

الديناميكا الحرارية

Jaán Kalda

ترجمت للعربية بواسطة: فيصل ف. ع. السلوم، الوليد ا. ي. الضرغام

1 مقدمة

هذه المذكرة تتبع كتيب الميكانيكا. بعض المفاهيم في الديناميكا الحرارية معقدة بشكل متأصل؛ وفي الوقت الحالي، فهم كل التفاصيل المعقدة ليس ضرورياً لحل مسائل الأولمبياد بشكل صحيح. وبسبب هذا، قسمت المادة هنا إلى تصنيفين: (أ) مواضيع أساسية، التي تعلمها يكفي لحل غالبية مسائل الأولمبياد، و (ب) مادة متقدمة، والهدف منها تعميق الفهم لأصول الديناميكا الحرارية وتم التعرض لها بشكل بسيط أو نقلت للملحقات.

الديناميكا الحرارية تختلف عن بقية فروع الفيزياء في أن قوانينها إحصائية وبالتالي، ليست دقيقة بشكل مطلق: هذه القوانين صالحة بدقة معينة واحتمالية معينة. للأنظمة الفوق مجهرية، هذه القوانين تنبني على أخذ المتوسط لكثير من الذرات والجزيئات؛ وبسبب هذا، التقلبات الإحصائية النسبية لمتوسط الكميات صغيرة جداً، إذن فدقة القوانين الإحصائية عالية جداً.

هذا الادعاء يمكن طرحه رياضياً كذلك. نعلم من الإحصاء أنه إذا حُصل على قيمة كمية عشوائية ما N مرة، فإن الانحراف المعياري لمتوسطها (المتوسط لكل القياسات الـ N) أصغر \sqrt{N} مرة من الانحراف المعياري لقياس واحد. على سبيل المثال، جذر متوسط مربع (rms) سرعات الجزيئات الـ N (\bar{v}) له انحراف معياري $\delta\bar{v}$ الذي هو أقل \sqrt{N} مرة من الانحراف المعياري لجزيء واحد، δv . هذا الأخير له نفس رتبة مقدار سرعة rms نفسها، $\delta v \sim \bar{v}$. بالتالي، مقدار التقلبات النسبية لسرعة rms لـ N جزيئات يمكن تقريبه كـ $1/\sqrt{N} \sim \delta\bar{v}/\bar{v}$. حتى نأخذ فكرة عن قيم رقمية نموذجية، لنعتبر غازاً داخل حجم سنتيمتر مكعب واحد. تحت الظروف الطبيعية، مول واحد سيأخذ حجم 22.4 لتر، وسنتيمتر مكعب واحد يحتوي على $3 \times 10^{19} \approx \frac{1}{22400} \times 6 \times 10^{23} \approx N$ جزيء، بالتالي فإن التقلبات الإحصائية النسبية للكميات الديناميكية الحرارية ستكون برتبة مقدار $5 \times 10^{-9} \approx 1/\sqrt{N}$ ، أي مهملة جداً.

داخل إطار فيزياء المدرسة ولمعظم مسائل الأولمبياد، تظل الطبيعة الإحصائية للديناميكا الحرارية غير ملحوظة، لأن معادلات الديناميكا الحرارية والحركة الجزيئية يمكن تطبيقها بشكل مماثل تماماً للمعادلات الفيزيائية الأخرى.

2 الحرارة ودرجة الحرارة

تعريف 1: الحرارة هي طاقة الحركة الحرارية للنظام.

لاحظ أن مصطلح "حركة حرارية" يعني الحركة العشوائية للجسيمات المجهرية التي تصنع الأجسام (مثل الذرات والجزيئات). هذه الجسيمات صغيرة جداً وتتحرك بسرعة عالية حيث أنه عادة، لا يمكن رؤية الحركة الحرارية مباشرة. بما أن الطاقة الكاملة لأي نظام مغلق محفوظة، فإن الاستنتاج المفيد جداً التالي يمكن الإتيان به مباشرة من هذا التعريف (صبيغت هنا كـ "حقيقة").

حقيقة 1: الطاقة الكاملة (الحرارية+الميكانيكية+إلخ) لنظام مغلق محفوظة:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

حيث ΔU هو التغير في الطاقة الداخلية (الحرارية)، ΔQ هو مقدار الحرارة المعطاة للنظام، و

$$\Delta W = p\Delta V$$

هو الشغل الميكانيكي المبذول بواسطة النظام حين تمدده؛ p ترمز لضغط النظام عند الحدود الخارجية، ΔV يرمز لتغير حجم النظام.

هذه المعادلة (قانون حفظ الطاقة الديناميكي الحراري) يشار إليها بـ **القانون الأول في الديناميكا الحرارية (1LTD)**. كل الحدود الثلاثة لها إشارة: إذا تخلى النظام عن بعض الحرارة فإن $\Delta Q < 0$ ؛ إذا تقلص الحجم فإن الشغل المبذول بواسطة النظام سالب، $\Delta W < 0$ (بدلاً من ΔW نستطيع أن نستخدم الشغل المبذول بواسطة القوى الخارجية ΔW_e وفي هذه الحالة $\Delta W_e = -\Delta W$).

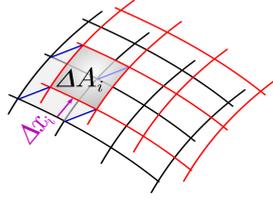
تعبير الشغل هنا يفترض أن التغير النسبي في خواص النظام صغير، فإذن يمكننا اعتبار الضغط p ثابت؛ بالتالي سيكون من الأكثر صحة تعويض الرمز Δ (الذي يرمز عادة لتغير نهائي) بالتفاضل، فنكتب

$$W = \int p dV$$

هذه المعادلة تبين أن الشغل يمكن إيجاده كالمساحة تحت منحنى $p(V)$ ويمكن اشتقاقه كالتالي. لنعتبر مساحة سطح صغيرة ΔA_i عند السطح البيئي بين النظام المدروس وبقية الفضاء، ولنرمز لمركبة إزاحتها العمودية على ΔA_i بـ Δx_i ؛ يمكننا اعتبار فاصل زمني صغير جداً بحيث أن الإزاحة تبقى صغيرة بما فيه الكفاية. قوة الضغط المؤثرة على عنصر السطح ΔA_i هي $\Delta F_i = p\Delta A_i$ ، وشغلها هو $\Delta W_i = \Delta F_i \Delta x_i = p\Delta V_i$ ، حيث $\Delta V_i = \Delta A_i \Delta x_i$ هو الزيادة في حجم النظام تحت مساحة العنصر ΔA_i . من أجل إيجاد كل الشغل، سيتوجب علينا أخذ المجموع لكل السطح البيئي،

$$\Delta W = \sum_i p\Delta V_i = p \sum_i \Delta V_i = p\Delta V$$

لقطعة لانهائية الصغر dV ، سيكتب الشغل $dW = pdV$ ويمكن أخذ التكامل لكامل العملية للحصول على $W = \int pdV$.



من أجل أن نكون قادرين على حل المسائل، نحتاج كذلك مفهوم درجة الحرارة، والذي هو واضح فطريا للجميع، لكن تعريفها الدقيق بالغ التعقيد. الترمومترات (اللارقمية) تقيس درجة الحرارة باستخدام التمدد الحراري للسوائل: فالسوائل الساخنة تأخذ مكانا أكبر من تلك الباردة. على كل حال، هذا لا يمكن استخدامه كتعريف جيد لدرجة الحرارة: السوائل المختلفة تتمدد بمعدلات مختلفة، وما هو أهم، هذه الطريقة ستعمل فقط عند درجات الحرارة المعتدلة (عند درجات حرارة عالية، كل المادة ستكون في الحالة البلازمية، وعند درجات الحرارة القريبة للصفر المطلق، المواد القليلة التي تبقى في الحالة السائلة ستدخل في تحولات للطور).

نحن نعلم أنه إذا كانت درجة الحرارة في الخارج منخفضة، نشعر بالبرد: أجسامنا تتخلى عن بعض الحرارة، وطبقا للتعريف 1، فإن الطاقة الحركية لجزيئات جسمنا ستقل. بشكل معاكس، إذا كانت درجة الحرارة مرتفعة، نشعر بالحر، جسمنا لا يستطيع أن يطرد كمية حرارة كالتى تنتج بواسطة العمليات الفيسيولوجية، والطاقة الحركية لجزيئات جسمنا ستبدأ بالارتفاع. بالتالي يمكننا البدء بتعريف نوعي لدرجة الحرارة:

تعريف 2: درجة الحرارة هي كمية تصف اتجاه تبادل الحرارة بين جسمين وصلا لاتزان حراري: عندما يوضعان في تلامس، الحرارة تتدفق من الجسم ذي درجة الحرارة الأعلى إلى الجسم ذي درجة الحرارة الأقل (درجات حرارة متساوية تعني تدفق حراري صفري).

هذا التعريف متناسق (أي لا يناقض نفسه) فقط إذا كان لدينا الخاصية الآتية: اعتبر مجموعة اعتباطية من ثلاثة أجسام A, B, C ؛ افترض أنه عندما نجلب A و B في تلامس، تتدفق الحرارة من A إلى B ، وعندما نجلب B و C في تلامس، تتدفق الحرارة من B إلى C . حينها يمكننا أن نكون متأكدين أنه عندما نجلب A و C في تلامس فإن الحرارة ستندفق من A إلى C . المشاهدات المخبرية تؤكد صحة هذه الخاصية (إذن يمكننا استخدام تعريف 2)، وتؤكد كذلك خاصية أخرى أكثر عموما تعرف بالقانون الثاني في الديناميكا الحرارية (2LTD).

حقيقة 2: أيا كانت الخدع والطرق المستخدمة (محركات حرارية، شياطين ماكسويل¹، إلخ)، إذا لم يكن هنالك شغل خارجي مبدول، فإن الحرارة تتدفق فقط من جسم ذو درجة حرارة أعلى إلى جسم ذو درجة حرارة أقل (أي أن اتجاه تدفق الحرارة لا يمكن عكسه مقارنة بما تم مشاهدته في حالة التلامس المباشر للجسمين).

ضمن حدود النظرية الكلاسيكية للديناميكا الحرارية، 2LTD تعتبر مسلمة تتبع من البيانات التجريبية؛ ضمن حدود الديناميكا الحرارية الإحصائية، طرق الإحصاء تستخدم لإظهار أنه للعمليات المتضمنة أجساما فوق مجهرية (أي مصنوعة من عدد كبير من الجزيئات)، فإن النتائج التي تنتجها 2LTD سيكون لها احتمالات مهملة (البرهان معقد رياضيا ولن يتم إدراجه هنا).

