berada dikaitkan dengan ide 3 yang memberikan angka sesuai persamaan yang tersedia (tidak ada yang lebih tidak diketahui daripada persamaan). Dalam hal kasus tertentu, kita berhadapan dengan efektifitas geometri satu dimensi dengan tidak ada gaya horizontal, tetapi benda bisa memutar (dalam tidak adanya kabel). Demikian kita memiliki dua derajat kebebasan, berhubungan gerak vertikal dan rotasi. Karena kabel sama, mereka harus memiliki kekakuan yang sama juga; kata "kawat" menunjukkan kekakuan yang lebih besar, yaitu perubahan bentuk (dan sudut kemiringan dari batang) kecil.

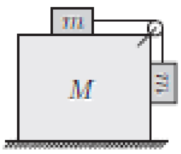
DINAMIKA

Sebagian besar soal dinamika terdiri dari penemuan percepatan beberapa sistem atau gaya yang bekerja antar beberapa benda. Ada beberapa kemungkinan pendekatan untuk memecahkan pertanyaan-pertanyaan ini, di sini kita batasi tiga.

METODE 4: Untuk setiap benda, kita temukan semua gaya yang bekerja padanya, termasuk gaya normal dan gaya gesekan, dan menulis hukum kedua Newton dalam komponen-komponennya (yaitu dengan memproyeksikan persamaan pada sumbu-x, y, dan mungkin z).

Kita membutuhkan sejumlah persamaan yang tidak diketahui; dikuti ide 1 dapat membantu mengurangi jumlah tersebut.

SOAL 23. Balok dengan massa M terletak pada permukaan horizontal licin. Di atasnya ada balok lain dengan massa m yang terpasang ke balok yang sama dengan seutas tali. Tali yang ditarik di katrol terletak di sudut balok besar dan balok kecil kedua menggantung vertikal. Awalnya, sistem dalam keadaan diam. Tentukan percepatan balok besar segera setelah sistem ini dilepaskan. Anda dapat mengabaikan gesekan, serta massa tali dan katrol.



Pertanyaan ini bisa berhasil diselesaikan dengan menggunakan metode 4, tapi kita perlu dua lebih banyak ide.

IDE 30: Jika benda awalnya diam, maka vektor pergeseran yang sejajar dengan gaya yang beraksi padanya (dan percepatannya) tepat setelah mulai dari gerakannya.

IDE 31: Jika benda yang dihubungkan dengan tali atau batang atau mungkin katrol atau satu mendukung yang lain, maka ada hubungan aritmatika antara pergeseran benda (dan kecepatan, percepatan) yang menggambarkan fakta bahwa panjang kawat (batang, dan lain-lain) adalah tetap.

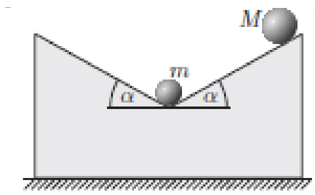
Jika benda sesaat diam atau jika gerakannya sepanjang garis lurus, maka hubungan yang sama bergantung pada percepatan, karena hubungan untuk pergeseran dapat diturunkan terhadap waktu. Hubungan ini biasanya relatif sederhana, tetapi dalam beberapa soal mudah untuk membuat kesalahan.

METODE 5: Mirip dengan metode 4, namun gerak diselidiki dalam kerangka acuan non-inersial (lihat ide 6) dimana salah satu benda diam.

Metode 5 berguna dalam banyak pertanyaan dibatasi oleh acuan, dimana bisa sulit untuk menulis kondisi objek yang berada pada kerangka laboratorium. Menerapkan ide 31 juga sering lebih mudah dalam kerangka acuan daripada kerangka laboratorium. Jika benda didefinisikan kerangka acuan saat diam, kita dapat menulis kondisi keseimbangannya.

FAKTA 9: Jika kerangka acuan dari percepatan benda digunakan (metode 5), maka dalam kerangka acuan baru gaya yang bekerja pada benda ini bertambah hingga nol.

SOAL 24. Sebuah bidang dibuat dari bahan yang sangat ringan dan licin. Permukaan atas yang terdiri dari dua lereng membuat sudut α dengan horizontal ke arah satu sama lain. Bidang balok terletak pada bidang horizontal; sebuah bola dengan massa m terletak di bagian bawah dari lubang di permukaannya. Sebuah bola lain dengan massa M ditempatkan lebih tinggi dari bola pertama dan sistem ini kembali dilepaskan. Pada kondisi apa bola kecil dengan massa m akan mulai tergelincir ke atas sepanjang lereng? Gesekan dapat diabaikan.



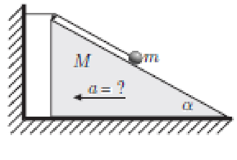
Metode terakhir ini didasarkan pada menggunakan *koordinat umum* dan berasal dari mekanika teori. Ada deskripsi yang memerlukan alat matematika yang relatif rumit, tetapi dalam banyak soal dapat digunakan dalam bentuk yang lebih sederhana.

METODE 6: Marilah kita sebut sebuah koordinat umum ξ jika seluruh keadaan bagian sistem dapat dijelaskan oleh angka tunggal ini. Katakanlah kita perlu menentukan percepatan $\ddot{\xi}$ koordinat ξ. Jika kita dapat mengekspresikan energi potensial sistem Π sebagai fungsi $\Pi(\xi)$ dari ξ dan energi kinetik dalam bentuk $K = M\dot{\xi}^2/2$ di mana koefisien M adalah kombinasi dari massa benda (dan mungkin momentum inersia), maka $\ddot{\xi} = -\Pi'(\xi)/M$.

.

Di sini, titik menunjukkan diferensiasi terhadap waktu dan dash terhadap koordinat ξ. Memang, tergantung pada kekekalan energi $\Pi(\xi) + M\dot{\xi}^2/2$ = tetap. Turunkan terhadap waktu dan gunakan aturan rantai, kita memperoleh $\Pi'(\xi)\dot{\xi} + M\dot{\xi}\ddot{\xi} = 0$. Kita mencapai rumus tersebut setelah pembagian dengan $\dot{\xi}$.

SOAL 25. Sebuah balok kecil dengan massa m terletak pada bidang miring dengan sudut α dan massa M. Balok terikat tali di katrol melekat pada ujung bidnag dan tetap ke dinding horizontal (lihat gambar). Tentukan percepatan bidang. Semua permukaan licin (tidak ada gesekan).



Solusi lengkap dari soal ini diberikan di bagian petunjuk untuk menggambarkan metode 6.

SOAL 26. Sebuah bidang dengan massa M dan sudut α_1 dan α_2 terletak pada permukaan horizontal. Sebuah kawat ditarik di katrol terletak di atas puncak bidang itu, ujung-ujungnya terikat pada balok dengan massa m_1 dan m_2 . Berapakah percepatan bidang? Tidak ada gesekan di mana saja.

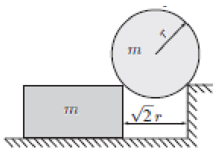
Nampak bahwa ada lebih dari satu derajat kebebasan dalam pertanyaan ini: bidang dapat bergerak dan kawat dapat bergeser terhadap bidang. Namun, kita dibantu oleh

IDE 32: Jika komponen-x dari sejumlah gaya eksternal dan pusat kecepatan massa keduanya nol, maka komponen-x dari pusat massa selalu tetap.

Kita dapat menggunakan keadaan ini untuk mengurangi jumlah efektif derajat kebebasan. Dalam kasus ini, sistem tersebut terdiri dari dua komponen dan dengan demikian pergeseran komponen dapat dinyatakan dengan satu dari yang lainnya.

IDE 33: Koordinat-x dari pusat massa sistem benda adalah $X_C = \Sigma x_i m_i / \Sigma m_i$, dimana m_i menunjukkan massa komponen ke-i dan x_i koordinat pusatnya massa. Rumus dapat ditulis di bentuk integral, $X_C = \int x dm / \int dm$ dimana $dm = \rho(x, y, z) dV$ adalah turunan massa.

SOAL 27. Dua permukaan licin horizontal membentuk sebuah undakan. Sebuah balok dengan tinggi sama didekatkan dengan dekat tangga, dan silinder dengan jari-jari r ditempatkan di antaranya. Kedua silinder dan balok memiliki massa m. Carilah gaya normal N antara silinder dan undakan ketika jarak antara balok dan undakan ini $\sqrt{2}\, r$. Awalnya, balok dan undakan yang sangat dekat dan semua dalam keadaan diam. Gesekan nol di mana-mana. Akankah silinder akan terpisah dari balok atau undakan?



Sangat mudah untuk mengakhiri persamaan dengan persamaan sangat kompleks ketika memecahkan soal ini, hal ini dapat menyebabkan kesalahan. Oleh karena itu bijaksana untuk merencanakan solusi dengan hati-hati sebelum menuliskan setiap persamaan.

IDE 34: Hukum Newton sebagian besar digunakan untuk menentukan percepatan dari gaya, tetapi kadang-kadang untuk menentukan gaya dari percepatan.

Tapi bagaimana menemukan percepatan-percepatan dalam kasus ini? Sangatlah mungkin jika kita menggunakan metode 6, tapi jalan ini mengarah ke persamaan yang panjang. Saran taktis: jika Anda melihat bahwa solusinya sangat rumit secara teknis, istirahat dan pikirkan jika ada cara yang lebih mudah. Ada "kebetulan" dalam soal khusus ini: garis lurus yang ditarik dari pusat lingkaran ke tempat persentuhan adalah tegak lurus; mungkinkah hal ini dapat membantu? Ternyata itulah yang dapat dilakukan.

IDE 35: Perhatikan kasus khusus dan lakukan penyederhanaan yang muncul!

Mari kita ingat lagi apa yang kita pelajari pada kinematika:

IDE K29: Dalam kasus gerak sepanjang kurva, komponen percepatan radial (tegak lurus dengan lintasan) titik ini v^2/R ditentukan oleh kecepatan v dan jari-jari lengkungan R; komponen sepanjang lintasan adalah percepatan linear (sama dengan εR pada kasus gerak rotasi, ε adalah percepatan sudut).

Pusat massa silinder mengalami gerak rotasi, metode 6 diperlukan untuk menemukan percepatan sudut – tapi kita berharap untuk menahan diri menggunakannya.
Sebuah perbaikan ide 1 membantu kita jalan keluar:

IDE 36: Proyek hukum ke-2 Newton pada sumbu tegak lurus terhadap vektor yang tidak diinginkan, misalnya sebuah gaya yang tak dikenal atau komponen percepatan tangensial.

Kita dapat dengan mudah menemukan kecepatan silinder (dan dengan demikian komponen percepatan radial) jika kita gunakan

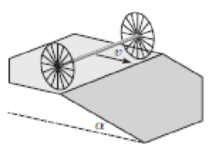
IDE 37: Jika energi kekal (atau perubahannya dapat dihitung dari kerja yang dilakukan dll), tuliskan itu segera. Energi kekal jika tidak ada disipasi (gesekan, tumbukan tak elastis, dll) dan gaya eksternal yang bekerja pada sistem adalah statis (misalnya bidang miring tetap);

Gaya berubah dalam waktu (gaya yang bekerja pada titik bergerak, bergerak bidang miring) mengubah energi juga. Ide 31 membantu untuk menulis kekekalan energi (hubungan antara kecepatan benda!). Untuk menjawab pertanyaan kedua, kita perlu

IDE 38: Gaya normal hilang sesaat ketika benda lepas dari permukaan.

Juga, tinjau ide 31 untuk komponen percepatan horizontal.

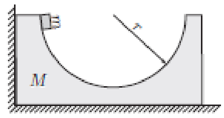
SOAL 28. Roda ringan dengan jari-jari *R* melekat pada poros berat. Sistem menggelinding sepanjang permukaan horizontal yang tiba-tiba berubah menjadi lereng dengan sudut α. Untuk sudut α berapa roda akan bergerak tanpa tergelincir, yaitu menyentuh permukaan setiap saat? Massa roda dapat diabaikan. Poros sejajar pada batas antara permukaan horizontal dan kemiringan dan memiliki kecepatan v.



IDE 39: Untuk menjawab pertanyaan apakah benda tergelincir, kita harus menentukan titik pada lintasan tak tergelincir dengan gaya normal terkecil.

Jika gaya normal harus negatif pada saat titik tersebut, maka benda tergelincir; nilai kritisnya adalah nol - bandingkan dengan ide 38. Juga, tinjau ulang ide 1, 37 dan K29.

SOAL 29. Bidang dengan massa M berada pada permukaan licin horizontal dan menyentuh dinding vertikal. Dalam permukaan bidang, ada rongga dengan bentuk setengah lingkaran dengan jari-jari r. Sebuah benda kecil dengan massa m dilepaskan pada tepi atas rongga, di sisi lebih dekat ke dinding. Berapakah kecepatan maksimum bidang selama gerakan berikutnya? Gesekan dapat diabaikan.



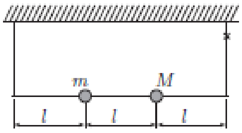
IDE 40: Hukum kekekalan hanya dapat berlaku selama beberapa selang waktu.

IDE41: Momentum kekal jika jumlah gaya eksternal nol; kadang-kadang momentum kekal hanya sepanjang satu sumbu.

Anda juga perlu ide 37.

IDE 42: Kecepatan maksimal (atau minimal) ketika percepatan (dan gaya total) nol (sesaat $0 = dv/dt = a$);
; menyimpangan extremal ketika kecepatan nol. Kemungkinan pasangan lainnya: muatan listrik (tegangan kapasitor) – arus listrik, arus listrik-induktif gaya elektromagnetik, dll.

SOAL 30. Sebuah batang ringan dengan panjang $3l$ melekat pada langit-langit dengan dua kawat dengan panjang yang sama. Dua bola dengan massa m dan M tetap pada batang, jarak antaranya dan jarak dari ujung semua batang sama dengan l. Tentukan tegangan pada kawat kedua tepat setelah kawat pertama dipotong.



Ada beberapa solusi yang baik untuk soal ini, yang semuanya menerapkan ide 34 dan dibutuhkan untuk menemukan percepatan sudut batang. Pertama, percepatan sudut batang dapat ditentukan dari metode 6 dengan memilih sudut rotasi φ menjadi koordinat umum. Kedua, kita dapat menggunakan hukum ke-2 Newton untuk gerak rotasi: kita tentukan torsi pada batang titik gantungan kawat kedua dan samakan $I\varepsilon$ dengan percepatan sudut ε dan momen inersia $I = ml^2 + 4\,Ml^2$. Secara lebih umum,

IDE 43: Ketika benda berputar di sekitar sumbu-s, torsi bersih yang dialami adalah $M = I\varepsilon$ (tidak harus bingung dengan massa benda), dimana momen inersia I terhadap sumbu-s, $I = \Sigma\, m_i r_i^{\,2} = \int r^2\, dm = \int r^2 \rho \cdot dV$ dan r_i adalah jarak partikel ke-i dari sumbu-s (jumlahnya dihitung dari semua partikel benda). Energi kinetik $K = \frac{1}{2} I\omega^2$.

Setelah percepatan sudut ditemukan, gunakan ide 34 mungkin bermanfaat untuk digunakan.

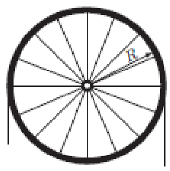
IDE 44: Semakin umum dan kadangkala bentuk tak terpisahkan dari hukum ke-2 Newton adalah $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$, dimana $\vec{P}$ adalah momentum bersih sistem dan $\vec{F}$ adalah jumlah gaya eksternal yang bekerja pada sistem. Sebuah analog rumus adalah $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, dimana $\vec{L}$ adalah momentum sudut bersih sistem (terhadap titik tertentu) dan $\vec{M}$ adalah jumlah torsi eksternal.