لاحظ أن الطاقتين الحراريتين لجسمين لهما نفس درجة حرارة ليستا بالضرورة متساويتين؛ على الرغم من هذا، لجسم مثبت، طاقته الحرارية هي دالة متزايدة رتيبة في درجة حرارته².

الآن لدينا تعريف نوعي لدرجة الحرارة، لكن ما زلنا نفتقد تعريفا كميا. لكثير من المسائل تكفي معرفة وفهم التعريف المبسط

والكلاسيكي:

تعريف 3: درجة الحرارة هي قياس للجسم عند (شبه) الاتزان الحراري: إذا أتينا بجسمين لهما درجات حرارة مختلفة ليتلامسا، فإن الحرارة ستندفق من الجسم الأعلى في درجة الحرارة إلى الأقل في درجة الحرارة. لجسم معطى، درجة الحرارة دالة متزايدة رتيبة في طاقته الحرارية الداخلية. مقياس كلفن لدرجات الحرارة يعرف بحيث أن الطاقة الحرارية الصفرية ترتبط بـ $T = 0K$ ، الثلج ينصهر عند الضغط الجوي عند $273.15K$ والماء يغلي عند $373.15K$.

من الواضح أن هذا التعريف غير كافٍ لتصميم ترمومترات مناسبة لدرجات حرارة منخفضة جدا. بعيدا عن هذا التعريف، يوجد كذلك

تعريف كلفن الذي سيتم مناقشته في قسم 4. أفضل وأعم تعريف مبني على النظرة الإحصائية للديناميكا الحرارية (في هذه الحالة 2LTD تم اشتقاقها من قوانين الإحصاء)؛ لنقم باعتبار هذا بتفاصيل أكثر. ميكانيكا الكم تخبرنا أن جسما (مجموعة من الجسيمات المربوطة بواسطة قوى داخل منطقة نهائية من الفضاء) يوصف عن طريق المجموعة المحدودة لحالاته المستقرة—الحالات التي تكون فيها الطاقة الكاملة تمتلك قيمة معرفة جيدا. للديناميكا الحرارية الإحصائية يتوجب علينا اعتبار جسمين، واحد صغير (أو بحجم اعتيادي) وواحد ضخم، الذي نفترض ملامسته حراريا للصغير، أي أن الجسمين يستطيعان تبادل الطاقة. على سبيل المثال، الجسم الصغير يمكن أن يكون ذرة وحيدة من غاز أحادي الذرة، وبقية الغاز هو الخزان الحراري. يشار إلى الجسم الكبير بطريق الحرارة ونحتاجه لتأكد من أنه عندما يحصل الجسم الصغير على طاقة حرارية أو يفقدها بسبب تقلبات عشوائية، فإن درجة الحرارة ستبقى ثابتة. بالتالي، يجب أن يكون كبيرا جدا (له سعة حرارية أعلى بكثير) عن الجسم الذي نحله.

لنرمز لمستويات الطاقة للجسم بـ E_i (على سبيل المثال، لذرة حرة وحيدة، $E_i = p_i^2/2m$ ، حيث p_i هو زخم الذرة في الحالة i).

حقيقة 3: باستخدام الإحصاء الرياضي يمكن إثبات (أنظر إلى ملحق 1) أن احتمالات كون الجسم في الحالة i أو j تحقق قانون بولتزمان:

¹أنظر إلى https://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell%27s_demon

² هذا يمكن برهنهته بواسطة 2LTD وتركيب يتضمن دوائر كارنو (آلات حرارية مثالية).

$$\frac{p_i}{p_j} = e^{-\beta(E_i - E_j)}$$

الثابت β يعتمد على (ويصف) حالة الخزان الحراري، أي على درجة الحرارة؛ من السهل رؤية أنه لقيم أصغر لـ β ترتبط بمتوسط طاقات أعلى للجسم. بالتالي، درجة حرارة الخزان الحراري يمكن تعريفها كـ

$$\tilde{T} = \frac{1}{k\beta} = \frac{E_i - E_j}{k \ln(p_j/p_i)}$$

حيث k هو ثابت يمكن اختياره بحرية، لكن تم أخذه ليكون $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ لضمان التوافق مع تعريف 3.

كملخص، قانون بولتزمان

$$p \propto e^{-E/k_B T}$$

يخدم كتعريف لدرجة الحرارة مقاسة على مقياس كلفن لدرجات الحرارة؛ هنا α ترمز للتناسب و E هي طاقة النظام. الاختلاف الوحيد بينه وبين مقياس كلفن أنه مع تعريف درجة الحرارة الإحصائي، يستطيع المرء أن يمتلك درجات حرارة سالبة—بافتراض أن الجسم وخزان الحرارة لهما عدد نهائي من الحالات الميكانيكية الكمية، وأن الطاقة الكاملة للخزان عالية جدا لدرجة أن حالات الطاقة العليا مفضلة أكثر من تلك المنخفضة.

تعريف 4: كل جسم يوصف بسعته الحرارية C التي تظهر كم مقدار الحرارة اللازمة لرفع درجة الحرارة درجة واحدة:

$$C = dQ/dT$$

لاحظ أن هذا التعريف، عندما يكتب لقطعة نهائية $C = \Delta Q/\Delta T$ ، يفترض عدم وجود انتقالات طور (مثل الانصهار أو الغليان) داخل مدى درجات الحرارة المعنية، لأن انتقالات الطور تحدث امتصاص أو إطلاقا إضافيين للحرارة.

تعريف 5: من أجل جلب مادة من طور ما إلى آخر (عادة من الطور الصلب إلى الطور السائل أو من الطور السائل إلى الطور الغازي)، فإن كمية محددة من الحرارة يجب إعطاؤها للمادة، بحيث تتناسب مع كتلة المادة $Q = \lambda m$: m المعامل λ يشار إليه بالحرارة الكامنة (مثل الحرارة الكامنة للتبخير أو الحرارة الكامنة للانصهار).

عادة، عند مدى درجات حرارة عادية قرب درجة حرارة الغرفة، يمكن افتراض ثبات السعة الحرارية: في هذه الحالة،

$$\Delta Q = C \Delta T. \text{ في حالة مدى درجات حرارة أكبر، هذا لا يظل صالحا والتكامل مطلوب: } \Delta Q = \int C dT.$$

حقيقة 4: عند درجات حرارية منخفضة، السعة الحرارية للمواد البلورية يتناسب مع القوة الثالثة لدرجة الحرارة، $C \propto T^3$.

إذا كان الجسم المسخن يتمدد، فإن الحرارة المعطاة تحول جزئيا إلى شغل ميكانيكي. بالتالي، فإن السعة الحرارية تعتمد على ماهية الظروف التي تم وضع الجسم فيها؛ كثيرا من الأحيان، السعة الحرارية عند حجم ثابت C_V والسعة الحرارية عند ضغط ثابت C_P يستخدمان.

حقيقة 5: إذا كان جسم يسخن عند حجم ثابت، فلا وجود لشغل التمدد، إذن طبقا لـ 1LTD، C_V يمكن استخدامها لإيجاد التغير في الطاقة الداخلية للحركية الحرارية للجزيئات: $dU = C_V(T')dT'$ و

$$U = \int_0^T C_V(T')dT'$$

هذا التكامل يستخدم حقيقة أن عند $T = 0$ ، لا يوجد حركة حرارية للجزيئات، بالتالي الطاقة الداخلية صفر. بشكل خاص، للمواد البلورية عند درجات حرارة منخفضة عندما $C = AT^3$ التكامل سيعطي $U = \frac{1}{4}AT^4$.

في حالة السوائل والبلورات، تغير الحجم صغير لذا فإن شغل التمدد مهمل و $C_P \approx C_V$ ؛ على كل حال، هذا غير صالح للغازات، ففي حالتها $C_P = C_V + R$ (هذا سيتم مناقشته لاحقا بتفاصيل أكثر).

س. 1. [IPhO-1997] قطعة معدنية معزولة حراريا تم تسخينها تحت الضغط الجوي بواسطة تيار كهربائي بحيث أنها تتلقى طاقة كهربائية بقدرة ثابتة P . هذا يقود إلى زيادة في درجة الحرارة المطلقة T للمعدن مع الزمن كما يلي:

$$T(t) = T_0[1 + a(t - t_0)]^{1/4}$$

بحيث T_0, t_0, a ثوابت. حدد السعة الحرارية $C_P(T)$ للمعدن (اعتمادها على درجة الحرارة في مدى درجات حرارة التجربة).

حل هذه المسألة مباشر: يكفي تطبيق تعريف 4 وعمل بعض الحسابات الرياضية لحذف t . ما زال يمكننا محاولة صياغة فكرة مناسبة كما يلي.

فكرة 1: درجة حرارة الجسم T ومحصلة قدرة التسخين P مرتبطان بالمساواة $P \equiv \frac{dQ}{dt} = C \frac{dT}{dt}$. بالتالي، مماس منحني $T(t)$ يتناسب مع محصلة القدرة ويتناسب عكسيا مع السعة الحرارية؛ العديد من المسائل يمكن حلها باستخدام هذه الملاحظة.

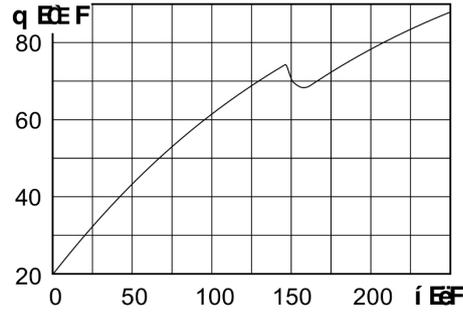
في حالة مسألة 1، هذه الفكرة ستستخدم جبريا. في تلك الحالات عندما يكون اعتماد $T(t)$ معطى في رسم بياني، ستخبرنا أنه ما دامت السعة الحرارية لجسم ما تقريبا ثابتة، فإننا نستطيع إيجاد كم مرة تغيرت محصلة قدرة التسخين بواسطة تحديد ميل المماس لنقطتين مختلفتين على رسم $T(t)$. لنوضح هذا في المسألة الآتية.

س. 2. [EstPhO-2004] يتم تسخين ماء في غلاية كهربائية. عند لحظة ما من الزمن، تم وضع قطعة ثلج عند درجة حرارة

$T_0 = 0^\circ C$ في الغلاية. الشكل يبين اعتماد درجة حرارة الماء على الزمن. ماهي كتلة الثلج إذا كانت قدرة التسخين للغلاية $P = 1 \text{ kW}$ ؟

الحرارة الكامنة للانصهار للثلج $L = 335 \text{ kJ/kg}$ ، الحرارة النوعية للماء $c = 4.2 \text{ kJ/kg} \cdot K$. درجة حرارة الغرفة هي $T_1 = 20^\circ C$.

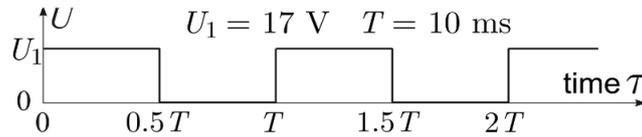
في حالة هذه المسألة، يمكننا أيضا صياغة حقيقة، وكذلك فكرة بسيطة.



حقيقة 6: معدل التبادل الحراري (أي الفيض الحراري، المقاس بالواط) بين جسم والبيئة هو دالة في درجتي حرارة الجسم والبيئة T_1 و T_2 على التوالي؛ لفرق درجات حرارة صغيرة $T_1 - T_2$ ، $\Delta T \equiv T_1 - T_2$ ، الفيض الحراري يتناسب مع ΔT ؛ هذا يشار إليه بقانون فورييه. لفرق درجات حرارة أكبر، الاعتماد يصبح لا خطياً، لأن (أ) الموصلية الحرارية للجسم قد تعتمد على درجة الحرارة، (ب) الفيض الحراري الناتج من الإشعاع الحراري ليس دالة خطية في T_1 و T_2 (على كل حال، يمكن استخدام التقريب الخطي لقيم صغيرة ل ΔT)؛ (ج) فروق درجات الحرارة الكبيرة قد تسبب حمل حراري للهواء والموائع الذي سيدعم الفيض الحراري بطريقة غير خطية. انتبه أن الفيض الحراري يذهب إلى الصفر ل $T_1 = T_2$! **فكرة 2:** معدل التبادل الحراري لجسم مع البيئة هو دالة في درجات الحرارة؛ بالتالي، لتلك العمليات التي يظل فيها تغير درجة الحرارة صغيراً، يمكن افتراض أن معدل التبادل الحراري ثابت. بشكل خاص، إذا وصل جسم لاتزان حراري أثناء تسخينه بقدرة P_0 ، فإنه قد وصل لدرجة حرارة T_0 يكون فيها قدرة فقدان الحرارة (التبدد) مساوياً بالضبط ل P_0 : $P_{HL}(T_0) = P_0$ ؛ بالتالي، إذا أطفئ السخان فجأة، ستكون قدرة التبريد الابتدائية للجسم (بسبب الحرارة المفقودة إلى البيئة) هي P_0 .

رجوعاً إلى مسألة 2، يسمح لنا الرسم البياني بتحديد كم من زمن التأخير τ في عملية التسخين تسببت به قطعة الثلج: هذا هو الزمن المطلوب لصهر وتسخين الماء المصهور إلى درجة حرارة الماء الحالية. زمن تسخين الثلج τ سيستمرح لنا بتحديد كتلة الثلج من 1LTD إذا كان صافي قدرة التسخين (P ناقصا الطاقة المهدرة للبيئة) معلوماً. متوسط الطاقة الممتصة بواسطة الغلاية أثناء فترة انصهار الثلج وتسخين الثلج المصهور يمكن تحديده بواسطة الرسم البياني باستخدام الفكرتين 2 و 1. الحالة الخاصة التي تم ذكرها في نهاية الفكرة 2 ستوضح في المسألة القادمة.

س 3: خيط مصباح هالوجين طوله $l = 5.0\text{cm}$ مصنوع من التنجستن. عند درجة حرارة عمل المصباح $T_0 = 3200^\circ\text{C}$ ، كثافة التنجستن $\rho = 18200\text{kg/m}^3$ ، الحرارة النوعية $c = 235\text{J}/(\text{K} \cdot \text{kg})$ ، والمقاومية $m = 9.95 \times 10^{-7}\Omega$. ρ_e عندما يطبق فرق جهد ذو شكل موجي مستطلي (كما هو موضح في الشكل) لنهائي المصباح، فإن درجة حرارة الخيط ستصل للقيمة الرمزية T_0 (حتى نكون أدق، هذا هو متوسط درجة الحرارة، المناطق الداخلية للخيط أسخن قليلاً). على كل حال، بسبب تذبذب فرق الجهد، فسيكون هنالك تذبذب صغير



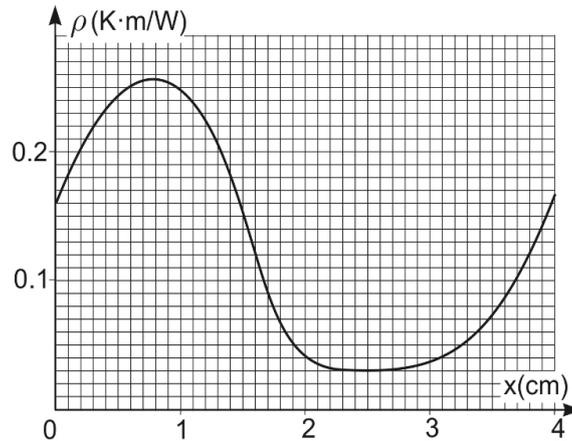
لدرجة حرارة الخيط؛ أوجد سعة هذه الترددات ΔT . استخدام العلاقة الخطية المذكورة في حقيقة 6 سيتوضح في المسألة القادمة.

س 4: يتم تسخين منزل صغير بواسطة سخان قدرته $P = 1\text{kW}$ بحيث تبقى درجة حرارة الداخل $t_1 = 19^\circ\text{C}$ ؛ درجة ب الحرارة الخارجية $t_0 = 0^\circ\text{C}$. دخل رجل إلى المنزل، فارتفعت درجة حرارة المنزل إلى أن وصلت قيمة جديدة $t_2 = 20^\circ\text{C}$. أوجد "قدرة التسخين" للرجل. مهمة اكتشاف أن قانون فورييه يمكن استخدامه هنا (لأن فرق درجة الحرارة أصغر بكثير من درجات الحرارة بالكلفن) سيترك لهؤلاء الذين سيلتون المسألة. كن متنبها أنه لبعض المسائل الغير مصاغة جيداً، يفترض أن قانون فورييه صالح للاستخدام حتى وإن كان تطبيقه موضوع شك (مثلاً لدرجات الحرارة $T_1 = 273\text{K}$ و $T_2 = 373\text{K}$).

فكرة 3: مسائل معدل التبادل الحراري متماثلة مع مسائل الدوائر الكهربائية. فهنا بعض الأزواج المتشابهة: درجات الحرارة ترتبط بفرق الجهد، الطاقة الحرارية مع الشحنة، التدفق الحراري مع التيار، المقاومة الحرارية (معامل التناسب بين التدفق الحراري و ΔT ، أنظر إلى فكرة 6) مع مقاومة الكهربائية، السعة الحرارية مع السعة الكهربائية. كل من قانوني كيرشوف يظان صالحين لعمليات التبادل الحراري: مع أن شبيه قانون الجهد عديم الفائدة، فإن شبيه قانون التيار مفيد ويمكن الإشارة إليه باستمرارية التدفقات الحرارية: إذا وصل نظام من الأجسام إلى درجات الحرارة الثابتة فإنه لأي جسم، سيكون مجموع التدفقات الحرارية الداخلة إليه صفراً.

س 5: المقاومة الحرارية هي خاصية للمادة وتُعرف كمعامل التناسب بين تدرج درجة الحرارة $\frac{dT}{dx}$ وكثافة التدفق الحراري (هنا قد افترضنا أن التدفق الحراري موازي لمحور x). لاحظ أن وحدة كثافة التدفق الحراري هي W/m^2 ، بالتالي فإن وحدة المقاومة الحرارية هي $K \cdot m/W$ (أ) معالج له قدرة تبديد $P = 90\text{W}$ يتم تبريده باستخدام ماء متدفق؛ الاتصال الحراري بين المعالج والماء تم تكوينه بواسطة صفيحة نحاس سمكها $d = 5\text{mm}$ ومساحة سطحها $s = 100\text{mm}^2$. أوجد فرق درجة الحرارة بين المعالج والماء المتدفق. المقاومة الحرارية للنحاس $\rho = 2.6\text{mm} \cdot K/W$.

(ب) تمت صناعة سلك من سبائك مختلفة بحيث أن مقاومته الحرارية تعتمد على الإحداثي على طول السلك كما هو موضح في الشكل. مساحة المقطع العرضي للسلك هي $S = 1\text{mm}^2$ وطوله $l = 4\text{cm}$. أوجد التدفق الحراري خلال السلك إذا أُبقيت إحدى النهايات عند درجة حرارة $T_1 = 100^\circ\text{C}$ والأخرى عند $T_2 = 0^\circ\text{C}$.



النصف الثاني لهذه المسألة يستخدم في الحقيقة طريقة عامة

فكرة 4: حساب العديد من الكميات الفيزيائية يمكن اختزاله (وبعض الأحيان بطريقة غير واضحة) إلى حساب المساحات تحت المنحنى (أي إلى تكامل).

بشكل أكثر تحديداً، إذا كان لدينا نظام يوصف بواسطة معامل x (الذي يمكن أن يكون الزمن، الإحداثي، السرعة، إلخ) وكان لدينا كمية A يمكن التعبير عنها كـ $A = \sum_i F_i \Delta x$ ، حيث Δx هي فاصل صغير من المعامل x ، وكان المجموع مأخوذاً لكل الفواصل الصغيرة، و F_i كانت دالة في x (لكن ليست دالة في A) حينها فإنه عند النهاية $\Delta x \rightarrow 0$ يمكننا كتابة $A = \int F(x) dx$ ، أي أن A هي المساحة تحت المنحنى البياني $F(x)$.

من أجل أن نوضح هذه الطريقة، لنقم باعتبار المسألة الميكانيكية التالية. لقارب ما في نهر، ستكون قوة الاحتكاك دالة في السرعة $F(v)$ ، مرسومة على شكل بياني (هذه الدالة تبدأ خطية عند سرعات صغيرة ثم يصبح شكلها قطعاً مكافئاً عند سرعات عالية). وسئلت عن إلى أي بعد سيذهب قارب له كتلة m وسرعة ابتدائية v بعد زمن طويل جداً. لنقم بتقسيم الإزاحة إلى أجزاء صغيرة $\Delta s = v \Delta t$. إذا كانت الدالة $v(t)$ معلومة، فإن المعادلة الأخيرة ستكمل مهمتنا. على كل حال، فإن القوة معطاة لنا كدالة في v ، بالتالي سنضطر أن نعوض Δv بـ Δt . القوة مرتبطة بشكل مباشر بالتسارع، $a(v) = \frac{dv}{dt} = F(v)/m$ ، الذي يعطينا تلميحاً أنه يتوجب علينا أن نجرب نعوض Δt بـ Δv مع تقديم التسارع:

$$\Delta t = \Delta v \frac{\Delta t}{\Delta v} = \frac{\Delta v}{\Delta v / \Delta t} = \frac{\Delta v}{a}$$

هذه النتيجة نخدمنا بشكل ممتاز:

$$s = \sum v \Delta t = \sum \frac{v}{a} \Delta v = \sum \frac{vm}{F(v)} \Delta v \rightarrow \int \frac{vm}{F(v)} dv$$

أي أن الإزاحة تساوي المساحة تحت منحنى $\frac{mv}{F(v)}$ كدالة في v .