Dalam kasus metode terakhir ini menarik bila kita diterapkan baik untuk gaya dan torsi. Metode lain adalah solusi untuk menganggap batang dan tiga bola sebagai tiga benda berbeda (berinteraksi). Kemudian percepatan bola dapat ditentukan sebagai ide 31 saja; yang satunya kita dapat juga lakukan

IDE 45: Gaya total dan torsi yang bekerja pada benda sangat ringan (dibandingkan dengan benda-benda lainnya) adalah nol.

Jelaslah jika hal ini tidak benar, sebuah gaya bukan-nol akan menghasilkan percepatan yang tak terbatas untuk benda tak bermassa.

SOAL 31. Sebuah benang lunak dengan massa per satuan panjang ρ dan panjang L dilemparkan di atas katrol sehingga panjang salah satu ujung tergantung l. Katrol terdiri dari cincin bermassa m dan jari-jari R melekat pada poros horizontal dengan jari-jari ringan. Sistem awalnya diam kemudian bergerak. Tentukan gaya pada poros roda segera setelah gerakan dimulai. Gesekan antara katrol dan poros diabaikan.



Mengapa tidak lakukan hal berikut: untuk mencari gaya, kita gunakan ide 34; percepatan dari sistem akan ditentukan dengan menggunakan metode 6. Untuk menerapkan ide 34 paling mudah, mari kita lakukan

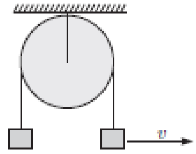
IDE 46: Hukum ke-2 Newton dapat ditulis sebagai $\vec{F} = M\vec{a}_C$, dimana $\vec{a}_C$ adalah percepatan pusat massa.

Ide terbaik ini digunakan ketika sebuah bagian dari massa sistem bergerak dan hanya massa yang relatif kecil dipindahkan (sama seperti dalam kasus ini: satu-satunya perbedaan setelah jangka waktu kecil adalah bahwa pendek panjang benang "hilang" di satu ujung dan "diperoleh" di ujung lain). Jelas ide 32 akan berguna di sini, dan ide 19 akan menghemat beberapa upaya. Ingat bahwa dalam kasus ini kita tidak tertarik pada koordinat pusat massa, tetapi hanya dalam perubahan sebagai fungsi waktu; oleh karena itu dalam ekspresi koordinast kita akan menghilangkan istilah tak keterikatan waktu: turunan waktu akan lenyap. Bagian ketergantungan waktu dari koordinat pusat massa harus dinyatakan dengan menggunakan koordinat yang sama kita gunakan dengan metode 6 (karena metode 6 akan menghasilkan turunan kedua dengan terhadap waktu). Sedikit pesan teknis yang dapat membantu: vektor ditentukan oleh *(a)* besar dan arahnya; *(b)* proyeksinya ke sumbu koordinat dalam sistem koordinat yang diberikan;

IDE 47: kadangkala lebih mudah untuk menghitung komponen vektor, bahkan jika kita tertarik pada besarnya saja.

Di atas semua itu, hal ini berlaku ketika arah vektor yang tidak diketahui atau bahkan tidak dikenal. Dalam hal ini, kita harus mencari $F\,x$ dan Fy yang sesuai dengan sistem koordinat.

SOAL 32. Sebuah benang meninggalkan sebuah katrol. Pada kedua ujungnya ada dua blok dengan massa yang sama. Awalnya dua balok berada di ketinggian yang sama. Salah satunya diberi kecepatan horizontal kecil v. Balok manakah yang lebih tinggi dari dua balok selama gerak berikutnya? Massa katrol diabaikan.



Soal ini benar-benar sulit, karena kunci solusinya sangat spesifik dan jarang digunakan.

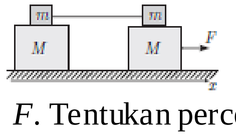
IDE 48: Jika pusat massa dari suatu sistem tidak bisa bergerak, maka gaya total yang bekerja padanya nol.

Di sini pusat massa dapat bergerak sedikit, tetapi dalam jangka panjang (rerata di atas satu periode ayunan - seperti gerak balok yang ditendang - lihat ide 22) bergerak: balok memiliki massa yang sama dan jika salah satu dari mereka naik, maka dalam menyatakan pusat massa ini akan digantikan oleh turunnya balok lainnya. Hal ini juga berlaku untuk koordinat pusat massa horizontal, tapi hal itu sudah cukup untuk mempertimbangkan hanya koordinat vertikal untuk memecahkan soal. Mari kita ungkap juga supaya agak jelas

FAKTA 10: tegangan dilakukan tanpa benang pada katrol ringan atau ditarik sepanjang permukaan gesekan adalah sama di mana-mana.

Algoritma solusi selanjutnya adalah sebagai berikut: kita tuliskan hukum ke-2 Newton untuk *(a)* sistem terbuat dari dua balok dan *(b)* satu balok; kita gunakan kedua persamaan dan gunakan persamaan *(a)* untuk menentukan tegangan yang diberikan, kemudian kita substitusikan ke persamaan *(b)*. Berdasarkan ide 22, kita pisahkan komponen rerata dan frekuensi tinggi dan gunakan ide 16.

SOAL 33. Sebuah sistem balok terletak di permukaan halus, seperti yang ditunjukkan pada gambar. Koefisien gesekan antara balok-baloknya adalah μ, sedangkan antara balok dan permukaan $\mu = 0$.



Balok bawah kanan ditarik oleh gaya F. Tentukan percepatan dari semua balok.

IDE 49: Jika benda dihubungkan oleh gaya gesekan, maka untuk menjawab beberapa pertanyaan yang sepenuhnya kita perlu mempertimbangkan semua kemungkinan kombinasi dari sana menjadi relatif tergelincir antara semua kemungkinan menyentuhnya permukaan.

Sebagai contoh, jika kita berasumsi bahwa tidak ada tergelincirnya antara dua sentuhan benda, maka mereka dapat diperlakukan sebagai satu kesatuan. Maka salah satu harus menemukan gaya gesekan F_h antara benda dan menentukannya ketika asumsi yang dipertahankan, atau ketika F_h kurang dari gaya gesekan statis maksimum μN .

SOAL 34. Sebuah bola bilyar memukul bola bilyar lain dalam keadaan diam. Di mana kumpulan titik-titik bola bisa diam diposisikan sedemikian rupa sehingga akan mungkin untuk mencapai situasi di mana kedua bola akan jatuh ke dalam dua saku (berbeda) pada meja? Tumbukan elastis sempurna, bola sempurna licin (maka rotasi bola diabaikan).

IDE 50: Jika bola benar-benar elastis memukul bola lain yang sama tidak bergerak dan rotasi (menggelinding) bola dapat diabaikan, maka berakibat membentuk sudut siku-siku antara vektor-vektor kecepatan dua bola.

Untuk membuktikan ini, diketahui bahwa tiga vektor kecepatan (dua kecepatan sebelum dan setelah tumbukan) membentuk segitiga karena hukum kekekalan momentm. Kekekalan energi berarti sisi-sisi segitiga sesuai teorema Pythagoras. Sebuah kasus khusus hasil ini (lihat soal berikutnya)

FAKTA 11: Jika bola kecil elastis menumbuk pusat bola lain yang sama dalam keadaan diam, maka bola pertama berhenti dan bola kedua memperoleh kecepatan dari bola pertama.

SOAL 35. Bola biliar benar-benar elastis dan tergelincir bergerak dengan kecepatan v terhadap dua bola bergerak identik. Bola bergerak menyentuh pusatnya terletak pada satu garis lurus yang tegak lurus untuk vektor kecepatan bola masuk. Bola bergerak diarahkan menuju titik menyentuh dua bola. Berapa kecepatan bola yang akan masuk tersebut setelah tumbukan? Pertimbangkan dua skenario: *(a)* bola masuk persis tepat di tengah-tengah antara bola; *(b)* lintasannya adalah sedikit melenceng dan satu bola tepat diam.

Untuk menjawab pertanyaan pertama, perlu menggunakan

IDE 51: tumbukan (dan banyak interaksi benda-benda lainnya, seperti gerak bola dihubungkan oleh benang atau kawat) lebih mudah ditinjau di pusat sistem massa, sebab dalam sistem kekekalan momentum lebih mudah untuk menuliskannya (momentum bersih adalah nol).

Juga, jangan lupa ide 37! Untuk pertanyaan yang kedua, kita gunakan

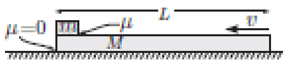
IDE 52: Jika gaya yang bekerja pada sebuah benda selama waktu tertentu tidak mengubah arah, maka momentum yang dipindahkan memiliki arah yang sama dengan gaya.

SOAL 36. n manik-manik elastis sempurna meluncur sepanjang kawat tanpa gesekan. Berapakah jumlah maksimum yang mungkin bertumbukan? Ukuran dari manik-manik diabaikan, dan juga kemungkinan bahwa lebih dari dua manik-manik akan bertumbukan pada saat yang sama.

IDE 53: Menyajikan proses secara visual, misalnya dengan grafik, sangat membantu.

Berikut adalah pertanyaan tambahan: Akankah tumbukan elastis dua bola pada sebuah diagram *x*-*t* terlihat mirip?

SOAL 37. Sebuah papan panjang L dan massa M terletak pada permukaan horizontal halus; pada salah satu ujungnya terletak balok kecil massa m. Koefisien gesekan antara balok dan papan adalah μ. Berapa kecepatan minimal v yang perlu diberikan ke papan dengan mendorong cepat sehingga selama gerakan selanjutnya balok akan meluncur sepanjang papan dan kemudian jatuh dari papan? Ukuran balok diabaikan.

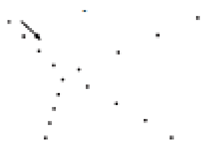


Soal ini memiliki setidaknya dua solusi. Pertama, kita bisa menyelesaikannya menggunakan ide 6. Kedua, kita bisa menggunakan ide 37 dan 51, yang melakukan lebih lanjut

IDE 54: Jika sebuah benda meluncur sepanjang permukaan, maka energi yang akan diubah menjadi panas sama dengan hasil dari gesekan gaya dan panjang lintasan peluncuran.

Memang, gaya gesekan memiliki tetapan yang besar dan, seperti yang terlihat dalam kerangka acuan yang mendukungnya selalu sejajar dengan perpindahan.

SOAL 38. Gambar di bawah merupakan hasil dari foto stroboskopik dan menggambarkan tumbukan dua bola berdiameter yang sama tapi massa yang berbeda. Panah menunjukkan arah gerakan dari salah satu bola sebelum tumbukan. Carilah perbandingan massa dari dua bola dan tunjukkan arah gerakan untuk bola kedua sebelum tumbukan.



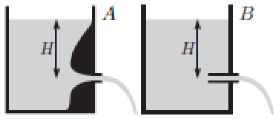
IDE 55: Kadang-kadang berguna untuk memperlakukan momentum sebagai vektor, melakukan penjumlahan vektor dan menggunakan segitiga atau aturan paraalelogram (juga berlaku penjumlahan vektor lainnya: perpindahan, kecepatan, percepatan, gaya, dll)

Menjadi lebih spesifik: ketika dua berda berinteraksi, vektor impuls sama dengan beda dua vektor momentumnya. Lihat ide 5.

FAKTA 12: Dalam sebuah foto stroboskopik, vektor dari satu posisi benda ke berikutnya adalah sebanding dengan kecepatannya (vektor).

FAKTA 13: (hukum ke-3 Newton) jika dua benda berinteraksi, perubahan momentum dua benda adalah sama dan berlawanan arah.

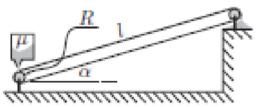
SOAL 39. Ada dua tabung (A dan B) yang memiliki rancangan kran yang berbeda, lihat gambar. Kran dibuka, ketinggian permukaan air dari kran adalah H. Berapakah kecepatan aliran air meninggalkan tabung?



IDE 56: Jika nampak bahwa mungkin untuk memecahkan soal menggunakan kedua hukum energi dan momentum, maka setidaknya salah satunya tidak benar-benar kekal!

Tidak bisa lain: jawabannya, setelah semua, berbeda. Ia perlu untuk menjadi perhatian di sini. Sementara merancang kran A, adalah usaha yang jelas untuk mengekalkan aliran tersebut: energi kekal. Namun, jika, termotivasi dengan metode 3, kita tuliskan momentum yang diberikan dengan tekanan udara selama waktu sangat kecil dt - $pSdt$ (di mana S adalah daerah penampang melintang kran), kita akan melihat bahwa, karena aliran air, $p \neq \rho g$ (lihat tekanan dinamis, Hukum Bernoulli!). Di sisi lain, untuk tekanan aliran laminar B tidak sama; akan ada pusaran dan kehilangan energi. Kita tetap bisa bekerja dengan momentum: kita tulis ekspresi untuk tekanan diberikan pada cairan dengan dinding tabung (umumnya tekanan yang diberikan oleh dinding sisi kiri dan kanan saling menghilangkan satu sama lain, tapi ada tetap merupakan tekanan terkompensasi $p = \rho gH$ diberikan di sebelah kiri penampang dari kran S).

SOAL 40. Pasir diangkut ke tempat bangunan menggunakan ban berjalan. Panjang sabuk adalah l, sudut terhadap horizontal adalah α; sabuk didorong oleh katrol bawah dengan jari-jari R, bertenaga eksternal. Pasir dimasukkan ke sabuk pada tetapan laju μ (kg/s). Berapa torsi minimal yang diperlukan untuk mengangkut pasir? Berapakah kecepatan sabuk di torsi itu? Koefisien gesekan cukup besar untuk butiran pasir berhenti bergerak setelah berada dalam sabuk; ambil kecepatan awal dari butiran pasir nol.



FAKTA 14: Untuk membuat sesuatu bergerak - benda atau suatu aliran (misalnya pasir), gaya perlu untuk diberikan.

Untuk soal ini, ide 56 dan metode 3 akan berguna di samping

IDE 57: (Kondisi untuk kontinuitas) untuk aliran stasioner fluks materi (yang kuantitas penampang melintang yang mengalir per satuan waktu) adalah tetap dan tergantung dari penampang: σv = tetap [kerapatan materi per satuan jarak $\sigma(x)$ dan kecepatan aliran $v(x)$].

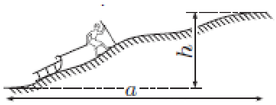
Untuk aliran mampat (kerapatan tetap) cairan dalam pipa, kerapatannya adalah $\sigma = \rho S$ dan karena vS = konstan. Untuk daerah ruang dimana alirannya tak stasioner - pertambahan massa: persamaan $\frac{dm}{dt} = \sigma v$ ini juga dikenal sebagai persamaan kondisi untuk kontinuitas.

SOAL 41. Sebuah gumpalan tanah liat jatuh terhadap lantai dari ketinggian h dan mulai tergelincir. Berapakah kecepatan tanah liat pada awal tergelincirnya jika koefisien gesekan antara lantai dan gumpalan adalah μ? Kecepatan awal horizontal gumpalan itu u.

IDE 58: Jika selama tumbukank terhadap dinding yang keras selalu ada geseran, maka perbandingan impuls sepanjang lintasan dan tegak lurus ke dinding adalah μ.

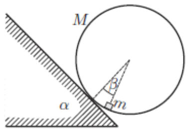
Memang, $\Delta p_{\perp} = \int N(t)\,dt$ (terpadu selama selama tumbukan) dan $\Delta p_{\parallel} = \int \mu N(t)\,dt = \mu \int N(t)\,dt$.

SOAL 42. Anak laki-laki menyeret kereta luncur dengan tali belakangnya saat ia perlahan-lahan naik bukit salju. Berapa usaha anak itu untuk mengangkut kereta luncur ke ujung bukit jika tingginya h dan jarak horizontal dari kaki bukit ke ujungnya a? Asumsikan bahwa tali selalu paralel dengan kemiringan lereng bukit, dan koefisien gesekan antara kereta luncur dan salju μ.



FAKTA 15: Jika bentuk yang tepat dari sebuah permukaan tertentu atau ketergantungan waktu tidak diberikan, maka Anda harus setuju dengan kasus umum: membuktikan bahwa pernyataan benar untuk bentuk biasa. Jelaslah, untuk menerapkan fakta 15, salah satunya akan memerlukan ide 3.

SOAL 43. Sebuah silinder kosong dengan massa M bergulir tanpa tergelincir sepanjang permukaan miring, sudut yang kemiringannya adalah $\alpha = 45^0$. Di permukaan dalamnya balok kecil bermassa $m = M/2$ dapat meluncur bebas. Berapakah sudut β antara normal ke permukaan miring dan bagian garis lurus yang menghubungkan pusat silinder dan balok?



Jelas solusi yang paling sederhana didasarkan pada ide 6, tetapi satu kebutuhan untuk menghitung energi kinetik silinder bergulir.

IDE 59: $K = K_C + M_\Sigma v_c^2/2$, dimana K_C adalah energi kinetik seperti yang terlihat pada kerangka pusat massa dan M_Σ adalah massa bersih dari sistem. Analog: $\vec{P} = M_\Sigma \vec{v}_c$ (karena $\vec{P}_c \equiv 0$) dan momentum sudut $L = L_c + \vec{r}_c \times \vec{P}$. Sumbu paralel (teorema Steiner) memegang: $I = I_0 + M_\Sigma a^2$, dimana I adalah momen inersia terhadap sumbu s dan I_0 bahwa sehubungan dengan sumbu melalui pusat massa (sejajar dengan s) sementara a adalah jarak antara kedua sumbu. Kita harus menghitung momentum sudut dalam soal berikutnya, jadi mari kita memperjelas hal-hal tersebut agar sedikit lebih jelas.

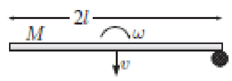
IDE 60: Momentum sudut adalah aditif. Membagi sistem ke titik massa, $\vec{L} = \Sigma\vec{L}_i$, dimana untuk titik ke-$i$ seperti massa $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i$ (secara umum) atau $L_i = h_i p_i = r_i p_{ti}$ (gerak pada bidang), $h_i = r_i \sin\alpha_i$ adalah tuas lengan dan $p_{ti} = p_i \sin\alpha$ adalah komponen momentum tangensial). Energi kinetik, momentum, dan lain-lain juga aditif.

Jika dalam ruang tiga-dimensi momentum sudut adalah vektor, untuk sebuah gerak dalam vektor bidang ini tegak lurus ke bidang dan karena itu secara efektif skalar (dan dengan demikian dapat meninggalkan perkalian silang). Hal ini sering berguna untuk menggabungkan ide 59 dan 60: kita tidak membagi sistem menjadi partikel tetapi, sebaliknya, menjadi benda pejal ($L = \Sigma L_i$), kita menghitung momen inersia L_i masing-masing benda menurut ide 59: momen inersia dari pusat massa ditambah momen inersia yang diukur di tengah kerangka acuan massa.

IDE 61: Berikut adalah momen inersia untuk beberapa benda, sehubungan dengan pusat massa. Sebuah tongkat panjang l: $\frac{1}{2}Ml^2$, bola padat: $\frac{2}{5}MR^2$, cincin silinde: $\frac{2}{3}MR^2$, silinder: $\frac{1}{2}MR^2$, persegi dengan panjang sisi a, sumbu tegak lurus ke bidangnya: $\frac{1}{6}Ma^2$.

Jika sumbu rotasi tidak melalui pusat massa, maka salah satu dapat *(a)* menemukan momen inersia terhadap sumbu paralel (teorema Steiner); *(b)* menerapkan ide 59 untuk menghitung energi kinetik atau momentum sudut (dalam hal ini hanya cukup untuk mengetahui momen inersia terhadap pusat massa).

SOAL 44. Sebuah batang massa M dan panjang $2l$ meluncur di atas es. Kecepatan dari pusat massa batang adalah v, kecepatan sudut adalah ω. Ketika pusat kecepatan massa tegak lurus terhadap batang itu sendiri, bergerak dengan berakhir. Berapakah kecepatan pusat massa batang setelah tumbukan jika *(a)* yang tumbukan tak elastis sempurna (akhir yang hits berhenti posting bergerak); *(b)* tumbukan elastis sempurna.



Dalam kasus tumbukan yang benar-benar elastis satu persamaan berikut dari kekekalan energi elevasi; jika tumbukan tak elastis, maka kondisi lain muncul: bahwa ujung batang tak bermassa. Namun, kita memerlukan dua variabel. Persamaan kedua muncul dari

IDE 62: Jika benda bertumbukan dengan sesuatu, maka momentum sudut kekal terhadap titik tumbukan.

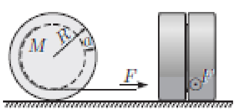
Memang, selama tumbukan benda bergerak dipengaruhi oleh gaya normal dan gaya gesekan, tetapi keduanya diterapkan melalui titik tumbukan: tuas lengannya nol. Jika suatu benda bergerak dalam medan gravitasi atau sejenisnya, maka dalam jangka panjang momentum sudut terhadap titik tumbukan mungkin menjadi berubah, tapi segera sebelum dan setelah tumbukan itu tetap sama (gravitasi tidak terlalu kuat sebagai lawan dengan gaya normal yang kuat namun berumur pendek; meskipun tuas gravitasi lengan non-nol, ia tidak dapat mengubah momentum sudut sesaat tersebut).

SOAL. 45 Jika seseorang memukulkan batang kecil yang kaku - misalnya tiang lampu - pada kelelawar, tangan yang memegang kelelawar dapat menggigit selama pengaruh pukulan disebut pusat pukulan kelelawar (dan pukulan baik ke bawah atau ke atas pusatnya). Tentukan posisi pusat pukulan untuk kelelawar yang kerapatannya sama. Anda dapat menganggap bahwa saat terjadi pukulan kelelawar berputar di sekitar tangan pemegangnya.

METODE 7: Mengubah masalah kehidupan nyata ke dalam bahasa formal fisika dan matematika - dengan kata lain, membuat model.

Uraian seperti itu, mungkin nampak bahwa metode ini agak sia-sia. Namun, mengubah dan menafsirkan skenario kehidupan nyata - *pemodelan* soal - adalah salah satu yang paling menantang dan menarik sebagai aspek fisika. Hal ini menarik karena memberi kebebasan yang lebih kreatif pada pemecahkan model yang sudah ada menggunakan ide yang dibangun dengan lebih baik. Namun, kebebasan ini memiliki batas: model harus menjelaskan kenyataan tersebut sebaik mungkin, dengan pendekatan yang harus masuk akal dan nyata mampu memecahkan model baik secara mental atau dengan bantuan komputer. Untuk soal yang diberikan, tidak banyak kebebasan dan urusan disederhanakan: ada petunjuk yang jelas juga asumsi yang masuk akal. Mari kita mulai menerjemahkan: "Sebuah batang pejal panjang l dan kerapatan sama berputar pada salah satu ujung dengan kecepatan sudut ω, sumbu rotasi tegak lurus ke batang. Pada jarak x dari sumbu bergerak sejajar dengan sumbu rotasi. Batang menumbuk. "Sekarang kita temui kendala pertama: tumbukannya elastis atau tak elastis? Ini tidak disebutkan dalam teks soal. Mari kita biarkan untuk saat ini: mungkin kita bisa mendapatkan suatu tempat bahkan tanpa asumsi yang sesuai (ternyata bahwa hal ini terjadi). Sekarang kita hadapi pertanyaan utama: apa artinya untuk tangan "tidak dapat digigit"? Kita tahu sakit ketika sesuatu memukul tangan kita - jika sesuatu ini mendapat impuls dari tangan selama periode waktu yang singkat (pukulan), karena hal ini menyiratkan adanyasebuah gaya besar. Tangan diam, sehingga genggaman akhir kelelawar harus datang untuk menghentikannya tanpa menerima setiap impuls dari tangan. Demikian penafsiran kita dari soal secara lengkap adalah: "Setelah tumbukan, rotasi berbalik, $0 \geq \omega' \geq -\omega$; selama tumbukan sumbu rotasi ada tambahan impuls pada batang. Cari x". Kalimat kedua dari belakang menunjukkan penggunaan ide 62.

SOAL 46. Sebuah silinder besar radius R dan massa M terletak di lantai. Sebuah alur sempit kedalaman a sepanjang keliling silinder. Sehelai benang melilit alur dan sekarang ditarik oleh ujung bebasnya, yang lakukan secara horizontal, dengan gaya F. Silinder ditempatkan sedemikian rupa sehingga benang dilepaskan dari bawah silinder Dengan percepatan berapa silinder akan mulai bergerak? Gesekan antara lantai dan silinder cukup besar karena itu tidak tergelincir.



Ada beberapa cara untuk mengatasi soal ini, tetapi marilah kita menggunakan ide berikut.

IDE 63: Relasi $I\varepsilon = M$ jelas hanya berlaku jika pusat rotasi adalah tak bergerak; namun, ternyata hal itu juga berperan ketika sumbu rotasi sesaat bergerak translasi sedemikian rupa sehingga jarak pusat massa benda dari sumbu tidak berubah (misalnya ketika silinder atau objek bulat menggelinding).

Untuk membuktikan ide ini, ingatlah ide 6: energi kinetik muncul ketika kerja dilakukan, $K = \frac{1}{2} I\omega^2 = M\varphi$ (φ sudut rotasi benda, $\omega = d\varphi/dt$). Jika inersia terhadap sumbu rotasi yang tetap I tidak tergantung pada waktu, maka $dK / dt = \frac{1}{2} Id\omega^2/dt = I\omega\varepsilon = dM\varphi/dt = MQ$, yang memberi $I\varepsilon = M$.

SOAL 47. Sebuah bola bergulir sepanjang lantai horizontal di daerah $x < 0$ dengan velocity $\vec{v}_0 = (v_{x0}, v_{y0})$. Di daerah $x > 0$ ada ban berjalan yang bergerak dengan kecepatan $\vec{u} = (0, u)$ (Sejajar tepi $x = 0$). Cari kecepatan bola $\vec{v} = (v_x, v_y)$ terhadap sabuk setelah digulung ke sabuk. Permukaan sabuk berjalan kasar (bola tidak slip) dan sejajar dengan lantai.

IDE 64: Untuk silinder atau benda bulat menggelinding atau tergelincir pada permukaan horizontal, momentum sudut kekal terhadap sumbu biasa yang terletak di bidang permukaan.

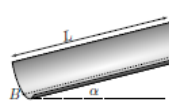
Memang, titik-titik dimana gaya normal dan gravitasi yang diterapkan berada di garis lurus yang sama dengan gaya-gayanya sendiri dan jumlahnya nol, yang berarti bahwa torsi bersih juga nol; gaya gesekan terletak pada bidang permukaan, dan jadi lengan tuas terhadap sumbu pada bidang yang sama adalah nol.

SOAL 48. Sepasang "*dumdbell*" ditekan dua bola massa m yang dihubungkan dengan pegas dengan konstanta elastisitas k. Dua *dumdbell* yang sama meluncur ke arah satu sama lain, kecepatan masing-masing v_0 . Jarak titik-titiknya L (lihat gambar). Setelah berapa lama jaraknya sama dengan L lagi? Tumbukan elastis sempurna.

IDE 65: Jika sistem yang terdiri dari benda elastis, dihubungkan dengan kawat, benang dll, berinteraksi dengan benda lain, maka lama tumbukan dari benda elastis signifikan lebih kecil dari karakteristik waktu proses lainnya. Seluruh proses kemudian dapat dibagi menjadi tahap sederhana: kebanyakan sebuah tumbukan elastik sesaat (yang dapat dianggap bebas, seperti misalnya kawat menggerakkan gaya tidak bisa dibandingkan dengan yang diberikan dalam suatu tumbukan elastis) dan selanjutnya (atau sebagai contoh, atau di antara tumbukan) proses melambat: getaran pegas, dll.

Catatan: ini adalah ide yang lebih umum, dibagi menjadi langkah-langkah sederhana dapat berguna jika proses cepat (hampir sesaat) dapat disesusaikan dalam sistem dinamika; lihat soal berikutnya untuk sebuah contoh (juga ingat ide 51)

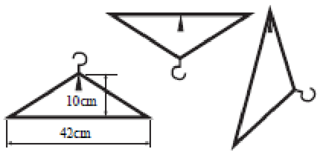
SOAL 49. Butir kecil pasir meluncur tanpa gesekan sepanjang silinder melalui jari-jari R (lihat gambar). Sudut kemiringan talang adalah α. Semua butiran pasir memiliki kecepatan awal nol dan mulai bergerak di dekat titik A (tetapi tidak harus pada titik A itu sendiri). Berapakah panjang talang sehingga semua butiran itu akan keluar di titik B?



IDE 66: Jika gerakan penyebaran kolektif partikel dapat dibagi menjadi getaran dalam arah yang diketahui dan gerak bebas getaran (sehingga gerak tegak lurus getaran), maka partikel difokuskan pada titik-titik tertentu: dimana fase getaran dari seluruh partikel adalah nol atau dapat juga kelipatan bilangan 2π.

.

SOAL 50. Sebuah gantungan baju terbuat dari kawat dengan distribusi kerapatan tak homogen bergetar dengan amplitudo kecil pada bidang gambar. Dalam dua kasus pertama panjang sisi segitiga adalah horizontal. Dalam kasus ketiga periode getaran sama. Tentukan posisi pusat massa dan periode getaran.



Info Latar Belakang: Sebuah benda pejal berukuran terbatas yang bergetar di sekitar sumbu tetap dikenal sebagai ayunan fisis. Frekuensi getarannya kecil mudah diturunkan dari relasi $I\varphi = - mgl\varphi$, dimana I adalah momen inersia terhadap sumbu getaran dan l adalah jarak pusat massa dari sumbu: $\omega_2 = I / mgL = I_0 / mgL + l / g$ (di sini kita menggunakan sumbu paralel/teorema Steiner, lihat ide 9). *Panjang reduksi* ayunan fisis adalah jarak $\tilde{l} = l + I_0 / ml$ sehingga frekuensi getaran ayunan matematis yang panjangnya sama seperti pada ayunan fisis.

IDE 67: Jika kita menarik garis lurus dengan panjang $\tilde{l}$ sedemikian rupa sehingga melewati pusat massa dan salah satu ujung-ujungnya adalah dengan sumbu rotasi, maka jika kita bergerak sumbu rotasi ke bagian ujung (dan membiarkan benda mencapai keseimbangan yang stabil), maka frekuensi baru getaran adalah sama dengan sebelumnya. Kesimpulan: himpunan titik-titik di mana sumbu rotasi dapat ditempatkan tanpa mengubah frekuensi getarani, terdiri dari dua lingkaran konsentris di sekitar pusat massa.

Bukti: rumus di atas dapat dituliskan kembali sebagai persamaan kuadrat untuk menentuakan panjang l sesuai dengan frekuensi diberikan ω (yaitu penjang reduksi yang diberikan $\tilde{l} = g / \omega^2$): $l^2 - l\tilde{l} + I_0 / m = 0$. Menurut rumus Vieta, solusi $l_1$dan l_2 memenuhi $l_1 + l_2 = l$, sehingga l_1 dan $l_2 = \tilde{l} - l_1$ menghasilkan frekuensi yang sama dari getaran.