المسألة القادمة تستخدم أيضاً استمرارية التدفق الحراري؛ على أي حال، إنها تطلب كذلك معرفة قانون الإشعاع الحراري لستيفن-بولتزمان.

حقيقة 7: للأجسام "الرمادية" (التي تمتص جزءاً ثابتاً من الضوء الساقط عليها، بشكل مستقل عن طولها الموجي)، كثافة التدفق للإشعاع الحراري (أي الطاقة المُشعة لوحدة المساحات) $w = \epsilon \sigma T^4$ ، حيث T هي درجة حرارة الجسم، $\epsilon \in [0, 1]$ هو معامل الامتصاص، و $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ هو ثابت ستيفن-بولتزمان.

المعامل ϵ يظهر لنا ما هي نسبة امتصاص الضوء الساقط؛ لسطح أسود بشكل كامل $\epsilon = 1$ ؛ ولسطح أبيض بشكل كامل $\epsilon = 0$. هذه المعادلة تم اشتقاقها بافتراض أن الجسم المشع في اتزان حراري مع الموجات الكهرومغناطيسية في الفراغ القريب؛ يتطلب هذا معرفة بميكانيكا الكم وبتطبيق توزيع بولتزمان، مع بعض المهارات الرياضية.

س. 6 [IPhO-1992] لدينا قمر صناعي يمكننا تمثيله بكرة متجانسة قطرها $D = 1\text{m}$ ؛ يمكنك افتراض أن كل أجزاء القمر الصناعي لها نفس درجة الحرارة. يقوم هذا القمر الصناعي بالدوران حول الأرض (لكن ليس في ظلها). يمكن اعتبار الشمس كجسم أسود تام بدرجة حرارة سطح $T_\odot = 6000\text{K}$ ، نصف قطر الشمس $R_\odot = 6.96 \times 10^8\text{m}$ ، نصف القطر المداري للأرض حول الشمس $L = 1.5 \times 10^{11}\text{m}$. أوجد درجة حرارة القمر الصناعي بافتراض أنه مطلي بصبغة رمادية تامة (معامل الامتصاص مستقل عن الطول الموجي للإشعاع الكهرومغناطيسي). يمكنك إهمال الإشعاع الحراري للأرض.

لهذه المسألة، سنستخدم الحقيقة الآتية (أولئك "الخائفون" من أخذ التكامل للسطح يمكنهم الاستمرار للقطعة التي تلي الحقيقة).

حقيقة 8: في الحالة المستقرة، نظرية جاوس صالحة للتدفقات الحرارية (هذا مماثل بشكل تام لنظرية جاوس للمجالين الكهربائي والمغناطيسي): $\oint \vec{w} \cdot d\vec{S} = P$ ، حيث أن التكامل مأخوذ لسطح مغلق، P هي القدرة الحرارية المطلقة داخل السطح، متجه كثافة التدفق

الحراري \vec{w} مواز لاتجاه انتشار الطاقة الحرارية، المتجه $d\vec{S}$ مواز للعمودي على السطح، ويساوي مقدارا مساحة سطح عنصر مساحة لامتناهي الصغر.

هذا بشكل جوهري مجرد صيغة رياضية لقانون استمرارية التدفق الحراري. في حالة الهندسة المتماثلة كرويا (مع مصدر حراري متماثل كرويا)، سنجد أن تكامل السطح يتبسط إلى ناتج ضرب كثافة التدفق الحراري مع مساحة سطح الكرة:

$$4\pi R^2 w = P$$

حيث $w = w(R)$ هي كثافة التدفق الحراري عند مسافة R من مركز المصدر الحراري. المسألة القادمة تكمل موضوع استمرارية التدفق الحراري.

س. 7 [IPhO-1996] سطح ساخن أسود بالكامل تم إبقاؤه عند درجة حرارة ثابتة T_h . يوجد هنالك سطح بارد أسود بالكامل مواز للأول، وتم إبقاؤه عند درجة حرارة ثابتة T_l ؛ ويوجد فراغ في الفضاء بين السطحين. من أجل إنقاص التدفق الحراري بين السطحين، سنستخدم حجبا مصنوعا من N صفيحة عازلة حراريا، موازية وسوداء بشكل تام (في الشكل، $N = 2$). حجاب كهذا تم وضعه بين السطحين الساخن والبارد موازيا لهما. بأي معامل x سيقال التدفق الحراري عند الوصول إلى اتزان حراري؟ تأثيرات الجوانب المسببة بواسطة المقاس النهائي للصفائح



يمكن إهمالها.

هذه المسألة ستقود إلى نظام من N معادلة خطية. بشكل عام، حل نظام كهذا ليس سهلا؛ لكن لهذه المسألة بالتحديد، سيمكن حله بسهولة. وهذا ليس مفاجئا، لأن الحسابات الرياضية الطويلة ليست متوافقة مع تصميم أولمبيادات الفيزياء؛ بهذا يمكننا صياغة اقتراح ملائم—كفكرة "لا فيزيائية".

فكرة 5: كقاعدة، مسائل أولمبيادات الفيزياء لا تتطلب حسابات رياضية طويلة. إذا حصلت على نظام طويل أو صعب من المعادلات فغالبا سيكون أحد التالي صحيحا: (أ) لقد قمت باتباع طريقة حل غير مثلى (أي معقدة أكثر من اللازم)؛ (ب) الطريقة جيدة، لكن نظام المعادلات يبدو معقدا فقط، فمثلا يمكن اختزال معظم المجاهيل آتيا باستخدام تماثل المعادلات.

س. 8 [EstOpen-2014] اعتبر مكعبا أسودا مصنوعا من مادة موصلة حرارية ممتازة. شعاع مواز من الضوء له شدة $I (W/m^2)$ يسقط على المكعب. درجة حرارة الاتزان ستعتمد على اتجاه المكعب؛ أوجد أدنى وأعلى قيم T (T_{max} و T_{min} ، على التوالي).

هذه المسألة مباشرة فيزيائيا، لكن حلا (دقيقا) كاملا سيتطلب مهارات رياضية في مجال حساب التفاضل والتكامل للمتجهات.

فكرة 6: في حالة مجال متجهي متجانس $\vec{F}_0 \equiv \vec{F}(x, y, z)$ ، فيضيه $\Phi = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$ خلال سطح S (ربما منحني) يمكن إيجاده كحاصل ضرب قياسي لسطح فعال مسطح $\vec{S}_{eff} = \int_S d\vec{S}$ ، $\Phi = \vec{S}_{eff} \cdot \vec{F}_0$.

3 الغازات

في الفيزياء الإحصائية (الديناميكا الحرارية)، من السهل نسبيا (أي صعب، لكن ممكن في كثير من الحالات) أن نقوم بالحسابات إذا كان كل شيء منتظما جدا، على سبيل المثال في حالة الجوامد البلورية. ومن الأسهل القيام بالحسابات إذا كان كل شيء فوضويا، على سبيل المثال في حالة الغازات والبلازما، لأنه حينها يمكن أخذ متوسط الكميات الفيزيائية. الأصعب هو تحليل البيئات التي يكون فيها الانتظام وعدم الانتظام موجودين مع بعضهما البعض—مثل السوائل، البيئات الحبيبية، الجوامد بالقرب من انتقال الطور، إلخ. بسبب هذا، فيزياء المرحلة الثانوية تتعامل فقط مع الحالة العشوائية—مع الغازات.

نموذج جيد يقوم بوصف الواقع بشكل جيد جدا هو نموذج الغازات المثالية.

تعريف 6: الغاز مثالي مصنوع من جسيمات لها حجم مهمل (مقارنة بمتوسط المسافات بين جزيئية) تتصرف ككرات مرنة (غاز أحادي الذرة) أو نظام نوابض—كرات (غاز عديد الذرات)، وتتحرك بشكل عشوائي متصادمة مع بعضها البعض ومع جدران الخزان. يفترض أنه لا وجود لأي قوى بين الجزيئات ما عدا قوة التلامس (فمثلا، التفاعلات الكهروستاتيكية يجب إهمالها كما أن القوى الكهروستاتيكية تؤثر من بعد).

لتكن n الكثافة العددية للجزيئات (العدد لوحدة الحجم)، و $f(v_x)$ دالة توزيعها ل v_x (مركبة— x للسرعة)، معرفة بحيث $\Delta n = n f(v_x) \Delta v_x$ يعطينا الكثافة العددية لجزيئات تقع سرعتها في الفترة $[v_x; v_x + \Delta v_x]$ (Δv_x ترمز لإضافة سرعة صغيرة). طبقا لتوزيع بولتزمان، $f(v_x) = A e^{-mv_x^2/2kT}$ (الذي يشار إليه في هذه الصيغة بتوزيع ماكسويل)³، حيث المعامل A يكون بحيث أن المساحة تحت منحنى— $f(v_x)$ قيمتها واحد، أي $A = 1 / \int_{-\infty}^{\infty} e^{-mv_x^2/2kT} dv_x$.

التكامل في التعبير الأخير يمكن حسابه باستخدام طريقتين. الطريقة الأولى (والأسهل) هي تغيير متغير التكامل عبر تعويض

³ بشكل دقيق، توزيع بولتزمان صالح لمتوسط احتلال حالة ميكانيكية كمية؛ هنا قمنا باستخدام حقيقة أنه لكرة مرنة في صندوق، المستويات الميكانيكية الكمية متوزعة زوجيا لقيم v_x .

متغير التكامل، $dv_x = v_T dx$ ، حيث $x = v_x/v_T$ ، $v_T = \sqrt{2kT/m}$ ، هذا سيسمح لنا بالتخلص من المعامل v_T من التكاملية. بالفعل، بما أن v_T ثابت (مستقل عن

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-mv_x^2/2kT} dv_x = v_T \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

خدعة ثانية (التي لن نناقشها هنا) يجب أن تطبق من أجل أن نظهر أن $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ ، مما ينتج

$$f(v_x) = e^{-mv_x^2/2kT} / v_T \sqrt{\pi}$$

حقيقة 9: توزع سرعة الجزيئات في غاز يعطى بواسطة توزع ماكسويل،

$$dN = \frac{N}{v_T \sqrt{\pi}} e^{-v_x^2/v_T^2} dv_x \quad v_T = \sqrt{2kT/m}$$

حيث N هي العدد الكلي للجزيئات، و v_x هي مركبة x —للسرعة المتجهة الجزيئات. في الفضاء الثلاثي الأبعاد المتماثل، يمكننا كتابتها للسرعة،

$$dN = \frac{4N}{v_T \sqrt{\pi}} v^2 e^{-v^2/v_T^2} dv$$

من أجل أن نشق المعادلة الأخيرة، قد افترضنا حركة مستقلة في الاتجاهات x, y, z و بحيث أن التوزيعات المنفردة يمكن ضربها:

$$\int dv_x dv_y dv_z = v_z, v_y, v_x \text{ فضاء— شريحة كروية في } dN = \left(\frac{N}{v_T \sqrt{\pi}}\right)^3 e^{-(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/v_T^2} dv_x dv_y dv_z$$

$$\int 4\pi v^2 dv$$

لنقوم بإيجاد تعبير للضغط. سنقوم بهذا في جزئين: أولاً سنقوم بحسابتنا على افتراض أن جميع الجزيئات تقترب من الجدار بنفس السرعة u (ليكن محور x —معامدا على الجدار؛ حينها u سيتكون مركبة x —للسرعة الجزيئية)، حينها سنعمم النتيجة للحالة الواقعية ذات السرعات المختلفة. الضغط يُعرف كالقوة لوحدة المساحة، $p = F/A$ ؛ توجد القوة عن طريق الزخم المعطى للجدار لوحدة الزمن، $F = 2Nm u/t$ ، حيث N هي عدد الجزيئات المتصادمة مع الجدار أثناء فاصل زمني t . المعامل 2 يعكس حقيقة أن متوسط السرعة للجزيئات المتباعدة عن الجدار يساوي متوسط سرعة الجزيئات القادمة للجدار⁴، بالتالي كل جزيء سيتلقى زخماً $2mu$ من الجدار. أثناء الفاصل الزمني t ، هذه الجزيئات التي ستصل للجدار ستكون فقط تلك الموجودة قرب الجدار في طبقة سمكها ut وتتحرك نحو الجدار. بالتالي، العدد الكلي للتصادمات سيكون عدد الجزيئات الموجودة في هذه الطبقة التي حجمها $V = Av_T t$ ، مختزلة بمعامل 2 (فقط نصف الجزيئات ستتحرك في اتجاه الجدار): $N = \frac{1}{2} nV \approx Aut$. بالتالي، القوة المبذولة على الجدار هي $F = 2muN/t = nm u^2 A$. الآن، لتتذكر أنه في الواقع، الجزيئات قد يكون لها سرعات مختلفة، لذا سنحتاج أن نأخذ متوسط النتيجة، $F = nm \langle u^2 \rangle A$ ، حيث أن الأقواس المنحرفة ترمز لأخذ المتوسط. نهاية، الضغط $p = F/A$ سيكون

$$p = nm \langle u^2 \rangle$$

إذن، الضغط يعبر عنه بدلالة متوسط مربع مركبة x —للسرعة المتجهة. هذا التعبير يمكن إعادته كتابته بدلالة متوسط السرعة الكلية $\langle u^2 \rangle = 3 \langle v^2 \rangle$ ، بالفعل، $p = \frac{1}{3} nm \langle v^2 \rangle$ ، وبالتالى، $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ (حيث $v_x = u$)، ولتذكرنا بعين الاعتبار أن بسبب التماثل الإحصائي، ففي المتوسط كل اتجاهات الانتشار للجزيئات متكافئة، مما يعني $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$. باستخدام توزع ماكسويل يمكن للمرء التعبير عن قيم المتوسطات بواسطة التكاملات: $\langle v_x^2 \rangle = \int v_x^2 f(v_x) dv_x$. هذا التكامل يمكن أخذه (أنظر إلى ملحق 2)، مما يعطي $\langle v_x^2 \rangle = kT/m$ ، أي أن متوسط الطاقة الحركية يرتبط بالحركة على طول محور x .

$$\left\langle \frac{m}{2} v_x^2 \right\rangle = \frac{1}{2} kT$$

باستخدام هذا التعبير سنحصل على

$$p = nm \langle u^2 \rangle = nkT$$

لحظة ما نعوض $n = N/V = \frac{m}{\mu} N_A/V$ هو عدد أفوجادرو، μ هو الكتلة المولية للغاز، m هي الكتلة الكلية للغاز، V حجم الغاز، سنحصل على $pV = \frac{m}{\mu} N_A kT = \frac{m}{\mu} RT$ ، حيث $R = N_A k$ يسمى ثابت الغازات. هذه القانون يعرف باسم *قانون الغاز المثالي*؛ من الأفضل أحياناً التعبير عنه بدلالة كثافة الغاز ρ $p = \rho RT$ ، لنلخص نتائجنا.

حقيقة 10: حالة الغاز المثالي توصف بالقانون

$$pV = \nu RT$$

الذي يمكن التعبير عنه أيضاً بـ

$$p = nkT \text{ أو } p = \rho RT$$

طريقة 1: العديد من مسائل التقدير المتعلقة بالغازات يمكن حلها بنفس الطريقة التي اشتقنا بها قانون الغاز المثالي، أي باستخدام حركية الجزيئات.

الحسابات الدقيقة ستتطلب التكامل غالباً (أخذ المتوسط باستخدام توزع ماكسويل). على كل حال، في حالة مسائل الأولمبياد، من الكافي القيام بتقديرات فقط، ولا يوجد هنالك حاجة لاستخدام توزع ماكسويل. هذا يرجع لسببين: (أ) أخذ التكاملات المعقدة لا يعكس المعرفة الفيزيائية،

⁴ لتصادم واحد، سرعة المغادرة عشوائية وتعتمد على السرعة اللحظية لجزيء الجدار الذي تم التصادم معه. على كل حال، عند أخذ المتوسط لكثير من التصادمات وافترض أن الغاز والجدار لهما درجة حرارة واحدة، فإن متوسط سرعة المغادرة سيكون كما لو كانت هنالك تصادم مرن مع جدار مسطح.

(ب) في عديد من الحالات حتى الحسابات التي تبدو دقيقة هي دقيقة فقط لما يسمى بالتقريب الفراغي حينما يكون متوسط المسار الحر المسافة المقطوعة بواسطة الجزيء بين تصادمين متتاليين) أكبر بكثير من الأبعاد المميزة للنظام، وستكون تقريبا لغير هذه الحالة.

س. 9 في الفضاء الخارجي، لدينا وعاء أسطواني على شكل كوب، ولدينا طبقة من مادة صلبة كتلتها المولية μ . هذه المادة تتسامى ببطء (تتبخر من الحالة الصلبة إلى الحالة الغازية) وبالتالي تدفع الوعاء للاتجاه المعاكس. قدر السرعة النهائية للوعاء. كتلة الوعاء M ، والكتلة الابتدائية للمادة $m \ll M$ ؛ درجة حرارة الوعاء T ؛ ويمكن اعتبار العملية ذات درجة حرارة ثابتة -آيزوثرمالية- (التبريد الناتج من التبخر والإشعاع الحراري يظل مهملا). مساحة المقطع العرضي للوعاء هي A .

س. 10 اليورانيوم الطبيعي يتكون بشكل أساسي من نظيرين، U^{235} و U^{238} ، في حين أن التركيز النسبي للأخير 0.7%. اليورانيوم يخصب (أي أن تركيز U^{235} يزداد) عبر تنفيذ عملية متعددة الخطوات، بحيث أنه في كل خطوة، المركب الكيميائي المتبخر UF_6 يمرر خلال جدار مسامي. الجدار المسامي يمكن اعتباره غشاء رقيقا يحتوي ثقوبا تحت مجهرية (مقاس الثقوب أصغر من متوسط المسار الحر للجزيئات، لكن أكبر من مقاس الجزيئات)، كم عدد المراحل اللازمة حتى نزيد كمية U^{235} إلى 1.4%؟ الكتلة المولية للفلور (F) هي $19g/mol$.

س. 11 حدد أو قدر محصلة كثافة التدفق الحراري P بين صفيحتين متوازيتين على بعد L من بعضهما البعض، درجتا حرارتيهما T_1 و T_2 . الفضاء بين الصفيحتين ملاء بغاز أحادي الذرة له كثافة مولية n وكتلة مولية M . يمكنك استخدام التقريبات 11 لآتية: (i) كثافة الغاز قليلة جدا بحيث أن متوسط المسار الحر $L \gg \lambda$ ؛ (ii) $T_1 \gg T_2$ ؛

(iii) عندما ترد الجزيئات من أحد الصفيحتين، ستحصل على درجة حرارة الصفيحة تلك (فمثلا، هذا سيحصل إذا ارتبطوا أو امتصوا لفترة صغيرة بواسطة جزيئات الصفيحة، وبعدها تحرر مرة أخرى في الفضاء بين الصفيحتين)؛ (iv) يمكنك إهمال إشعاع الجسم الأسود. لاحظ أن "قَدْر" تعني أن المعامل الرقمي لتعبيرك لا يجب أن يكون دقيقا.

الطاقة الداخلية U للغاز أحادي الذرة (أي محصلة الطاقة الحركية للجزيئات) يمكن التعبير عنها بدلالة درجة الحرارة باستخدام النتيجة التي حصل عليها أعلاه $m\bar{v}_x^2 = kT$. بالفعل، الذرة المفردة لا يمكنها مبدئيا أن تدور بسبب أبعادها الصغيرة⁵. بالتالي، U يمكن إيجادها كنتاج الضرب بين طاقة الجزيء الواحد وعدد الجزيئات N ،

$$U = N \frac{m}{2} (\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2)$$

وبسبب التماثل الإحصائي $\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2 = kT$ ؛ وبتعويض $N = \nu N_A$ (حيث ν ترمز لعدد المولات) و $N_A k = R$ سنحصل على

$$U = \frac{3}{2} \nu RT$$

في حالة الجزيئات الثنائية الذرة وعديدة الذرات، ستخضع الجزيئات كذلك لطاقة دورانية $(I_x \bar{\omega}_x^2 + I_y \bar{\omega}_y^2 + I_z \bar{\omega}_z^2)$ حيث $I_x + I_y + I_z$ ترمز لعزم القصور الذاتي لمحاور مختلفة، و $\omega_x + \omega_y + \omega_z$ ترمز للسرعات الزاوية لمحاور مختلفة. باستخدام توزيع بولتزمان للحركة الدورانية حول محور x ، $p \propto e^{-I_x \omega_x^2 / 2kT}$ ، سنحصل على تعبير شبيه جدا لما وجدناه للحركة الانتقالية (فقط سنعوّض v_x بـ ω_x و m بـ I_x). بسبب هذا، سيكون الناتج نفسه، $U_r = \frac{3}{2} \nu RT$. على كل حال، يجب على المرء أن يتنبه أنه إذا كان لدينا جزيء ثنائي الذرة (أو جزيء عديد الذرات لكن خطي، مثل CO_2)، فإنه لا يمكنها الدوران حول المحور المار بذراتها (ليكن المحور z). بالتالي، الدوران سيحصل فقط حول المحورين x و y ؛ وبهذا ستقل الطاقة الدورانية: $U_r = \nu RT$.