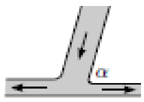
SOAL 51. Sebuah bola logam dengan jari-jari 2 mm dan massa jenis $\rho = 3000$ kg/m^3 bergerak dalam air, jatuh bebas dengan percepatan a_0 = 0,57g. Masa jenis air ρ_0 = 1000 kg/m^3. Dengan percepatan berapa gelembung bola berjari-jari 1 mm akan naik di dalam air? Anggaplah aliran *laminar* (arah aliran konstan) pada kedua kasus; gesekan diabaikan.

IDE 68: Jika benda bergerak dalam cairan, fluida juga akan bergerak. *(A)* Jika aliran laminar (tidak ada pusaran), hanya cairan yang berdekatan dengan benda yang akan bergerak; *(B)* jika aliran turbulen, akan ada 'ekor bergolak' di belakang benda. Dalam kedua kasus karakteristik kecepatan gerakan fluida sama dengan kecepatan benda.

Dengan menggunakan metode 6 kita dapatkan bahwa dalam kasus ini *(A)* energi kinetik sistem $K = \frac{1}{2} v^2 (m + \alpha\rho_0 V)$, dimana konstanta α adalah bilangan yang menjadi ciri khas geometri benda yang sesuai dengan sejauh daerah cairan yang akan bergerak (bandingkan dengan volume benda itu sendiri). Jika suatu benda beraksi dengan gaya F, maka daya yang dihasilkan oleh gaya ini adalah $P = Fv = dK/dt = va (m + \alpha\rho_0 V)$. Dengan demikian $F = a (m + \alpha\rho_0 V)$: massa efektif benda meningkat dengan $\alpha\rho_0 V$. Pada soal di atas, konstanta α untuk benda bola dapat ditemukan dengan menggunakan kondisi yang ada pada setengah bagian soal.

Dalam kasus *(B)*, jika kita menganggap bahwa kecepatan benda tetap, kita mendapatkan $K = \frac{1}{2}v^2\rho_0(\alpha Svt)$, dimana S adalah luas penampang melintang benda dan αS adalah luas 'ekor' penampang melintar turbulen. α , sekali lagi, merupakan karakteristik benda. Dari sini, sangat mudah untuk menemukan $Fv = \frac{dK}{dt} = \frac{\alpha}{2}v^3\rho_0 S$, yang menghasilkan $F = \alpha^2 v^2\rho_0 S$.

SOAL 52. Sebuah aliran air terjun ke bawah palung dengan kecepatan v dan terbagi menjadi sungai kecil ke kiri dan ke kanan. Tentukan kecepatan dari kedua sungai jika arus masuk itu pada sudut α ke palung (dan resultan sungai). Berapa perbandingan jumlah air yang mengalir per satuan waktu pada kedua aliran sungai?



Ini merupakan soal agak sulit. Mari kita nyatakan beberapa ide dan fakta.

IDE 69: Untuk aliran fluida, hukum Bernoulli (yaitu kekekalan energi) sering membantu: $p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2$ = tetap, dimana p adalah tekanan statis, h adalah tinggi suatu titik dan v adalah kecepatan aliran pada titik itu.

FAKTA 16: Dalam cairan tertutup tekanan statis permukaan bebas sama dengan tekanan eksternal.

Untuk mengatasi paruh kedua soal, diperlukan berikut:

IDE 70: Ide 44 dapat digeneralisasi dalam cara yang akan berlaku untuk sistem terbuka (katakanlah jumlah materi masuk dan meninggalkan sistem): $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} + \vec{\Phi}P_{in} - \vec{\Phi}P_{out}$, , dimana $\vec{\Phi}P_{in}$ dan $\vec{\Phi}P_{out}$ adalah fluks momentum masuk dan keluar (dengan kata lain, momentum bersih masing-masing materi memasuki dan meninggalkan sistem).

Fluks momentum fluida yang mengalir dapat dihitung sebagai hasil dari volume kerapatan dengan laju aliran momentum (volume fluida masuk/meninggalkan sistem per satuan waktu) $\rho\vec{v}$.

Apakah sistem terbuka harus kita ingat dalam kasus ini? Jelas, sistem yang akan memungkinkan terkait fluks laju aliran μ (kg/s) yang masuk-keluar $(\mu_l$ juga $\mu_r)$ menggunakan rumus di atas: suatu daerah ruang imajiner kecil mencakup daerah tempat dimana aliran terpecah menjadi dua.

FAKTA 17: Jika kita dapat mengabaikan viskositas, dimana komponen gaya yang diberikan oleh aliran sungai (termasuk 'dinding' yang membatasi aliran) dari aliran yang sejajar dinding adalah nol.

SOAL53. Tentukanlah kecepatan perambatan gelombang kecil di perairan dangkal. Air dianggap dangkal jika panjang gelombang jauh lebih besar dari kedalaman air H. Berkat ini kita dapat mengasumsikan bahwa sepanjang penampang vertikal kecepatan horizontal semua partikel v_h adalah sama dan kecepatan horizontal dari partikel air nyata lebih kecil dari kecepatan vertikal.

Sangat kecilnya gelombang berarti bahwa tingginya secara nyata lebih kecil dari kedalaman air. Hal ini memungkinkan kita untuk mengasumsikan bahwa kecepatan horizontal partikel air secara signifikan lebih kecil daripada kecepatan gelombang, u .

IDE 71: Sebuah metode standar untuk menentukan kecepatan perambatan gelombang (atau karakteristik lainnya) (atau struktur lain dengan bentuk tetap) adalah memilih sebuah sistem kerangka acuan dimana gelombang sedang diam. Dalam kerangka ini, bergantung *(a)* kontinuitas (ide 57) dan *(b)* kekekalan energi (misalnya dalam bentuk hukum Bernoulli). Dalam kasus-kasus tertentu hukum kekekalan energi dapat diganti oleh keseimbangan gaya.

(Sebuah pendekatan alternatif adalah linearisasi dan solusi sistem persamaan diferensial parsial.)

SOAL 54. Sebuah bola kecil dengan massa m = 1 g bergerak sepanjang permukaan halus, meluncur bolak-balik dan bertumbukan elastis bersama dengan dinding dan balok. Massa balok persegi panjang adalah M = 1 kg, kecepatan awal bola adalah v_0 = 10 m/s. Berapakah kecepatan bola pada sesaat ketika jarak antara bola dan dinding dua kali lipat dibandingkan dengan jarak awal? Berapa kali gaya rerata (waktu direratakan) yang diberikan oleh bola pada dinding berubah?

IDE 72: Jika gerak getaran yang sama terjadi, dimana parameter perubahan sistem secara perlahan (dibandingkan dengan periode getaran), maka disebut invarian adiabatik /kekal: itu adalah daerah tertutup oleh garis tertutup ditelusuri dengan lintasan pada sistem – dimana disebut diagram fase (dimana koordinat koordinat spasial x dan momentum p_x).

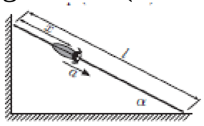
Marilah kita teliti lebih lanjut. Garis tertutup dihasilkan sebagai kurva parametrik (disebut fase lintasan) $x(t)$, $p_x(t)$ jika kita menelusuri gerakan sistem selama satu periode penuh T. Fase lintasan biasanya digambarkan dengan panah yang menunjukkan arah gerakan. Invariansi adiabatik tidak tepat dan kekal sempurna, tapi dengan presisi dikekalkan muncul jika rasio τ / T muncul, dimana τ adalah karakteristik perubahan waktu parameter sistem.

Invariansi adiabatik memainkan peranan instrumentasi dalam fisika: dari hukum adiabatik dalam gas (bandingkan hasil soal sebelumnya dengan hukum ekspansi adiabatik untuk gas ideal dengan satu derajat kebebasan!) dan bahkan berlaku dalam mekanika kuantum (jumlah kuanta dalam sistem - misalnya foton - diubah jika parameter sistem sangat lambat).

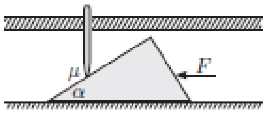
SOAL-SOAL REVISI

SOAL 55. Sebuah batang homogen lurus yang diletakkan pada sebuah dinding vertikal sehingga sudut antara dinding dan batang adalah $\alpha < 90^0$. Berapa nilai α agar batang tetap diam bersandar? Pertimbangkan dua skenario: *a)* dinding licin dan lantai kasar dengan koefisien gesekan μ ; *b)* lantai licin dan dinding kasar dengan koefisien gesekan μ .

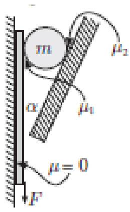
SOAL 56. Sebuah tongkat ringan terletak satu ujungnya pada dinding vertikal dan ujung lainnya pada lantai horizontal. Sebuah serangga ingin merangkak menuruni batang, dari atas ke bawah. Harus dengan percepatan berapa serangga ini tergantung pada jarak dari titik atas sampai ujung bawah tongkat? Massa serangga adalah m, panjang tongkat adalah l, sudut antara lantai dan tongkat adalah α dan massa tongkat diabaikan; baik lantai dan dinding licin ($\mu = 0$). Berapa lama waktu yang dibutuhkan dalam serangga untuk mencapai bagian bawah tongkat dimulai dari bagian atas (dari keadaan diam)?



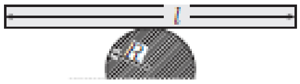
SOAL 57. Sebuah bidang segitiga dengan sudut α pada ujungnya terletak di lantai horizontal. Ada sebuah lubang dengan dinding halus di langit-langit. Sebuah batang A telah dimasukkan pas ke dalam lubang itu, dan bisa bergerak ke atas dan turun tanpa gesekan, sedangkan sumbunya tetap vertikal. Batang didukung bidang; satu-satunya titik dengan gesekan adalah titik kontak dari bidang dan batang: terdapat koefisien gesekan μ. Berapa nilai-nilai untuk μ yang mungkin untuk mendorong bidang melalui, di belakang batang, dengan hanya menerapkan besar gaya horizontal yang cukup?



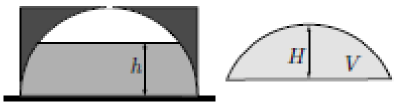
SOAL 58. Kadang-kadang sebuah alat digunakan untuk menggantung gambar-gambar dan banda lainnya di dinding, yang digambarkan model di bawah ini. Terhadap permukaan vertikal tetap merupakan bergerak bidang miring, di mana sudut antara permukaan dan bidang adalah α. Ada jarak antara permukaan dan bidang, dimana plat tipis bisa tetap. Plat diposisikan erat terhadap permukaan vertikal; koefisien gesekan di antara mereka dapat dianggap sama dengan nol. Dalam ruang antara plat dan bidang silinder bermassa m bisa bergerak bebas, porosnya menjadi horizontal dan sejajar ke semua permukaan. Silinder bertumpu pada piringan dan bidang dan koefisien gesekan pada dua permukaan masing-masing adalah, μ_1 dan μ_2. Berapa nilai-nilai koefisien gesekan untuk plat agar tidak jatuh terlepas dari ukuran beratnya?



SOAL 59. Di atas silinder dengan sumbu horizontal, papan yang panjangnya l dan ketebalan h ditletakkan. Berapa jari-jari silinder R dari silinder agar posisi horizontal papan stabil?

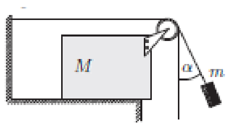


SOAL 60. Sebuah kapal selam berbentuk silinder, yang tingginya sama dengan jari-jari R dan rongga setengah bola, diisi sampai penuh dengan air, berbalik ke atas sisi bawahnya dan diposisikan pada permukaan horizontal. Jari-jari setengah bola rongga juga R dan ada sebuah lubang kecil di bagian bawah kapal. Dari bawah tepi kapal bebas terdapat beberapa kebocoran air keluar. Seberapa tinggi lapisan air yang akan tersisa, jika massa kapal tersebut m dan massa jenis air ρ? Jika perlu, gunakan rumus untuk volume sepotong bola (lihat gambar.): $V = \pi H^2(R - H/3)$.

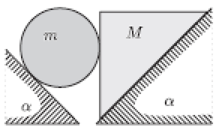


SOAL 61. Sebuah kapal silinder vertikal dengan jari-jari R berputar sekitar porosnya dengan kecepatan sudut ω. Berapa besar ketinggian permukaan air pada sumbu yang berbeda dari ketinggian berikutnya pada tepi kapal?

SOAL 62. Sebuah bidang dengan massa M adalah pada permukaan horizontal licin. Sebuah benang melilit pada salah satu sudutnya. Benang melekat pada dinding di salah satu ujungnya dan ujung lainnya diikatkan ke balok bermassa m, yang membentuk sudut α terhadap vertikal. Awalnya benang tertarik balok dan balok tersebut tetap di tempat. Kemudian balok dilepaskan. Berapa perbandingan massa-massanya dengan sudut α agar tidak berubah seluruh gerakan berikutnya?

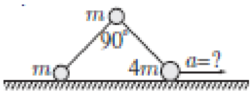


SOAL 63. Dua permukaan sudut licin ($\mu = 0$) dengan kemiringan sudut α yang sama ditempatkan sedemikian rupa sehingga sisi-sisinya sejajar, menghadap satu sama lain dan ada sedikit celah di antara (lihat gambar.). Di atas permukaannya ditempatkan silinder dan sebuah bidang berbentuk balok, dalam keadaan diam satu dengan yang lain dan salah satu sisi balok horizontal. Massa, masing-masing, m dan M. Berapa percepatan silinder sesaat bergerak? Abaikan gaya gesekannya.

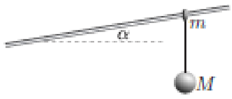


SOAL 64. Tiga silinder kecil yang tersambung dengan batang ringan, dimana ada engsel dekat silinder tengah, sehingga sudut antara batang dapat berubah bebas. Awalnya sudut ini adalah sudut siku-siku. Dua dari silinder memiliki massa m, pada sisi yang lain

memiliki massa 4 m. Tentukan percepatan silinder yang lebih berat setelah gerakan dimulai. Abaikan gesekan.

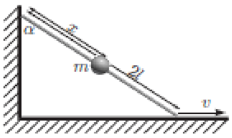


SOAL 65. Sebuah batang licin ditempatkan pada sudut α dengan horizontal. Sebuah cincin kecil massa m dapat meluncur di sepanjang batang, dimana benang panjang terpasang. Sebuah benda kecil ukuran M melekat pada benang. Awalnya cincin diam, dan benang tergantung vertikal. Kemudian cincin dilepaskan. Berapa percepatan yang dari benda sesaat dilepaskan?

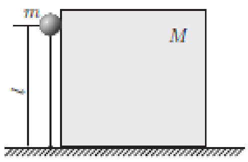


SOAL 66. Sebuah balok mulai meluncur di titik paling atas dari permukaan bola. Cari ketinggian di mana ia akan terlepas dari permukaan. Bola berjari-jari R; tidak ada gesekan.

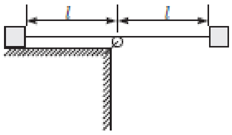
SOAL 67. Panjang batang ringan adalah $2l$. Sebuah bola kecil bermassa m ditempatkan pada jarak $x = l$ dari ujung atasnya. Pada satu ujung batang terletak pada dinding dan yang lainnya di lantai. Ujung batang yang terletak di lantai dipindahkan dengan kecepatan konstan v dari dinding. *a)* Tentukan gaya yang mempengaruhi batang sesaat, ketika sudut antara dinding dan batang $\alpha = 45^0$; *(b)* berapa jawabannya jika $x \neq l$?