نلاحظ أن كلاً مما يسمى بدرجات الحرية (الحركة الانتقالية خلال محور x ، الحركة الدورانية حول محور x ، الحركة الانتقالية خلال محور y ، إلخ) تساهم في الطاقة الداخلية بنفس المقدار دائما $\frac{1}{2} \nu RT$ ($\frac{1}{2} kT$) إذا تكلمنا عن متوسط الطاقة لجزيء واحد). وبسبب هذا، فإن الطاقة الداخلية للغاز يعبر عنها بدلالة عدد درجات الحرية i

$$U = \frac{i}{2} \nu RT$$

لغاز أحادي الذرة $i = 3$ ، ولغاز ثنائي الذرة (ولغاز خطي عديد الذرات) $i = 5$ ؛ ولجميع الحالات الأخرى $i = 6$. في حالة مخلوط الغازات، قد يكون العدد الفعال لدرجات الحرية كسرا.

باستخدام التعبير الأخير سيمكننا ببساطة اشتقاق تعبير للطاقة الداخلية لغاز عند حجم ثابت. إذا بقي الحجم ثابتا، فلن يكون هنالك شغل ميكانيكي مبدول ($A = \int PdV = 0$)، بالتالي كل الحرارة المعطاة للغاز ستذهب لزيادة الطاقة الداخلية، $C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} \nu R$. وبشكل خاص سنجد تعبيراً بسيطاً للسعة الحرارية المولارية، $c_V = C_V / \nu$ ،

$$c_V = \frac{i}{2} R$$

إذا كنا نتعامل مع عملية آيزوبارية (عند ضغط ثابت) فحينها بالطبع يمكن حساب التغير في الطاقة الداخلية عبر التعبير السابق، لكنه طبقاً ل 1LTD، جزء من الحرارة ستذهب للشغل المبدول بواسطة الغاز، $\Delta A = p\Delta V = \nu R\Delta T$. بالتالي، الحرارة المعطاة للغاز ستكون $\Delta Q = \Delta U + \Delta A = \frac{i+2}{2} \nu R\Delta T$ ، أي أن السعة الحرارية المولارية للعمليات الآيزوبارية سيكون

⁵ الأسباب ميكانيكية كمية، وستناقش إلى حد ما لاحقاً.

$$c_p = \frac{i + 2}{2} R$$

قاعدة " $\frac{1}{2} kT$ لكل درجة حرية" صالحة، على الرغم من هذا، فقط لدرجات الحرارة المتوسطة. عندما تكون درجة الحرارة عالية كفاية ستبدأ الجزيئات بالتذبذب بشكل مشابه للكرات الموصلة بالنوابض، وطاقة التذبذب يجب أن تضاف كذلك. في هذه الحالة يمكن القول بأن درجات حرية التذبذب مثارة. لغازات خفيفة نسبياً، مثل مكونات الهواء، درجة الحرارة الحرجة التي تصبح عندها درجات حرية التذبذب مثارة أعلى بكثير من درجة حرارة الغرفة. في نفس الوقت، جزيئات الغازات الثقيلة (مثل Br_2) تتذبذب عند درجة حرارة الغرفة. يتوجب توضيح أن قاعدة $\frac{1}{2} kT$ ليست صالحة لدرجات حرية التذبذب. يظهر لنا أن كل درجة حرية تذبذبية مثارة تساهم kT كاملة للطاقة الحرارية لجزيء.

بهذا، كل درجة حرية تذبذبية ترفع العدد الفعال لدرجات الحرية بـ 2، فمثلاً $i = 5 + 2 = 7$ عند درجة حرارة الغرفة. السبب الذي يجعل درجات الحرية التذبذبية تساهم ضعف ما تساهم به درجات الحرية الانتقالية والدورانية يقع في تكوين مستويات الطاقة الكمومية. للطاقتين الانتقالية والدورانية، مستوى الطاقة دالة تربيعية في رقم ترتيب المستوى n ، $E_n = h^2 n^2 / 8L^2 m$ ؛ هنا L ترمز لطول الصندوق الذي وضع فيه الجسم. وفي نفس الوقت، للحركة التذبذبية، الطاقة دالة خطية في رقم الترتيب، $E_n = \hbar \omega (n + \frac{1}{2})$ ، حيث ω هي التردد الطبيعي. بالتالي، متوسط الطاقة التذبذبية يمكن حسابه بواسطة توزيع بولتزمان كالتالي

$$\bar{E} = \sum_0^{\infty} h\omega n e^{-h\omega n/kT} / \sum_0^{\infty} e^{-h\omega n/kT}$$

وبعد حساب هذا المجموع سنجد أن $\bar{E} = kT$

على الجانب الآخر، عند درجات الحرارة المنخفضة جداً، حتى درجات الحرية الدورانية للجزيئات عديدة الذرة قد لا تكون مثارة؛ هذا

يعني أن العدد الفعال لدرجات الحرية سيكون 3. من أجل أن نحدد ما إذا كانت درجة حرية مثارة أم لا، من الضروري مقارنة فرق مستوى الطاقة ΔE بين الحالة الأرضية والمستوى المثارة الأول مع متوسط طاقة درجة الحرية kT : فدرجة الحرية هذه ستبدأ إثارتها عند $T \sim \Delta E/k$. بالفعل، لنعتبر مستويي طاقة E_0 و E_1 . طبقاً لتوزيع بولتزمان، $\frac{p_1}{p_0} = e^{-(E_1 - E_0)/kT}$. فإذا كان $E_1 - E_0 \gg kT$ فحينها سيكون

احتمال الوجود في الحالة المثارة صغير جداً وبالتالي، متوسط الارتفاع في الطاقة سيكون قليلاً جداً كذلك.

الآن أصبح واضحاً كذلك لماذا جزيئات الغازات الثقيلة تبدأ بالتذبذب عند درجات حرارة صغيرة مقارنة بالغازات الخفيفة. الترددات الطبيعية $\omega \approx \sqrt{k/m}$ للجزيئات الثقيلة أقل من تلك للغازات الخفيفة (جسوء الرابطة الكيميائية "ناضب" له دائماً نفس رتبة المقدار، الفرق الأساسي يأتي من الكتلة الفعالة m). هذا يعني أن فرق مستوى الطاقة $\Delta E = \hbar \omega$ أصغر، مما يقود إلى درجات حرارة إثارة أقل. بالتالي، عدد درجات الحرية الفعال يعتمد على درجة الحرارة؛ أيضاً، عند مدى درجات حرارة يكون فيه العدد الفعال لدرجات الحرارة يتغير من قيمة إلى أخرى، سلوك النظام لا يوصف جيداً بواسطة عدد طبيعي لـ i . بسبب هذا، بدلاً من i ، نستخدم السعات الحرارية المولية c_p و c_v تستخدم غالباً. إذا كان سلوك الغاز يوصف جيداً بواسطة نموذج الغاز المثالي، من الكافي فحسب إيجاد قيمة c_v بما أن c_p يمكن إيجاده من المساواة $c_p = c_v + R$. وبشكل معاكس، إذا كان لغاز معين $c_p - c_v \neq R$ فإن هذا الغاز لا يسلك سلوك الغاز المثالي، والعلاقة $pV = \nu RT$ لا تصمد جيداً. وفي نفس الوقت، من الممكن أن نجد لغاز مثالي، $2c_v/R$ ليس عدداً طبيعياً: القيم الكسرية تظهر فحسب أن درجة الحرارة الحالية قريبة لدرجة حرارة الإثارة لدرجة حرية ما. لنقم بعمل ملخص لما قمنا به.

حقيقة 11: لغاز مثالي،

$$c_v = \frac{i}{2} R; \quad c_p = c_v + R; \quad \Delta U = \nu c_v \Delta T$$

حيث i هو عدد درجات الحرية المثارة (درجات حرية التذبذب تضاف بضعف القيمة). درجة الحرية ستكون مثارة عندما يكون kT أكبر من فرق مستويات الطاقة للحالات الميكانيكية الكمية المتعلقة بدرجة الحرية هذه. وكقاعدة، قرب درجات حرارة الغرفة لغاز أحادي الذرة $i = 3$ وللغاز ثنائي الذرة $i = 5$ ، وللغازات عديدة الذرات $i = 6$.

لقد قمنا حتى الآن باستخدام مبدأ درجات الحرية بدون تعريف مناسب لها؛ لنقم بمناقشة هذا المصطلح بتفاصيل أكثر.

تعريف 7: عدد درجات الحرية يظهر كم عدد المعاملات (الإحداثيات المعممة) اللازمة لوصف حالة نظام بشكل تام.

فعلى سبيل المثال، من أجل وصف كتلة نقطية في فضاء ثلاثي الأبعاد، سنحتاج $z = 3$ من الإحداثيات؛ ومن أجل N كتلة نقطية سنحتاج $z = 3N$. من أجل وصف الموقع المكاني لجسم صلد، سنحتاج 6 إحداثيات: بعيداً عن إحداثيات نقطة معينة في الجسم (مثل مركز الكتلة)، التوجيه يجب أن يوصف بثلاثة إحداثيات إضافية (زاويتان تصفان اتجاه محور الجسم، وزاوية واحدة تصف الدوران حول هذا المحور). في حالة الجزيء الخطي، الإحداثي الأخير الذي يصف زاوية الدوران لسنا بحاجة إليه، وبالتالي $z = 5$. إذا تكون نظام من N كتلة نقطية، وكان لدينا حركة محدودة ببعض القيود (مثل أن تكون المسافة بين كتلتين نقطيتين مثبتة بقضيب،

أو أن تكون الزاوية بين خطين متصلين بالنقطة A مع نقطتين قريبتين لها قيمة ثابتة)، عدد درجات الحرية حينها يمكن إيجاده بواسطة الصيغة $r = 3N - z$ ، حيث r هو عدد القيود. في حالة الجزيئات، الروابط - الروابط الكيميائية- تعمل عمل النوابض التي يمكن أن تكون تذبذبات؛ في هذه الحالة، r سيكون عدد درجات الحرية التذبذبية. بمعرفة أنه لجزيء خطي، عدد درجات الحرية الكامل هو $z = 5$ ، ولجزيء سطحي أو ثلاثي الأبعاد $z = 6$ ، يمكننا استخدام هذه الصيغة لإيجاد عدد درجات الحرية التذبذبية بما أن $r = 3N - z$. فمثلاً، جزيء CO_2 خطي: $N = 3$ و $z = 5$ وبالتالي $r = 4$. لاحظ أنه في نظرية التذبذبات المقترنة، من المثبت أن عدد درجات الحرية التذبذبية يساوي عدد الترددات الطبيعية.