SOAL 68. Sebuah batang ringan dengan panjang l terhubung ke permukaan horizontal dengan engsel; benda kecil bermassa m disambungkan pada ujung batang. Awalnya batang vertikal dan bola terletak terhadap balok bermassa M. Sistem ini secara bebas bergerak dan setelah waktu tertentu balok kehilangan kontak dengan permukaan balok - pada saat ketika batang membentuk sudut $\alpha = \pi / 6$ dengan horizontal. Tentukan perbandingan massa M/m dan kecepatan balok u saat keduanya terpisah.

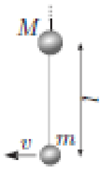


SOAL 69. Pada jarak l dari tepi meja terletak sebuah balok yang terhubung dengan benang yang lain balok yang sama persis. Panjang benang $2l$ dan itu diperpanjang sekitar katrol di tepi meja. Balok lainnya diletakkan di atas meja sehingga kawat menjadi menegang. Lalu balok kedua dilepaskan. Apa yang pertama-tama terjadi: apakah balok pertama mencapai katrol atau apakah balok kedua memukul meja?

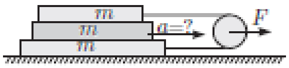


SOAL 70. Sebuah keping silinder hoki es dengan ketebalan dan kerapatan yang sama dan diberi kecepatan sudut ω dan kecepatan translasi u. Lintasan apa yang akan keping mengikuti jika es sama licin di mana-mana? Dalam hal ini akan meluncur lebih jauh: ketika $\omega = 0$ atau ketika $\omega \neq 0$, anggap bahwa dalam kedua kasus u adalah sama?

SOAL 71. Sebuah bola bermassa M tergantung pada ujung tali sangat panjang; dengan batang ringan, terpasang benda kecil lain bermassa m. Panjang batang . Awalnya sistem berada dalam keseimbangan. Berapa kecepatan horizontal perlu diberikan pada bola bawah itu untuk naik pada ketinggian yang sama dengan benda atas? Ukuran dari bola dapat diabaikan jika dibandingkan dengan panjang batang.

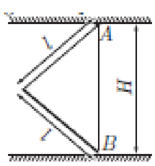


SOAL 72. Sebuah balok massa m terletak pada permukaan horizontal licin. Di atas semua itu terletak balok lain dari massa m , dan di atas bahwa - balok lain massa m. Sebuah tali yang menghubungkan balok pertama dan balok ketiga diperpanjang sekitar berbobot sebuah katrol. Benang adalah horisontal dan katrol ditarik oleh kekuatan F. Berapa percepatan balok kedua? Koefisien gesekan antara balok adalah μ.



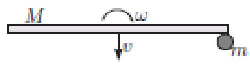
SOAL 73. Seorang anak dengan massa m ingin untuk mendorong anak lain berdiri di atas es, yang massanya M lebih besar dari dirinya. Untuk itu, ia mempercepat, berjalan ke arah anak lain dan mendorongnya selama mereka bisa berdiri. Berapa jarak maksimal yang dimana dimungkinkan untuk mendorongnya? Kecepatan maksimal dijalankan adalah v, koefisien gesekan antara kedua anak laki-laki dan es adalah μ.

SOAL 74. Sebuah batang homogen dengan panjang l diikatkan dengan benang ringan (yang panjangnya juga l) ke langit-langit pada titik A. Bagian bawah ujung batang bertumpu pada lantai yang licin pada titik B, yang persis di bawah titik A. Panjang AB adalah H , $l < H < 2\,l$. Batang mulai meluncur dari keadaan diam; tentukan percepatan maksimal pusatnya selama gerakan berikutnya.



SOAL 75. Sebuah tongkat dengan kerapatan seragam terletak pada salah satu ujung terhadap tanah dan ujung lain di dinding. Awalnya adalah vertikal dan mulai meluncur dari yang lain sehingga semua gerakan berikutnya terjadi di bidang yang tegak lurus ke garis persimpangan lantai dan dinding. Berapa sudut antara tongkat dan dinding ketika tongkat kehilangan kontak dengan dinding? Abaikan gesekan.

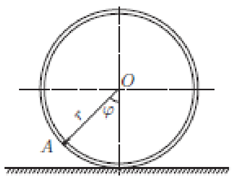
SOAL 76. Tongkat dengan massa M meluncur sepanjang es sambil berputar. Kecepatan pusat massa tongkat adalah v, kecepatan sudutnya ω. Pada saat ketika tongkat tegak lurus terhadap kecepatan pusat massanya, tongkat memukul benda diam dengan massa m. Berapa perbandingan massa M/m yaitu keadaan yang menungkinkan, dimana tongkat tetap di tempat sementara slide keping pergi? Tumbukan elastis sempurna. Tongkat lurus dan kerapatan linearnya tetap.



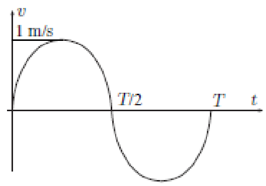
SOAL 77. Sebuah bola jatuh dari ketinggian h, awalnya kecepatan horizontal bola adalah v_0 dan tidak berputar. *a)* Carilah kecepatan dan kecepatan sudut bola setelah tumbukan berikutnya terhadap lantai: deformasi bola melawan lantai benar-benar elastis, namun ada gesekan pada permukaan kontak tersebut bahwa bagian bola yang berada di dengan lantai berhenti. *b)* Jawaban pertanyaan yang sama dengan asumsi bahwa kecepatan dari permukaan kontak tidak pernah homogen dan bahwa seluruh tumbukan ada gesekan dengan koefisien μ .

SOAL 78. Sebuah bola menggelindingpada bidang miring. Tentukan percepatan bola. Bidang membentuk sudut α, koefisien gesekan antara bola dan bidang adalah μ.

SOAL 79. Sebuah lingkaran bermassa M dan jari-jari r terletak pada permukaan horizontal licin. Ada terowongan licin tipis dalam lingkaran, sepanjang balok yang kecil bermassa m dapat meluncur. Awalnya semua benda berada dalam keadaan diam dan balok di lingkaran besar ini titik paling atas. Tentukan kecepatan di titik pusat lingkaran ini ketika sudut antara garis khayal yang menghubungkan titik pusat lingkaran dan posisi balok yang vertikal adalah φ.

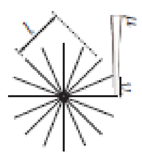


SOAL 80. Sebuah blok dengan massa m = 10 g ditempatkan pada papan yang telah dibuat seperti itu, ketika meluncur ke kiri, koefisien gesekan μ_1 = 0,3, sedangkan saat bergeser ke kanan itu μ_2 = 0,5. The papan berulang kali pindah ke kiri ke kanan sesuai grafik $v(t)$ (Lihat gambar.).



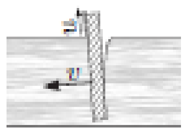
Grafik periodik dengan periode T = 0,01 s; kecepatan v dari papan dianggap positif ketika diarahkan ke kanan. Gunakan grafik, tentukan kecepatan rata-rata balok yang akan bergerak.

SOAL 81. Sebuah turbin air terdiri dari sejumlah besar baling-baling yang bisa dianggap sebagai papan datar ringan dengan panjang l, yang berada di salah satu ujung melekat pada sumbu putar. Ujung bebas dayung ditempatkan pada permukaan silinder khayal yang koaksial dengan sumbu turbin. Sebuah aliran air dengan kecepatan v dan laju alir μ (kg / s) diarahkan pada turbin sedemikian rupa sehingga hanya pada tepi baling-baling.



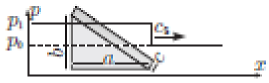
Tentukan daya maksimum yang mungkin dapat digunakan dan diramu dengan turbin tersebut.

SOAL 82. Sebuah papan datar membentuk sudut α ke vertikal. Salah satu ujung-ujungnya adalah air, yang lain adalah air di luar. Papan ini bergerak dengan kecepatan v terhadap normal. Berapa kecepatan dari aliran air yang diarahkan ke atas papan?

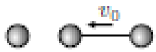


SOAL 83. Sebuah motor pengemudi gerobak digunakan untuk mengangkut beban horizontal dengan jarak L. Beban melekat di sisi gerobak dengan kabel panjang l. Setengah dari waktu gerobak dibuat sama dipercepat, setengah lainnya - dibuat perlambatan yang sama. Tentukan nilai-nilai percepatan a sehingga, setelah mencapai tujuan, beban akan menggantung ke bawah tanpa bergerak. Anda dapat mengasumsikan bahwa $a \ll g$.

SOAL 84. Sebuah gelombang kejut bisa dianggap sebagai lompatan terputus tekanan udara dari nilai p_0 untuk p_1, perambatan kecepatan c_s. Tentukan kecepatan yang akan diperoleh, ketika dipengaruhi oleh gelombang kejut (*shockwave*), *(a)* balok berbentuk jajaran genjang: prisma yang tingginya c, yang basisnya segitiga siku-siku dengan kaki a dan b dan yang terbuat dari bahan dengan kerapatan ρ; *b)*sebuah benda berbentuk sembarang dengan volume yang V dan kepadatan ρ .



SOAL 85. Sebuah *"halter"* yang terdiri dari dua bola elastis terhubung dengan batang baja tipis bergerak sejajar dengan porosnya dengan kecepatan v terhadap bola lain yang sama. Carilah kecepatan pusat halter setelah tumbukan. Apakah energi kinetik sistem kekal?



PETUNJUK

1. Tuliskan keseimbangan torsi untuk titik kontak *O* dari cinicn dan poros. Berapa sudut bahwa bersinggungan dengan poros pada titik *O* yang terbentuk terhadap horizontal (diberikan bahwa kawat tergelincir pada poros)?

2. Tuliskan persamaan torsi untuk silinder & sistem balok sehubungan dengan titik kontak silinder dan bidang miring. Berapa sudut dengan horizontal dibentuk oleh persinggungan dengan silinder yang terbangun di posisi balok kecil?

3. Menurut ide 4, anggaplah sistem "batang *CD* + massa *m*" secara keseluruhan; ada empat gaya bertindak di atasnya: $m\vec{g}$, $\vec{F}$, dan gaya tegangan batang, $\vec{T}_{AC}$ dan $\vec{T}_{BD}$. Gaya tegangan yang kita tidak ketahui dan ketahui. Sesuai ide 2, akan putus dari keseimbangan torsi yang bekerja pada batang *CD* sehubungan dengan titik persimpangan *AC* dan *BD*. Memang, karena fakta 2, gaya tegangan pada batang *AC* sejajar *AC*; hal yang sama berlaku untuk batang *BD* . Sekarang, berapa torsi gaya *F* ? Berapa arah torsi gaya ini mencapai minimum?

4. Vektor jumlah gaya $\vec{F}$ dan $m\vec{g}$ akan mengkonpensasi jumlah gaya gesekan dan gaya normal $\vec{f} = \vec{N} + \vec{F}_h$, yaitu harus pada sudut arctan μ terhadap normal ke bidang. Mari kita gambar segitiga gaya $m\vec{g} + \vec{f} + \vec{F} = 0$: vektor $m\vec{g}$ bisa segera ditarik (arah dan besarnya diketahui), arah $\vec{f}$ dapat dicatat oleh garis lurus yang melewati titik akhir dari $m\vec{g}$. $\vec{F}$ menghubungkan garis lurus ke titik awal $m\vec{g}$. Ke arah mana besarnya minimal?

5. Pergi ke kerangka acuan permukaan miring (panggil ide 6 dan 7) dan gunakan metode yang sama seperti soal 4 ($\vec{a} + \vec{g}$ berfungsi sebagai gravitasi efektif $\vec{g}_e$).

6. Gunakan kerangka acuan berputar kaitkan dengan silinder (dimana balok diam dan gaya senfrifugal $\vec{f}_t$ tetap dan mengarah ke bawah). *(A)* Titik terminal gaya total gravitasi dan gaya sentrifugal bergerak pada lingkaran dan harus sama dengan gaya normal total $\vec{f}$ dan gaya gesekan. Berapa sudut maksimum yang diijinkan antara

vektor $\vec{f}_t$ dan $\vec{f}$ sehingga tidak tergelincir? Ke arah mana sudut $m\vec{g}$ antara vektor $\vec{f}_t$ dan $\vec{f}$ agar maksimal? *(b)* Masih ada hanya tiga gaya; asalkan ada keseimbangan, tiga vektor ini harus membentuk segitiga dan karenanya, harus terletak pada bidang yang sama. Menurut ide 9, kita akan menggambarkan keseimbangan gaya dalam bidang ini, yaitu di bidang yang ditentukan oleh vektor $\vec{g}$ dan $\vec{f}_t$. Pendekatan yang digunakan dalam bagian *(a)* masih dapat digunakan, tetapi titik akhir $\vec{f}_t + m\vec{g}$ menggambarkan busur lingkaran penuh. Tentukan sudut pusat busur tersebut. Tunda pada panjang busur, mungkin terjadi bahwa sudut maksimal antara permukaan normal (= arah $\vec{f}_t$) dan $\vec{f}$ dicapai di salah satu titik akhir busur.

7. Berdasarkan fakta no. 4, dimana garis titik perpotongan gaya gesekan harus diletakkan? Apa yang dapat dikatakan tentang dua sudut yang dibentuk oleh vektor gaya gesekan dan arah yang timbulkan. Diberikan ide no. 1 (sumbu tegak lurus dengan tegangan yang ditimbulkan)? Sekarang gabungkan dua kesimpulan di atas. Dimana perpotongan titik vektor gaya gesekan? Pada arah mana vektor kecepatan silinder pada titik-titik dimana silinder bertumpu pada pita kasar? Dimana sumbu rotasi sesaat silinder (lihat bagaimana untuk menemukannya di brosur kinematika)? Berapa vektor kecepatan di titik pusat silinder? *(b)*Akankah kondisi keseimbangan ditemukan menjadi tidak seimbang jika permukaan adalah kasar homogen?

8. Gambar sebuah lingkaran yang berdiameter garis lurus yang menghubungkan titik-titik pendukungnya. Gunakan fakta no. 6: kurva yang menggambarkan sepanjang bola bergerak? Dimana titik paling bawah kurva ini?

9. Anggap torsi yang bekerja pada batang terhadap engsel. Sudut α gaya normal bersih dan gaya gesekan mendorong batang lebih keras terhadap papan?

10. Dengan berapa banyak balok akan turun jika benang diperpanjang oleh δ?

11. Mari kita asumsikan bahwa komponen horizontal tegangan tali adalah T_x. Apa komponen vertikal tegangan berikutnya pada langit-langit? Berikutnya dengan gaya berat? Tuliskan kondisi keseimbangan gaya yang bekerja pada *a)* berat dan *b)* sistem berat & tali (lihat ide no. 4).

12. Terlihat sebagai $H \ll L$, jelaslah lengkungan tali kecil, dan sudut antara garis singgung dengan tali dan horizontal tetap kecil di mana-manal. Dari keseimbangan gaya horizontal untuk tali, nyatakan komponen horizontal dari gaya tarik T_x sebagai fungsi dari panjang l (catat bahwa sementara Tx tetap konstan di seluruh bagian tali tergantung, kita akan memerlukan nilainya pada titik P terpisah menggantung dan letak bagian-bagiannya). Tuliskan keseimbangan torsi yang bekerja pada bagian tergantungnya tali terhadap gantungan (sesuai dengan apa yang telah disebutkan di atas, lengan gaya gravitasi dapat diperkirakan sebagai $l/2$). Sebagai hasilnya, Anda harus menentukan persamaan kuadrat untuk panjang l.