لنأخذ مسألة واحدة في موضوع درجات الحرية.

س. 12 يوجد لعبة اسمها "Supermag" تسمح بصنع عديدات سطوح—مثل الهرم رباعي السطوح، المكعب، والعديد من عديدات السطوح الغير منتظمة، بحيث أن حواف عديد السطوح مصنوعة من قضبان مغناطيسية متصلة عند العقد بمساعدة كرات حديدية. الكرات الحديدية تثبت نهاية قضيب حديدي لنفسها بقوة، لكن الزاوية بين القضبان المغناطيسية المتلاقية عند كرة حديدية يمكن تغييرها ببجهد بسيط. يظهر أن الهرم رباعي السطوح شكل صلد، لكن المكعب يمكن تشويبه بسهولة. أثبت النظرية الآتية: عديد السطوح المحدب صلد فقط فقط إذا كانت كل وجوه عديد السطوح مثلثات.

من أجل حل هذه المسألة، ستستخدم الصيغة $z = 3N - s$ ، لكننا سنحتاج صيغة أخرى—صيغة أويلر للوجوه المتعددة التي تربط بين عدد العقد N ، الوجوه f والحواف e بواسطة المساواة $N + f = e + 2$. نظرية أويلر أعطيت هنا بدون إثبات (الذي هو في الحقيقة ليس صعبا وهو مبني على الاستقراء الرياضي)*. من أجل أن نحل مسألة 12، من الضروري إثبات أنه إذا كانت كل الوجوه مثلثية، فإن عدد درجات الحرية المتبقية $z = 3N - s$ سيساوي تلك للجسم الصلد. إذا كان عدد درجات الحرية أكبر، ستحتاج عددا أكبر من المعاملات عن الجسم الصلد لوصف حالتها، وبالتالي لا يمكن أن يكون صلدا.

كما تعلمنا، الذرات والأيونات المرتبطة في الجزيئات بروابط كيميائية يمكن أن تتذبذب كأنظمة جسم-زنبرك. هذا لا ينطبق على الجزيئات فحسب، بل وعلى المواد البلورية أيضا. بشكل مشابه للغازات الثقيلة، في حالة العديد من المواد البلورية، كل درجات الحرية التذبذبية مثارة. في حالة المواد البلورية ذات N أيون (ذرة)، يوجد هنالك $3N$ درجة حرية؛ معظم درجات الحرية هذه (باستثناء 6 درجات حرية للجسم الصلب) تذبذبية. بما أن N كبيرة جدا، يمكننا نسيان هذه الـ 6، وبهذا يمكن التعبير عن الطاقة الداخلية $U = 3NkT$. بالتالي، السعة الحرارية المولارية $C_V = 3R$. في حالة الأيونات الخفيفة، قد يحصل أن تكون أعلى الترددات الطبيعية $\omega > \frac{kT}{\hbar}$ وبالتالي لن تكون مثارة بعد. في هذه الحالة، الطاقة الداخلية ستكون أقل من $3NkT$ ، وسيكون العدد الفعال لدرجات الحرية لكل أيون (ذرة) دالة متزايدة في درجة الحرارة، تقترب في النهاية من القيمة الحدية $i = 6$ (بما أن كل درجات الحرية تذبذبية، فإن عدد الإحداثيات المكانية مضروبة بإثنين). لتتذكر أيضا أنه عند درجات حرارة منخفضة ستبدأ كدالة تكعيبية في T . لنقم باشتقاق قانون $C_V \propto T^3$ لدرجات حرارة منخفضة باستخدام تقديرات لا بأس بها (للألماس، هذا صالح حتى عند درجة حرارة الغرفة). كل درجة حرية تذبذبية تحمل طاقة kT ؛ وبالتالي يتوجب علينا أن نقدر عدد التذبذبات المثارة، أي عدد الحالات الطبيعية ذات $\omega < \frac{kT}{\hbar}$. حالات التذبذب الطبيعية لبلورة يمكن اعتبارها موجات صوت موقوفة. تردد موجة الصوت يعبر عنه بواسطة $\omega = c_s k$ ، حيث c_s هي سرعة الصوت، و $k = 2\pi/\lambda$ —متجه الموجة. بالتالي، كل الموجات الموقوفة مع متجه موجة $\lambda kT/\hbar c_s$ وطول موجي $\lambda > \hbar c_s/kT$ ستكون مثارة. لتكن البلورة ذات شكل مكعب بطول جانب L . عند الحاجز الحر للبلورة، لا يمكن أن يكون هنالك أية إجهاد، بالتالي لمتجهات الإزاحة للجزيئات، يجب أن يكون هنالك عقد عند الحاجز. بالتالي، L يجب أن تكون مضاعفا لنصف الطول الموجي: $Lk_x = m_x\pi$ ، حيث k_x هو إسقاط متجه الموجة على محور x — m_x هو عدد العقد على طول x . لأصغر طول موجي $m_x = 1$ ، $Lk_x = \pi$ ، $k_x = \pi/L$ ، $\lambda_x = 2L/\pi$. لاحظ أن كل الموجات الموقوفة التي لديها عدد أقل من العقد مثارة أيضا. شيء مشابه يحدث للمحورين y و z ، للتذبذبات المثارة عدد العقد يتراوح بين 1 و $2L/\lambda_y$. عدد الموجات الموقوفة المختلفة يحصل عليه كعدد الثلاثيات المختلفة (m_x, m_y, m_z) ، الذي سيساوي $(2L/\lambda_s)^3$. بعدها سنجد الطاقة الداخلية $U \approx Mkt \approx kT(2LkT/\hbar c_s)^3 \propto T^4$

بالتالي، الطاقة الداخلية تتناسب مع T^4 ، السعة الحرارية ستكون $C_V = \frac{dU}{dT} \propto T^3$. الآن، نلعد للمسائل التي ليست مرتبطة بالطريقة الحركية الجزيئية، وعضوا عنها، تتطلب معرفة قانون الغاز المثالي وطاقته الداخلية. العديد من مسائل الأولمبياد مبنية فقط على هاتين المعادلتين؛ في حالة المسألة القادمة، "الخدعة" الوحيدة هي أنه على عكس العمليات الآيزوبارية، الآيزوكلورية، إلخ، فالكمية المحفوظة ليست كمية الغاز، بل الضغط، وبالتالي عدد المولات سيتغير طبقا ل $\lambda T = \text{ثابت}$. س. 13 منطاد (بالون هواء مصنوع من غلاف غير قابل للتمدد) له حجم V_0 ، ملئ بالهيدروجين، ويسبح بشكل مستقر عند ارتفاع معين يكون فيه الضغط الخارجي p ، ودرجة حرارة الهواء هي T_{air} . بسبب أشعة الشمس، المنطاد يسخن لدرجة حرارة T_1 . كنتيجة لهذا، جزء من الهواء يخرج من البالون عبر صمام. الصمام مصنوع بحيث أنه لو كان الضغط الداخلي أكبر من الخارجي، فإن الغاز الزائد سيخرج؛ الصمام لا يسمح أبدا للغاز بأن يدخل البالون من الخارج. الآن، أشعة الشمس حجبت بواسطة السحب: درجة حرارة البالون انخفضت، والحجم أصبح أصغر. كم الثقل (أي كتلة m) الذي يجب أن يرمى خارجا لإبقاء المنطاد عند نفس الارتفاع (حيثما يزال الضغط مساويا ل p)؟ كل من الهواء والهيدروجين يمكن اعتبارهما غازات مثالية، الكتل المولية هي μ_{H_2} و μ_{air} على التوالي. المسألة القادمة تتعامل مع عملية انتقال طاقة معقدة أكثر؛ الفكرة الآتية ستكون مفيدة.

فكرة 7: إذا كان خزانان موصلان بواسطة أنبوب ضيق، صمام ضيق، إلخ، فإن شبه-الاتزان ممكن: بينما أن درجتي الحرارة للخزانين المرتبطين بالأنبوب مختلفة، فإن الضغوط متساوية. بالتالي، يوجد هنالك اتزان ميكانيكي، لكن ليس اتزان حراري (الأخير سيأخذ وقتها أطول بكثير حتى يتم).

س. 14 اعتبر بالونا لديه جدران سميكة سحب كل الهواء الذي بداخله خارجا. الآن، فتح صمام البالون قليلا، وبدأ البالون بالامتلاء ببطء من الهواء الخارجي. أوجد درجة حرارة الهواء داخل البالون عند توقف تدفق الهواء (عند الوصول لاتزان ميكانيكي). درجة حرارة الغرفة هي T ، جدران البالون لها موصلية حرارية وسعة حرارية صغيرتين بحيث أن التدفق الحراري خلال الجدران يمكن إهماله. الخطوة الأولى نحو حل هذه المسألة هو فهم كيف يتم صرف الشغل المبذول بواسطة الهواء الخارجي $p\Delta V$: كيف يتحول لحرارة وكيف يرتبط تغير الحجم الخارجي ΔV بحجم البالون V . نلاحظ أيضا أنه من المفترض مسبقا أن حجم مدخل الصمام أكبر من طول المسار الحر المتوسط، وبهذا الطريقة الحركية الجزيئية ليست مطلوبة، وعضوا عنها، الطريقة المجهرية ستطبق: تيار ضيق (لكن يظل مجهريا) من الهواء يدخل البالون خلال الصمام.

العمليات الأدياباتيية

جواب نموذجي للسؤال ما هي العمليات الأدياباتيية يكون أنها هي تلك العمليات السريعة جدا التي تحدث للغاز بحيث لا يكون هنالك أية انتقال حراري مع الغاز (أثناء المدة الزمنية هذه، الحرارة المنتقلة عبر التوصيل والإشعاع تظل أقل بكثير من الطاقة الداخلية للغاز).