13. Gunakan ide 8: ubah menjadi kerangka acuan engsel berputar. *a)* Ikuti ide 15, tulis kondisi keseimbangan torsi terhadap engsel (ide no. 2) untuk sudut deviasi kecil φ. Manakah yang menghasilkan torsi lebih besar, $m\vec{g}$ atau gaya sentrifugal? (Perhatikan alternatif, ide 17 dapat juga digunakan untuk pendekatan soal ini). *b)* Ikuti ide 17, nyatakan energi potensial bersih untuk deviasi kecil sudut $\varphi_1$dan φ_2 menggunakan energi dari gaya sentrifugal (yang menyerupai gaya elastis) dan gaya gravitasi!; menurut ide 16, tetap hanya istilah kuadrat. Anda harus mendapatkan polinomial kuadrat dari dua variabel, $\varphi_1$dan φ_2 . Keseimbangan $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ stabil jika sesuai dengan energi potensial minimum, yaitu jika nilai-nilai positif hasil polinomial untuk setiap bagian dari titik keseimbangan; Kondisi ini mengarah dua ketidaksetaraan. *Pertama*, setelah menganggap $\varphi_2 = 0$ (dengan $\varphi_2 \neq 0$) kita menyimpulkan bahwa kelipatan dari $\varphi_1{}^2$ harus positif. *Kedua*, untuk setiap $\varphi_2 \neq 0$, polinomial tersebut harus benar-benar positif, yaitu jika kita menyamakan persamaan ini ke nol dan menganggapnya sebagai persamaan kuadrat untuk φ_1, dimana tidak ada nilai akar real, yang berarti bahwa diskriminan harus negatif.

14. Gunakan ide 15 juga 18 untuk sudut posisi balok, yang besarnya gaya apung tidak berubah (yaitu dengan asumsi keseimbangan gaya vertikal). Dari idea no. 2, gambar sumbu melalui pusat massa. Sementara menghitung torsi dari gaya apung, gunakan ide 19, 20; penampang dari bagian bawah balok dapat direpresentasikan sebagai superposisi dari persegi panjang dan dua segitiga yang berdekatan (salah satu dari mereka bermassa negatif).

15. Wadah air & sistem dipengaruhi oleh gravitasi dan gaya reaksi normal permukaan horizontal pada cairan. Karena kita tahu tekanan cairan di dasar wadah, kita dapat mengekspresikan massa wadah dari kondisi vertikal untuk keseimbangan.

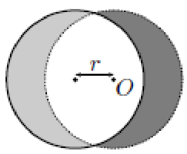
16. Untuk menghitung koreksi pertama yang menggunakan meetode perturbasi kita menggunakan fakta 49 dan referendum yang sistem perbedaan dari balok meluncur seragam dan lurus: mengetahui besarnya dan arah gaya gesekan kita dapat menemukan arah komponen di $\vec{w}$ dan $\vec{u}$. Tanda yang terakhir membalik setelah setengah periode, dan sehingga membatalkan atas rata-rata.

17. Mari kita memilih sumbu asal vertikal x menjadi satu titik di permukaan laut sangat jauh dari deposit besi. Untuk titik acuan nol dari potensial gravitasi bumi kita akan memilih $x = 0$ (yaitu $\varphi_{\text{bumi}} = gx$), untuk itu dari deposit besi akan kita mengambil titik di tak terhingga. Kemudian, untuk titik-titik pada muka air laut sangat jauh dari deposit besi, yang potensial gravitasi adalah nol. Masih menemukan ekspresi bagi potensi deposit besi fungsi dari x (menggunakan prinsip superposisi) dan menyamakannya dengan nol.

18. Mari kita gunakan kerangka acuan dari bentuk plat. Mari kita anggap keseimbangan torsi terhadap sumbu piringan kecil (maka tuas lengan gaya yang diberikan oleh sumbu adalah nol). Mari kita membagi piringan menjadi potongan-potongan kecil dengan ukuran yang sama. Gaya gesekan yang bekerja pada bagian yang sama oleh besarnya dan diarahkan sepanjang kecepatan linear titik dari

piringan (dalam acuan yang dipilih kerangka acuan engsel). Karena gerakan piringan direpresentasikan rotasi sesaat sekitar sumbu, maka lingkaran konsentris vektor gaya gesekan terbentuk (berpusat pada sumbu rotasi sesaat). Jelas, torsi bersih vektor ini terhadap sumbu piringan adalah lebih kecil, lebih kecil kelengkungan lingkaran (yaitu semakin jauh seketika rotasi sumbu): torsi adalah nol ketika sumbu rotasi sesaat pada tak terhingga dan pusat lingkaran menjadi sejajar garis lurus. Sebuah sumbu rotasi sesaat pada tak terhingga berarti bahwa gerak tersebut adalah translasi, $\omega_3 = 0$ (karena kecepatan linear $v = \omega_3 r$ dari suatu titik tertentu adalah terbatas, tapi $r = \infty$).

19. Sebuah sumbu rotasi sesaat pada jarak $r = v / \omega$ dari sumbu piringan. Mari kita gunakan irisan imajiner yang sama seperti pada soal sebelumnya. Sekarang hitung komponen gaya total searah gerakan. Perhatikan bahwa gaya gesekan pada titik-titik yang simetris terhadap sumbu rotasi sesaat menyeimbangkan satu sama lain melintasi seluruh daerah melingkar dengan jari-jari R- r. Daerah tak seimbang dibentuk untuk perhitungannya. Mari kita bayangkan memperpanjang daerah "seimbang" sampai dengan R (lingkaran putus-putus pada gambar). Bagian dari ini diperpanjang daerah seimbang, dimana ada piringan berputar aktual di bawah (bulan sabit abu-abu gelap pada gambar), dapat direpresentasikan sebagai superpositi dari dua piringan, satu arah jarum jam berputar dan yang lainnya berlawanan arah jarum jam. Dalam hal komponen jam tersebut sesuai mengambil bagian dalam keseimbangan, sedangkan komponen berlawanan arah jarum jam tetap seimbang. Singkatnya, dua daerah tipis berbentuk bulan sabit tetap seimbang: satu sesuai dengan piringan yang nyata (abu-abu terang pada gambar), yang lain - untuk rotasi piringan yang berlawanan arah jarum jam (abu-abu gelap); normal $\vec{v}$, daerah yang lebar ini di mana-mana sama dengan r. Gaya total adalah yang paling mudah untuk ditentukan dengan mengintegrasikan seluruh daerah berbentuk bulan sabit dengan menggunakan koordinat kutub φ : $|d\vec{F}| = A{\cdot}dS$, di mana dS adalah luas bagian permukaan; $dF_x = A \cos \varphi dS = B \cos 2\varphi d\varphi$, $F_x = \int dF_x = B$ $\int_0^{2\pi} \cos^2\varphi d\varphi$. Berapa nilai konstanta A dan B?



20. Anngap vektor satuan $\vec{\tau}$ searah sepanjang vektor perpindahan tak terhingga dari pusat massa ketika pensil mulai bergerak. Mari ungkapkan koordinat dalam sumbu Cartesian (x, y, z), dimana x adalah sejajar dengan pensil dan (x , y) - sejajar bidang kemiringan. Gunakan rumus rotasi spasial yang kita nyatakan dalam koordinat baru (x', y', z), dimana diputar terhadap sumbu z (x, y, z) dengan sudut φ (jadi sumbu x' adalah horizontal). Gunakan rumus rotasi spasial kita menyatakan vektor koordinat vertikal $\vec{\tau}$ di sumbu koordinat (x', y', z'), yang diperoleh dari sumbu (x', y', z) dengan memutar sekitar x' oleh sudut α.

.

21. Kawat dihubungkan dua titik dengan jarak terpendek sepanjang sisi silinder; ketika dilipat, silinder adalah persegi panjang. Anggap bidang vertikal menyentuh permukaan silinder yang mencakup bagian menggantung dari kawat. Bidang dan kontak silinder sepanjang garis lurus s. Jika Anda membayangkan berdasarkan silinder, sudut antara kawat dan garis lurus s sama untuk sudut kemiringan silinder α. Ingat hal ini, l mudah ditentukan. Ketika beban berosilasi, jejak kawat masih tetap lurus pada silinder terlipat. Oleh karena itu panjang gantungan kawat (dengan demikian energi potensial beban ini) tidak tergantung setiap bagian getaran apakah pada benar-benar permukaan silinder atau berdasarakan pada permukaan bidang vertikal (sepanjang arah sumbu spasial s dipertahankan).

22. Tuliskan dua persamaan yang menggambarkan keseimbangan gaya dan torsi, dan kemudian satu sama lain menggambarkan hubungan yang linier antara rentangan kawat: $T_1 - T_2 = T_2 - T_3$.

23. Awalnya hanya gaya vertikal mempengaruhi balok tergantung, sehingga perpindahan awal vektor juga vertikal. Jika percepatan besar balok a_1, yaitu balok di atasnya – a_2 dan bahwa balok yang digantung - a_3, maka $a_1 + a_2 = a_3$. Sekarang kita dapat menuliskan hukum ke-2 Newton untuk setiap benda. Keempat dan terakhir vriabel yang tidak diketahui adalah tegangan dalam kawat.

24. Pergi ke kerangka acuan dari balok segitiga. Dalam pembatasan kasus, gaya inersia dan gaya gravitasi total pada bola m adalah normal ke kiri kemiringan (sehingga bola tetap diam di sana). Anggap gaya bersih yang bekerja pada bola. Komponen-komponennya yang normal ke permukaan diam di $\vec{F}_{\perp 1}$ dan $\vec{F}_{\perp 2}$. Ini adalah sama dengan gaya normal $\vec{N}_1$ dan $\vec{N}_2$ yang bekerja pada bola dan karena itu harus memiliki besaran sama ($F_{\perp 1} = F_{\perp 2}$) untuk memastikan bahwa gaya untuk keseimbangan dicapai horizontal untuk bidang balok.

25. Mari kita ambil perpindahan dari bidang ξ sebagai koordinat menggambarkan posisi sistem. Jika bidang bergerak dengan ξ , maka balok bergerak sama dengan bidang, karena tali tak terentang, dan perubahan energi kinetik oleh $\Pi = mg\xi \sin \alpha$. Kecepatan bidang adalah $\dot{\xi}$ dan balok adalah 2 $\dot{\xi}$ $\sin \alpha_2$ (ditentukan dengan menambahkan kecepatan-kecepatannya, dimana dua vektor $\dot{\xi}$ berada pada sudut α), sehingga kinetik energi bersih $K = \frac{1}{2}\,\dot{\xi}^2(M + 4m \sin^2 \frac{\propto}{2})$. Kemudian kita tentukan $\Pi'(\xi) = mg \sin \alpha$ dan $M = M + 4m \sin^2 \frac{\propto}{2}$; jumlah mereka memberikan jawabannya.

26. Sekali lagi, mari kita ambil perpindahan bidang sebagai koordinat ξ; jika perpindahan balok sepanjang permukaan bidang adalah η, maka pusat massa diam memberikan $\eta\,(m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2) = (M + m_1 + m_2)\xi$. Dari sini kita dapat mengekstraksi η sebagai fungsi dari ξ, tapi untuk menjaga rumus singkat itu lebih baik tidak untuk menggantikan ungkapan ini di mana-mana. Energi kinetik dari

balok dapat ditemukan sebagai jumlah dari energi horizontal [$\frac{1}{2}$ $m_i(\dot{\xi}$ - $\dot{\eta}$ cos $\alpha_i)^2$] dan vertikal [$\frac{1}{2}$ m_i ($\dot{\eta}$ sin $\alpha_i)^2$].

27. Ketika menuliskan konservasi energi, catat bahwa kecepatan balok adalah dua kali kecepatan silinder komponen horizontal dan bahwa yang terakhir adalah sama dengan komponen vertikal juga (mengapa?). Proyek hukum ke-2 Newton ke sumbu yang melewati sudut atas dan pusat silinder: sumbu ini tegak lurus baik terhadap gaya normal antara balok dan silinder dan percepatan tangensial silinder ini. Pertanyaan kedua: perbandingan dua gaya normal adalah tetap (mengapa? apakah sama? Petunjuk: bandingkan percepatan silinder horizontal dan balok dan ingat hukum ke-2 Newton), karena itu mereka akan sama dengan nol pada saat yang sama.

28. Dengan memproyeksikan hukum ke-2 Newton pada sumbu arah gaya normal kita melihat bahwa normalisasi gaya adalah yang terkecil pada titik paling bawah dari berbentuk lengkungan bagian lintasan itu. (Terdapat, percepatan sentripetal yang terbesar, komponen gaya gravitasi sepanjang sumbu adalah yang terkecil).

29. Energi dari sistem "pelet & balok" kekal; momentum hanya akan mulai menjadi kekal sekali pelet melewati titik yang paling bawah. Ketika tiba di sana untuk kedua kalinya, kecepatan balok maksimal (mengapa?).

30. Mari kita menerapkan ide no. 44 untuk $\vec{P}$: sistem omentum bersih ini $P = \omega lm + 2\, \omega lM$, gaya total $F = (m + M)\, g - T$. Hal yang sama gunakan anggapan rotasional: tehadap awal bola posisi paling kiri ini, momentum sudut adalah $l(2\, \omega l)$ M (velo-kota adalah 2 ωl, lengan tuas kecepatan ini - l); torsi total adalah $(T+Mg)l$. Sekarang, untuk formula yang diberikan dalam ide no. 44 kita perlu percepatan sudut $\varepsilon = \dot{w}$. Mari kita temukan menggunakan metode no. 6: $\Pi = l\varphi\ (m + 2\, M)$, K = 1 2 $\dot{}$ $\varphi 2l2(m + 4\, M)$. Solusi jalan lain: rasio percepatan adalah 1 : 2; ada empat yang diketahui (dua gaya normal, percepatan dan tegangan kawat); persamaan: tiga keseimbanagan gaya (baik untuk bola dan batang) dan satu keseimbanagn torsi (terhadap titik ujung kiri batang).

31. Metode no. 6: untuk generalisasi koordinat ξ kita dapat gunakan perpindahan titik akhir. Ide no. 32, 20: mengubah sistem koordinat-y pusat massa yaitu $\xi\rho h\,/M$ (h - perbedaan ketinggian titik akhir, M - massa bersih sistem; diasumsikan bahwa $\xi \ll h$). Untuk koordinat-x adalah 2 $\xi\rho R/M$.

32. $\langle T(1 + \cos\alpha)\rangle = 2\, mg$, $T = \langle T\rangle + \tilde{T}$, dimana $|\tilde{T}| \ll T$. Berdasarkan ide no.16 kita abaikan suku terkecil $\langle \tilde{T}\alpha^2\rangle$ dan perhatikan bahwa $\langle\alpha^2\rangle > 0$.

33. Kita harus mempertimbangkan dua pilihan: baik semua benda bergerak bersama, atau balok besar paling kanan bergerak secara terpisah. Mengapa tidak bisa situasi terjadi dimana *(a)* semua tiga komponen bergerak secara terpisah, atau *(b)* balok kiri bergerak besar secara terpisah?

34. Setelah tumbukan lintasan bola adalah ortogonal melintasi garis lurus; sudut terhadap lintasan awal ditentukan banyaknya tumbukan di luar pusatnya.

35. Untuk gerak sedikit tak-pusat (*non-central)*: apa yang akan menjadi arah momentum bola yang pertama untuk terkena? Sekarang menerapkan ide no. 50 lagi. Gerak pusat: ekspresikan kecepatan setelah tumbukan melalui komponen horizontal momentum p_x yang telah ditransfer ke salah satu bola. Apa yang ditransfer vertikal komponen p_y? Kekekalan energi memberikan kita sebuah persamaan untuk menemukan p_y (lebih nyaman untuk mengekspresikan energi sebagai $p^2/2m$).

36. Grafik menggambarkan n perpotongan garis lurus; titik potong pasangan garis lurus berhubungan dengan tumbukan dari dua bola (baik grafik gerak bola garis bergerigi; pada tumbukan titik sudut dari dua garis bergerigi bersentuhan satu lain sehingga tampak seolah-olah dua garis lurus berpotongan).

37. Kecepatan awal di pusat massa: $\frac{mv}{m+M}, \frac{Mv}{m+M}$, kecepatan akhir nol; gesekan yang bekerja: μmgL.

38. Berdasarkan gambar kita segera mendapatkan (untuk perkalian konstanta) besaran dan arah momentum, tetapi tidak untuk momentum bola. Hal ini diperlukan untuk diketahui di mana bola ditandai dengan panah yang kan diproses setelah tumbukan. Fakta no. 13 akan membantu memilih dari tiga pilihan.

39. Energi: dalam waktu dt distribusi cairan akan berubah: masih ada beberapa air di pusat, tetapi massa tertentu dm telah berpindah ke tingkat kran (dan kemudian melalui kran), sehingga perubahan energi potensial sistem adalah $gH.dm$. Momentum: air diperoleh momentum total tabung $\rho gH.Sdt$ dari dinding. Momentum ini diteruskan ke aliran air dengan massa $\rho Sv.dt$.

40. Energi tidak kekal: butiran pasir tergelincir dan mengalami gesekan. Dalam waktu dt pasir mendarat di ban berjalan menerima momentum $dp = vdm = v\mu dt$ dari sabuk: kekuatan antara pasir baru jatuh dan sabuk adalah $F_1 = dp / dt$. Pasir sudah berbaring di sabuk mengalami gaya gravitasi mg yang dikompensasi oleh komponen paralel gesekan dengan sabuk, $F_2 = mg \cos \alpha$, di mana $m = \sigma L$ adalah massa pasir pada sabuk dan $\sigma v = \mu$. Minimisasi dilakukan melalui v.

41. Selama tumbukan $\Delta p_\perp = \sqrt{2gh}$.

42. Anggap bagian pendek lintasan sepanjang bukit dengan panjang dl. Perubahan energi potensial dilakukan untuk mengatasi gesekan, $dAh = \mu mg \tan \alpha\, dl$. Kita dapatkan $dAh = C\, dx$, dimana C adalah konstanta. Jumlahkan semua lintasan jalan kecil dl kita dapatkan $A\, h = C\, \Delta\, x$.

43. Energi kinetik $K = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + M\dot{x}^2$, Dimana x adalah perpindahan sepanjang permukaan miring; $\Pi = (M+m)$ sins α. Setelah menemukan percepatan a kita ubah ke kerangka acuan (silinder) yang bergerak dengan percepatan a (ide no. 6 dan 7), dimana balok ditempatkan sepanjang percepatan efektif karena gravitasi - serendah mungkin.

44. Menurut ide no. 59 dan 60, momentum sudut batang sebelum tumbukan adalah $L_0 = Mlv - \frac{1}{3}Ml^2\omega$; setelah tumbukan $L_1 = Mlv' - \frac{1}{3}Ml^2\omega'$; $L_1 = L_2$. Ekspresi untuk energi adalah $K = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{6}Ml^2\omega^2$. Kondisi akhir berada pada: $v' + l\omega' = 0$ (kita anggap ω menjadi positif jika rotasi dalam arah yang ditandai pada gambar).

45. Momentum sudut terhadap titik tumbukan sebelum tumbukan: $mv(x - \frac{1}{2}) - I_0\omega$, dimana $v = \omega\frac{l}{2}$ dan $I_0 = \frac{1}{12}ml^2$.

46. Sumbu rotasi sesaat melewati titik sentuh silinder dan lantai; jarak dari pusat massa tidak berubah, jadi kita bisa gunakan ide no. 63; $I = \frac{3}{2}mR^2$.

47. Mari kita langsung ke sumbu-z ke atas (akan ditetapkan tanda-tanda momentum sudut). Momentum akhir terhadap sumbu-x yaitu $-\frac{7}{5}mv_yR - MuR$ dan terhadap sumbu-y adalah $\frac{7}{5}mv_xR$.

48. Segera setelah tumbukan pertama pusat massa kedua *dumbell* diam, kecepatan tumbukan bola berbalik arah, kecepatan bola tak tertumbuk 'tidak berubah. Kedua bola ertindak seperti ayunan dan setengah periode getaran, setelah tumbukan kedua terjadi - analog dengan yang pertama.

49. Butiran pasir melakukan getaran harmonik pada bidang tegak lurus dengan sumbu silinder - seperti ayunan matematis panjang $l = R$ di medan gravitasi g cos α; sepanjang sumbu ada percepatan seragam ($a = g$ sin α). Fokus terjadi jika waktu untuk menyeberangi palung sepanjang sumbunya bilangan pengali dari setengah periode getaran.

50. Pengamatan terhadap keseimbangan posisi kita simpulkan bahwa pusat massa terletak pada simetri sumbu gantungan. Tiga titik tekan harus terletak pada dua lingkaran konsentris yang disebutkan oleh idea no. 67. Oleh karena itu salah satu lingkaran harus mengakomodasi setidaknya dua titik dari tiga, sedangkan pusat lingkaran '(pusat gantungan massa) harus terletak di dalam daerah yang dibatasi oleh gantungan kabel pada simetri sumbu putarnya. Hanya ada satu pasang lingkaran yang memenuhi semua kondisi ini. Komputasi jari-jari $l_1$dan l_2 dari lingkaran menggunakan trigonometri kita mendapatkan berkurangnya panjang ayunan $l_1 + l_2$ dan, dengan menggunakan itu, periode osilasi ditentukan.

51. Massa efektif air bergerak dapat ditentukan dengan menggunakan percepatan bola jatuh. Untuk gelembung naik massa efektif adalah tepat sama, massa gas, dibandingkan dengan itu, kecil diabaikan.

52. Aliran air bisa mental dibagi menjadi dua bagian: aliran paling kiri akan beralih ke kiri setelah menyentuh palung, paling kanan – ke kanan. Dengan demikian, bentuk dua bentuk 'tabung air' imajiner. Dalam kedua tabung tekanan statis sama dengan tekanan eksternal (karena ada permukaan cairan luar di sekitarnya): menurut hukum Bernoulli, yang kecepatan cairan tidak bisa berubah. Berdasarkan kekekalan momentum horizontal, momentum aliran cairan kiri dan kanan mengalir harus menambahkan hingga momentum aliran asli komponen horizontal ini. Hal tersebut karena kontinuitas, $\mu = \mu_v + \mu_p$.

53. Karena kontinuitas $(u+v)$ $(H+h) = Hu$ tetap, dimana $h = h(x)$ adalah ketinggian air pada titik x dan $v = v(x)$ adalah kecepatan. Kita dapat menuliskan hukum Bernoulli untuk 'tabung' imajiner dekat permukaan (daerah antara permukaan bebas dan aliran garis tidak jauh dari permukaan): $\frac{1}{2}\rho(u + v)^2 + \rho g(H + h) = \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho gH =$ tetap. Kita bisa menghilangkan suku pada urutan kedua (yang mencakup faktor v^2 atau vh)

54. Fase lintasan adalah persegi panjang horizontal dengan sisi L dan $2\ mv$, di mana L adalah jarak dari balok ke dinding; invarian adiabatik dengan demikian $4\ Lmv$.

55. Anggap keseimbangan torsi. Untuk vektor gaya bersih gaya normal dan gesekan, ketika Anda memperpanjang keduanya, titik lintasannya harus di atas pusat massa.

56. Mari kita tuliskan hukum ke-2 Newton untuk gerak rotasional terhadap lintasan titik gaya-gaya normal: momentum sudut dari serangga L = mvl sin α cos α , kelajuan perubahan momentum sudut akan sama dengan torsi karena gravitasi yang bekerja pada serangga (lengan gaya lainnya nol). Ketika menghitung periode, perlu dicatat bahwa percepatan negatif dan sebanding dengan jarak dari titik ujung bawah, yaitu kita sepakati sama dengan getaran harmonik.

57. Pemblokiran ini terjadi jika gaya total normal dan gaya gesek menarik batang ke bawah.

58. Setelah pemblokiran terjadi kita dapat mengabaikan semua gaya selain dari gaya normal dan gesekan. Anggalah itu terjadi. Kemudian gesek bersih dan gaya normal yang bekerja dari kiri dan dari kanan harus menyeimbangkan satu sama lain baik sebagai gaya dan torsi, yaitu terletak pada garis lurus yang sama dan memiliki besaran yang sama. Jadi kita mendapatkan sudut antara permukaan normal dan gaya gaya gesekan bersih bersih dan gaya normal.

59. Pertimbangkan arah torsi yang bekerja pada papan sehubungan dengan titik kontak, ketika papan telah berubah dengan sudut φ: titik kontak pergeseran oleh $R\varphi$, mengkoordinasikan pusat pergeseran massa horizontal oleh jarak $\frac{h}{2}\varphi$ dari posisi asal titik sentuh.

60. Satu-satunya gaya dari permukaan pada sistem kapal & air sama dengan tekanan hidrostatik yakin $\rho gh\pi R^2$; keseimbangan gaya gravitasi $(m + \rho V)\, g$. Perhatikan bahwa $H = R\text{-}h$.

61. Potensial gravitasi gaya sentrifugal adalah $\frac{1}{2}\omega^2 r^2$, dimana r adalah jarak dari sumbu rotasi.

62. Asumsikan kerangka acuan balok besar (yang bergerak dengan percepatan a). Ke mana gravitasi efektif (gaya total gravitasi dan gaya inersia) harus diarahkan? Apakah a? Dengan percepatan yang mana balok kecil jatuh pada kerangka acuan ini? Apakah tegangan T dari benang? Dengan memiliki jawaban atas pertanyaan-pertanyaan ini kita bisa menuliskan kondisi keseimbangan untuk besar balok $ma = T$ (1 - sisn α).

63. Mari kita gunakan perpindahan bola (turun permukaan miring) sebagai koordinat umum ξ. Apakah perpindahan bola (ke atas permukaan miring yang lain)? Terbukti $\Pi = (m - M)\, g\xi \sin \alpha$. Gaya normal antara dua benda dapat ditentukan dengan memproyeksikan hukum kedua Newton ke arah permukaan miring ini.

64. Ambillah perpindahan silinder besar ξ, perpindahan horizontal tengah dan silinder paling kiri, masing-masing, x dan y . Apa hubungan antara mereka mengingatkan bahwa pusat massa adalah diamt? Apa hubungan antara mereka mengingat bahwa panjang batang tidak berubah? Dari dua persamaan yang diperoleh kita dapat mengekspresikan x dan y melalui ξ. Jika kita mengasumsikan perpindahan kecil, apa hubungan antara perpindahan vertikal-z silinder tengah dan proyeksi horizontal panjang batang, $\xi - x$? Mengetahui hasil ini, gunakan metode no. 6 akan lebih mudah.

65. Ke mana perpindahan kecil bola ξ diarahkan (lihat ide no. 30)? Apa perpindahan cincin diekspresikan melalui ξ ? Gunakan metode no. 6.

66. Gunakan idea no. 38 bersama dengan kekekalan energi dengan memproyeksikan gaya dan percepatan radial pada hukum ke-2 Newton.

67. Mari kita gunakan beberapa ide dari kinematika untuk menemukan percepatan bola (K1, K2 dan K29: dengan mengubah ke kerangka acuan yang bergerak dengan velocity v kita mendapatkan komponen percepatan sepanjang batang dan perhatikan bahwa percepatan horizontal bola adalah nol, kita pilih, gunakan trigonometri, besarnya percepatan). Sekarang gunakan hukum ke-2 Newton.

68. Menggunakan kecepatan bolan v kita bisa menyatakan kecepatan balok pada saat diselidiki (mengingat kecepatan horizontalnya sama). Menggunakan ide no. 38 kita dapatkan percepatan balok (dan dengan demikian lingkup ini) horizontal nol; dengan menggunakan hukum ke-2 Newton untuk bola dan arah horizontal kita menyimpulkan bahwa teganganbatang juga nol. Dari hukum kekekalan energi kita menyatakan v^2 dan dari hukum ke-2 Newton untuk bola dan sumbu sepanjang batang kita peroleh solusi persamaan yang tersembunyi.

69. Dengan menggunakan hukum ke-2 Newton selidiki ke mana pusat sistem massa akan bergerak - ke kiri atau ke kanan (jika pusat massa tidak bergerak, maka peristiwa kedua akan terjadi pada saat waktu yang sama).

70. Untuk menjawab bagian pertama: tunjukkan bahwa gaya tegak lurus untuk kecepatan adalah nol (gunakan metode no. 3 dan ide no. 26). Untuk menjawab bagian kedua gunakan metode no. 3 dan ide 54.

71. Karena panjang benang tidak ada gaya horizontal, yaitu komponen horizontal momentum adalah kekal, dan begitu juga energi. Dari hubungan dua persamaan batas kecapatan $v = v_0$ dapat ditentukan, yang bagian bawah bola naik tepat sama dengan tinggi atas satunya. Perhatikan bahwa pada saat itu kecepatan vertikal adalah nol, lihat ide no. 42.

72. Gunakan ide no. 49. Pilih semua balok tetap bersama; semuanya tergelincir; bagian atas tergelincir dan dua bagian tetap bersama-sama (mengapa itu tidak mungkin dua atas tetap bersama-sama dan satu bagian bawah tergelincir?).

73. Hukum kekekalan berlaku ketika dua anak laki-laki bertumbukan (selama waktu tumbukan yang) – kita pertimbangkan tumbukan benar-benar elastis atau atau tak elastis (dapatkan momentum hilang dan di mana? Kalau tidak elastis, kemana energi pergi?), lihat idea no. 56? Setelah tumbukan: percepatan umum dari dua anak laki-laki adalah tetap, jika diketahui kecepatan awal dan akhir maka penentuan jarak menjadi soal kinematika yang mudah.

74. Buktikan bahwa untuk thread vertikal kecepatan adalah maksimal (dengan menerapkan Ide no. 42 untuk rotasi sudut menunjukkan batang yang kecepatan sudut adalah nol dalam posisi itu; menggunakan Idea no. 59). Maka hanya ulang induk untuk menerapkan konservasi energi (ingat bahwa $\omega = 0$).

75. Cari sumbu rotasi sesaat (pastikan bahwa jarak dari pusat massa adalah $\frac{1}{2}$). Buktikan bahwa pusat bergerak massa di sepanjang lingkaran berpusat pada kornet dinding dan lantai, sedangkan koordinat kutub pusat massa pada lingkaran yang adalah sama dengan sudut φ antara dinding dan tongkat. Nyatakan energi kinetik sebagai fungsi turunan φ dari koordinat umum φ gunakan sumbu-paralel (teorema Steiner) dan nyatakan hukum kekekalan energi sebagai $\omega^2 = f(\varphi)$;

gunakan metode no. 6 kita peroleh $\varepsilon = \dot{\omega} = \frac{1}{2} f'(\varphi)$. Ketika gaya normal dinding mencapai nol, percepatan pusat massa adalah vertikal: nyatakan percepatan radial dan tangensial pada lingkarannya (masing $\frac{1}{2}\varepsilon$ dan $\frac{1}{2}\omega^2$) dan gunakansebagai persamaan untuk menemukan φ.

76. Berdasarkan ide no. 62 kita dapatkan bahwa $\omega = 6\, v / l$. Gunakan hukum kekekalan energi dan momentum kita eliminasi kecepatan keping setelah tumbukan dan nyatakan perbadingan massa.

77. Gaya-gaya normal sepanjang permukaan adalah gaya elastis, sehingga energi dalam arah vertikal kekal selama tumbukan: setelah tumbukan komponen kecepatan yang sesuai adalah sama seperti sebelumnya.Untuk menemukan dua lainnya yang tak dikenal, kecepatan horizontal dan sudut, kita bisa memperoleh satu persamaan menggunakan ide no. 62. Persamaan kedua muncul dari *(a)* syarat bahwa kecepatan dari permukaan bola adalah nol pada titik kontak (tidak ada yang tergelincir); *(b)* persamaan yang timbul dari 58.

78. Gunakan ide 49 kita selidiki tergelincir dan menggelinding. Dalam kasus terakhir cara tercepat untuk menemukan jawabannya adalah dengan menggunakan ide no.63.

79. Kecepatan dapat ditentukan dari hukum kekekalan energi dan momentum (perhatikan bahwa lingkaran itu bergerak translatsi). Untuk menentukan percepatan gunakan kerangka acuan non-inersia ciciin, dimana percepatan sentripetal dari balok mudah ditentukan. Kondisi keseimbangan radial balok memberikan gaya normal antara balok dan lingkaran itu (jangan lupa gaya inersia!); kondisi keseimbangan horizontal untuk lingkaran memberikan persamaan untuk menentukan percepatan.

80. Mari kita asumsikan kecepatan balok mendekati tetap. Untuk waktu tertentu t_l berdasarkan tergelir ke kiri sehubungan dengan balok dan momentum yang diberikan oleh gaya gesekan pada saat ituWaktu juga diarahkan ke kiri. Selama Sisa masa yang ing waktu $t_r$slide dasar ke kanan dengan momentum diarahkan ke kanan juga. Kondisi keseimbangan adalah bahwa kedua momentum memiliki besaran yang sama; maka kita dapatkan kesetimbangan nilai t_l / t_r. Dari grafik kita dapatkan perbandingan kecepatan yang memiliki nilai yang diperlukan.

81. Ketika air mengalir terhadap dayung itu dipilih kecepatan vertikal sama dengan u sebagai dayungnya sendiri. Hal ini memungkinkan untuk menghitung momentum terpisah dengan dayung per satuan waktu (yaitu gaya), yang akhirnya menjadi sebanding dengan perbedaan: $F \,\alpha\, v - u$. Dari sana, idak terlalu sulit untuk menemukan daya maksimum daya Fu.

82. Dalam kerangka acuan papan soal setara dengan soal no. 52.

83. Pergilah ke kerangka acuan (dipercepat) dari gerobak, dimana gravitasi efektif $\sqrt{a^2 + g^2}$ pada sudut kecil terhadap vertikal. Beban akan berosilasi namun tetap tak bergerak pada ujung kabel vertikal pada saat berhenti dan kecepatan beban ini adalah nol. Hal ini dimungkinkan ketika sesuai posisi adalah deviasi maksimal selama getaran. Oleh karena itu amplitudo getaran harus sama baik selama percepatan dan perlambatan, sehingga bahkan ketika perlambatan dimulai kabel harus vertikal. Dalam hal ini, bagaimana hubungan waktu percepatan dan periode getaran?

84. Jika gelombang kejut berada pada titik dimana perpotongan muka gelombang dan menganggap benda adalah *S*, lalu gaya apa yang bekerja pada benda? Mari kita berasumsi bahwa benda (hampir) tetap di tempat yang sama seperti gelombang kejut yang melewati itu. Maka momentum yang disampaikan selama waktu *dt* dapat ditemukan menggunakan luas penampang *S* dan jarak $dx = c_s \cdot dt$ ditutupi oleh muka gelombang. Perhatikan bahwa *Sdx* adalah elemen volume. Akhmirnya kita jumlahkan lebih dari semua momentum.

85. Batang akan bertindak seperti pegas (karena batang tipis terbuat dari baja, sedangkan baja elastis. Setelah bola kiri bertumbukan dengan bola diam, yang terakhir akan memperoleh kecepatan v_0 dan akan bedada dalam keadaan diam. Maka dumbbell, seperti sistem bola dan kawat, mulai bergetar di sekitar pusat massanya. Berapakah kecepatan pusat massa? Yakinkan diri bahwa setelah setengah periode bola tunggal sudah cukup jauh bahwa bola kiri tidak akan berbenturan dengannya tu lagi. Osilasi Getaran halter akan meluruh sedikit demi sedikit - sehingga beberapa energi akan hilang.

JAWABAN

1. $\arcsin \frac{R\mu}{(R+1)\sqrt{\mu^2+1}}$
2. $\arcsin \frac{m}{M+m} \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2+1}}$
3. $mg / 2$.
4. a) $\frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$; b) $mg \sin(\arctan \mu - \alpha)$.
5. $\mu \geq \frac{|g \sin \alpha - a \cos \alpha|}{g \cos \alpha + a \sin \alpha}$, jika $g + a \tan \alpha > 0$.
6. a) $\omega^2 R \geq g\sqrt{1+\mu^{-2}}$; b) $\omega^2 R \geq g\sqrt{1+\mu^{-2}}$, jika $\mu < \cot \alpha$ dan $\omega^2 R \geq g(\cos \alpha + \mu^{-1} \sin \alpha)$, jika $\mu > \cot \alpha$
7. $v/2$.
8. $\tan 2\alpha = h/a$
9. $\mu_1 \geq \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{h}$
10. $3\, mg$
11. $2 \arctan [(1 + \frac{m}{M}) \cot \alpha]$

12. $\sqrt{\left(2\,HL\mu + \mu^2 H^2\right)} - mH \approx \sqrt{2\,HL\mu}$ - $mH \approx 7{,}2$ m.
13. a) $\omega^2 < g/l$; b) $(2-\sqrt{2})\, g/l$
14. $\frac{1}{2}(1-3^{-1/2})\rho v \approx 211$ kg/m^3

15. $\frac{\pi}{3}\rho R^3$
16. $v\,/\sqrt{\mu 2\, cot 2\alpha\; -\; 1}$
17. $\frac{4}{3}\pi G r^3 \Delta\rho\, /\, g(r+h) \approx 0{,}95$ cm
18. $-\omega$
19. $\mu m g v\, /\, \omega R$
20. $\cos\varphi \tan\alpha < \tan 30^0$
21. $L - \pi R/2\cos\alpha$; $2\pi\sqrt{L/g}$
22. $\frac{1}{12}mg, \frac{1}{3}mg, \frac{7}{12}mg$
23. $mg\, /\, (2\,M+m)$
24. $m < M\cos 2\,\alpha$.
25. $mg\sin\alpha\, /\, [M + 2m(1 - \cos\alpha)] = mg\sin\alpha\, /\, [M + 4m\sin^2\frac{\alpha}{2}]$.
26. $g\,\frac{(m_1\sin\alpha_1 - m_2\sin\alpha_2)(m_1\cos\alpha_1 + m_2\cos\alpha_2}{(m_1+m_2+M)(m_1+m_2)-(m_1\cos\alpha_1+m_2\cos\alpha_2)^2}$
27. $mg(5\sqrt{2} - 4)\, /\, 6)$; serentak.
28. $\cos\alpha \geq \frac{1}{3}(2 + v^2\, /\, gR)$
29. $2\,\frac{m}{M+m}\sqrt{2\,gR}$
30. $mMG\, /\, (m + 4M)$
31. $F_x = 2\,Ra\rho$, $F_y = \rho(m + \rho L)g - (L - \pi R - l)a$, dimana $a = \rho g(L - \pi R - 2l)\, /\, (m + \rho L)$.
32. Salah satu yang belum didorong.
33. Jika $F \leq 2\,\mu mg + \frac{m+M}{2m+M}$: $a_1 = a_2 = \frac{1}{2}\frac{F}{M+m}$; jika $a_1 = \frac{F}{M} - \mu g\,\frac{m}{M}$, $a_2 = \mu g\frac{m}{2m+M}$
34. Pada setengah lingkaran.
35. (a) $v/5$; (b) $v/4$.
36. $n(n-1)\, /\, 2$
37. $\sqrt{2\,\mu g L(1\;+\;\frac{m}{M})}$
38. 3,5; datang dari kanan bawah.
39 A: $\sqrt{2\,gh}$; $\sqrt{gh}$
40. $2\,R\mu\sqrt{gl}$ dosa α ,$\sqrt{gl}$ dosa α .
41. $u - \mu\sqrt{2\,gh}$
42. $mg(h + \mu a)$.
43. $\arctan\frac{2}{5} \approx 21^0 48'$.
44. (a) $(\omega l+3\,v)\, /\, 4$; (b) $(\omega l + v)\, /\, 2$.
45. Pada jarak $2l\, /\, 3$ dari genggaman tangan, dimana l adalah panjang kelelawar.
46. $\frac{2}{3}\,\frac{F}{M}\,\frac{a}{R}$

47. $(v_{x0}, v_{y0} - \frac{5}{7}u)$

48. $L / v_0 + \pi \sqrt{m / 2k}$

49. $\frac{1}{2}\pi^2(n + \frac{1}{2})^2 R \tan\alpha$

50. 1,03 s

51. 2,0 g

52. $v_1 = v_2 = v$; $\cot^2 \frac{\alpha}{2}$

53. $\sqrt{gH}$.

54. 5 m/s.

55. (a) tan $\leq 2\mu$; (b) tidak mungkin.

56. $g(1 - \frac{x}{l})$ $\sin^{-1}\alpha$;$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l \sin\alpha}{g}}$

57. $\mu < \cot\alpha$.

58. $\mu_1 < \tan\frac{\alpha}{2}$ dan $\mu_2 < \tan\frac{\alpha}{2}$

59. $R > h / 2$

60. $\sqrt[3]{3m / \pi\rho}$

61. $\omega^2 R^2 / 2g$

62. $M / m = \cot\alpha - 1$.

63. $\frac{2mM}{M+m} g \tan\alpha$

64. $g / 9$.

65. $g \frac{M+M}{m+M\sin^2\alpha} \sin^2\alpha$.

66. $2 / 3R$

67. $m[g - v^2(2l - x)/\sqrt{2}\, l^2]$

68. $M / m = 4$, $u = \sqrt{gl / 8}$

69. Yang pertama tiba pertama

70 Sebuah garis lurus; jika $\omega \neq 0$

71. $\sqrt{2gl(1+m/M)}$

72. $\frac{F}{3m}$, jika $\frac{F}{m\mu g} < 6$; $\frac{F}{4m} + \frac{1}{2}\mu g$, jika $6 < Fm\mu g < 10$; $3\mu g$, jika $\frac{F}{m\mu g} > 10$

73. $m^2v^2 / 2(M^2 - m^2)\mu g$

74. $\sqrt{(l - \frac{H}{2})\, g}$

75. $\arccos\frac{2}{3} \approx 48^0 12'$

76. $M / m = 4$.

77. (a) $\omega = 5v_0 / 7R$, $v_x = 5v_0 / 7$, $v_y = \sqrt{2gh}$; (b) $v_y = \sqrt{2gh}$, $v_x = v_0 - 2\mu v_y$,

$\omega = 5\sqrt{2gh}\mu / R$.

78. $\frac{5}{7} g \sin\alpha$, jika $\mu > \frac{2}{7}\tan\alpha$, jika tidak $g \sin\alpha - \mu g \cos\alpha$

79. $\sqrt{\frac{2gr}{m+M} \frac{1+\cos\varphi}{m\sin^2\varphi+M}}\; m\cos\varphi$; $\frac{gm \sin 2\varphi}{m\sin^2\varphi+m}\left[\frac{1}{2} + \frac{m^2\cos\varphi(1+\cos\varphi)}{(m\sin^2\varphi+M)(m+M)}\right]$

80. 0,6 m/s
81. $14\mu v^2$
82. v / cos α
83. $n^{-2}\ Lg / 4\ \pi^2 l$, n = 1, 2,. . .
84. (a); (b) $(p_1\text{-}p_0)V / mc_s$.
85. $\frac{1}{2}\ v_0$; tidak, sebagian kecil masuk ke getaran longitudinal batang dan kemudian (sebagai getaran mati) menjadi panas.

Penulis dan Penerjemah

Penulis

Jaan Kalda, lahir 12 November 1963. Menempuh pendidikan pada University of Tartu (1982 – 1983), Moscow Physical -Technical Institute (1983 – 1988), Moscow Physical-Technical Institute/Kurchatov Institute of Atomic Energy (1988 – 1990). Sejak 17/03/2014 menjadi Kepala Laboratory of Nonlinear Dynamics, Institut of Cybernatics pada Tallin University of Technology (TUT), peneliti pada Tallin University of Technology (1990-1994), post-doctoral fellew pada Ecole Polytechnique (1992-1993) dan Senior Reseacher pada Tallin University of Technology (1994-31/03/2016). Penghargaan yang pernah diperoleh: the President of the Republic's Special Physical Sciences Award (2013), The Order of the White Star, V class (2013), Best publication of Tallinn University of Technology in natural and exact sciences 2008 (2008), Annual award of Estonian Physics Society (2007), Nominee of the Estonian National Science Award (2006), Member of the European Academy of Sciences and Arts (2003). Dalam bidang administratif antara lain: Referee for various journals (Phys. Rev. Lett., Phys. Rev. E, Phys. Lett. A, J. Physics: Cond. Mat., J. Phys. A,D, New J. Phys, Plasma Phys. Contr. Fusion, Proc. Est. Acad. Sci) (1988-...) ,Member of the International Jury of the World Physics Olympiad (2012- ...), Peadagogical leader of the Estonian team for International Physics Olympiad (2014-...). Riset yang ditekuni adalah Natural Sciences and Engineering, Physics and Technical Physics, Mathematical and general theoretical physics, classical mechanics, quantum mechanics, relativity, gravitation, statistical physics, thermodynamics(Modelling of fractal structures, statistical topography of random surfaces, statistical analysis of intermittent timeseries (incl. Financial, turbulent diffusion, nonlinear transport processes). Banyak menulis karya tulis ilmiah yang dapat dilihat pada http://www.ioc.ee/~kalda/

Penerjemah

Zainal Abidin, lahir di Sendangagung, Lampung Tengah,1969. Lulus D3 Pendidikan Fisika (1990) dan S1 Penyetaraan Pendidikan Fisika (1997) keduanya dari FKIP Universitas Lampung, Bandar Lampung. Sejak 1992 menjadi guru fisika di SMAN 3 Bandar Lampung. Antara 1990-1992 menjadi guru fisika SMP Islam Sendangasri, MTs Al Mu'allimin Sendangrejo, MA Ma'arif Sendangagung Kab. Lampung Tengah dan SMAN 1 Sukoharjo Kab. Pringsewu. 1998-2000 mengajar juga di SMAN 1 Kedondong Kab. Pesawaran. Bersama Iyan Ibrani dan Yohanes Dwi Nugroho menjadi pemenang kedua Lomba Pembuatan Modul Pendidikan Lingkungan Hidup Tingkat Provinsi Lampung berjudul *Air untuk Kehidupan* (2000). Juara kedua Lomba Karya Tulis Ilmiah Tingkat SMA bagi Guru Tingkat Provinsi Lampung, LPMP Lampung (2007). Guru Teladan Tingkat Nasional *versi* Pesta Sains Nasional IPB Bogor (2010). Juara kedua Lomba Inovasi *Science,Technology, Engineering and Mathematics (STEM)* FMIPA IPB Bogor (2013).Beberapa tulisannya di http://www.scribd.com, antara lain: 1. Fisika Sedikit Angka; 2. Memahami Fisika Tanpa Rumus; 3. Ayo Belajar Fisika 4. Internet untuk Pembelajaran Fisika yang enyenangkan; 5. TinjauanTerhadap Profesionalisme Guru Fisika; 6. Fisika Physik Interaktiv; 7. 101 Fakta Fisika; 8. Riset untuk Remaja; 9. Butir-butir Penting Penelitian Tindakan Kelas; 10. Dimanakah Engkau Guru Profesional? dan 11. Rumus-rumus Fisika SMA. Sekitar seratus tulisan lainnya ada di http://kompasiana.com/ZainalAbidinMustofa.