على كل حال، هذه هي نصف الحقيقة فقط، وفعليا النصف الأقل أهمية. من أجل أن نفهم هذا، لنعتبر المسألة البسيطة التالية. جزأنا إناء معزولا حراريا إلى نصفين بواسطة جدار. ليكن أحد النصفين يحتوي على غاز عند ضغط p ، وليكن النصف الآخر فارغا (أي يحتوي فارغا عند ضغط متناهي الصغر). الجدار الفاصل بين الجزئين أزيل لحظيا؛ ماذا سيكون ضغط الغاز داخل الإناء بعد الوصول إلى اتزان ميكانيكي وحراري؟

بما أن الجدار أزيل لحظيا، فلا يمكن للغاز أن يقوم بشغل ميكانيكي (الجدار لا يتحرك في اتجاه القوة). ولا يوجد هنالك تبادل حراري مع البيئة المحيطة وبذلك طبقا لـ 1LTD ستبقى الطاقة الداخلية ثابتة، وبالتالي درجة الحرارة لن تتغير. في نفس الوقت، الحجم تضاعف مرتين ورجوعا لقانون الغازات المثالي، هذا يعني أن الضغط سيصبح النصف. إذن، فنحن نتعامل مع عملية آيزوثرمالية، وليست أدياباتيكية! في الحقيقة، المتطلب الأساسي لنحصل على عملية أدياباتيكية هو أن تكون العملية بطيئة بشكل كافٍ—الزمن المميز للعملية يجب أن يكون أطول بكثير من الزمن الطبيعي لتذبذبات النظام. في حالة الغازات، حالات التذبذب الطبيعية عبارة عن موجات موقوفة؛ الزمن الدوري لأبسط حالة هو $c_s/2L$ ، حيث L هو طول الإناء ومعامل اثنين يرجع لحقيقة أن الطول الموجي لأطول موجة موقوفة يساوي $2L$ ؛ c_s ترمز لسرعة الصوت. بالتالي، $v/L \ll c_s/2L$ ، أي $v \ll c_s$ ، حيث v هي سرعة جدران الخزان (أو سرعة المكبس).

تعريف 8: العملية الأدياباتيكية هي عملية تتغير فيها معاملات النظام ببطء شديد بحيث أن الزمن المميز للتغير أطول بكثير من الزمن الدوري لأبسط حالة للتذبذبات الطبيعية؛ أيضا، لا يجب أن يكون هنالك أية عمليات تبديد (حيث تتحول الطاقة الميكانيكية إلى حرارة)، مثل الاحتكاك. في حالة الغازات، هذا يعني أن سرعة جدران الخزان يجب أن تكون أصغر بكثير من سرعة الصوت، وأيضا لا يجب أن يكون هنالك أي مصدر حرارة خارجي.

العمليات الأدياباتيكية بشكل أوسع عن مفهوم الديناميكا الحرارية تلعب دورا مهما في ميكانيكا الكم، الكهروديناميكا، إلخ. في دورة الميكانيكا التحليلية من المثلث أنه للعمليات الأدياباتيكية في الأنظمة المتذبذبة دورا، توجد كمية محفوظة تسمى بالثابت الأدياباتي؛ وهي مساحة سطح المسار المرسوم بواسطة المتذبذب في مستوى الطور (المنحنى في مستوى $x-p_x$ ، حيث x هو الإحداثي و p_x هو الزخم المرتبط)، انظر إلى كتيب الميكانيكا. بينما أن البرهان العام معقد، مسألة من كتيب الميكانيكا تعاملت مع جسيم يتردد بين صفيحتين تتحركان ببطء؛ ولقد برهن أن ثابت Lv ، v هي سرعة الجسيم و L هي المسافة بين الجدارين. لنقم الآن باعتبار غاز أحادي البعد: هنالك العديد من الجسيمات التي تقفز على طول محور x بين الصفيحتين. من النظرية الحركية للغازات، ضغط غاز كهذا سيكون $p = nm\bar{v}^2$. الكثافة العددية للجسيمات تتناسب عكسيا مع "الحجم"، الذي هو في الحالة أحادية البعد مجرد المسافة بين الصفيحتين L ، أي $n \propto 1/L$. بسبب الثابت الأدياباتي، سرعة كل جزيء تتناسب عكسيا مع L وبالتالي، السرعة المتوسطة تتبع نفس القانون، $\bar{v} \propto 1/L$. وبالتالي، $p \propto 1/L^3$ ، أو بشكل بديل، ثابت pL^3 . هذا هو قانون الأدياباتي للغاز أحادي البعد: ثابت $pV^\gamma = 3\gamma$ ، مع $V = L$.

وما هو حتى أكثر أهمية، أنه في ميكانيكا الكم، مساحة السطح في فضاء الطور يرتبط بقاعدة التكميم الشبه كلاسيكية، $\oint p_x dx = n\hbar$. الآن، إذا كان الجهد يتغير ببطء في الزمن، سيبقى الثابت الأدياباتي محفوظا، وبالتالي سيبقى النظام عند نفس مستوى الطاقة الميكانيكي الكمي (مع نفس رقم الترتيب) كما كان في البداية (هنالك استثناءات ممكنة فقط في حالة "معبّر الانفصال *separatrix-crossing*"، مثل إذا أصبح "بئر الجهد" ضيقا جدا لدرجة أنه حالة الارتباط تختفي، ويصبح الجسم الذي كان مرتبطا بالبئر حرا).

فكرة 8: أثناء العمليات الأدياباتيكية، الجسيمات تظل عند مستويات الطاقة الميكانيكية الكمية الابتدائية. عندما نجمع هذه المشاهدات مع قانون بولتزمان، يكون من الممكن أحيانا إيجاد درجة الحرارة الجديدة.

س 15. تمدد كوننا يمكن اعتباره عملية أدياباتيكية لفوتونات إشعاع الخلفية الميكروية: الطول الموجي للفوتونات يزداد متناسبا مع المقاس الخطي للكون. كم مرة ستتغير درجة حرارة الإشعاع، إذا تضخم المقاس الخطي للكون مرتين؟ ما هو الأس الأدياباتيكي للغاز الفوتونات؟ **للعمليات الأدياباتيكية للغازات**، من المتطلب أيضا أن يكون معدل التبادل الحراري للغاز معطاه مهملا (مقارنة بتغير الطاقة الداخلية): $\Delta Q = 0$. لو تذكرنا الحركة الأدياباتيكية لجسيم بين جدارين، سنرى أن متطلب عدم وجود تبادل حراري مرتبطة بشدة مع العملية الأدياباتيكية: الجسيم لم يتلق أية طاقة خارجية غير الطاقة المتلقاة من الجدار المتحرك (التدفق الحراري يرتبط بمصدر حراري خارجي للطاقة الحركية للجزيئات)، ولم يكن هنالك أية خسارة للطاقة بسبب الاحتكاك أو أية عملية أخرى. إذن العملية الأدياباتيكية للغاز يمكن أن يكون بطيئة اعتباريا، كمبدأ، لكن في الواقع، للعمليات البطيئة جدا لن يكون من الممكن إهمال التبادل الحراري. قبل أن نقوم باشتقاق القانون الأدياباتيكي للغازات، لاحظ أنه في الأولمبيادات، هذا الاشتقاق ليس مطلوبا عادة، يكفي فحسب أن نعرف القانون.

في البداية، سنطبق 1LTD لعملية أدياباتيكية لمول واحد من الغاز، $dU = pdV$ ، حيث $dU = c_V dT$ ، أي

$$c_V dT = -pdV$$

لاحظ أنه على الرغم من أن الحجم ليس ثابتا، فإن التغير في الطاقة الداخلية يعتبر عنه بدلالة c_V . هذه هي طريقة قياسية: عند حجم ثابت، لا يوجد هنالك أية شغل مبذول وبالتالي، كل الحرارة المعطاة $c_V dT$ ستذهب للتغير في الطاقة الداخلية dU .

فكرة 9: تغير الطاقة الداخلية يمكن حسابه كـ

$$dU = c_V dT$$

نريد أن نشق علاقة بين الضغط والحجم، ولذلك سنحتاج أن نتخلص من درجة الحرارة؛ ولهذا سنقوم باستخدام قانون الغاز المثالي،

$$RT = pV$$

$$RdT = pdV + Vdp$$

هنا قمنا باستخدام قاعدة التفاضل $d(pV) = pdV + Vdp$. الآن يمكننا التخلص بسهولة من dT من هاتين المعادلتين لنحصل على

$$pdV(c_V + R) + c_V V dp = 0$$

لنلاحظ أن $c_V + R = c_p$ ، ولنعرّف المعامل الأديباتي كـ

$$\gamma = c_p/c_V$$

هذا سيسمح لنا بإعادة كتابة المعادلة الأخيرة كـ

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0$$

إذا كاملنا هذه المساواة، الحد الأول سيعطي $\int \gamma \frac{dV}{V} = \gamma \ln V = \ln V^\gamma$ ، والثاني $\int \frac{dp}{p} = \ln p$ ، بحيث أن

ثابت $\ln V^\gamma + \ln p = \ln pV^\gamma$ ، بالتالي

$$pV^\gamma = \text{ثابت}$$

لنعد الآن للغاز أحادي البعد الذي ناقشناه سابقاً؛ لديه درجة حرية واحدة، وبالتالي $c_V = \frac{1}{2}R$ و $c_p = \frac{3}{2}R$ وبهذا $\gamma = 3$ ، الذي

هو

في توافق تام مع نتيجتنا للثابت الأديباتي. لنقم بوضع ملخص لما وصلنا إليه.

حقيقة 12: القانون الأديباتي، الصالح بنفس الوقت مع قانون الغاز المثالي ثابت $pV/T = \text{ثابت}$ ، ينص على ثابت $pV^\gamma = \text{ثابت}$ ؛

بحيث $\gamma = c_p/c_V$

بدمج هذا مع قانون الغاز المثالي سنحصل على المعادلات

$$T^\gamma \propto p^{\gamma-1} \text{ و } TV^{\gamma-1} = \text{ثابت}$$

فكرة 10: للعمليات الأديباتية، الشغل المبذول يمكن حسابه عن طريق التغير في الطاقة الداخلية (بما أنه لا يوجد تبادل حراري):

$$\Delta A = \int pdV = \frac{i}{2} R \Delta T$$

لمسائل الحياة الواقعية عندما تكون الافتراضات القابلة للتطبيق ليست موضحة بشكل صريح، من المهم أن نفهم متى يمكن إهمال معدل التبادل الحراري (وحيثما تكون العملية أديباتية)، وعندما يكون التبادل سريعاً جداً بحيث تكون العملية أيزوثرمالية. من المفيد مقارنة مقاييس الزمن المميزة لزمن الاسترخاء الحراري τ_{th} (الوقت الذي يقل به فرق درجة الحرارة بمعامل e)، والزمن المميز للعملية نفسها (مثل الوقت الذي يأخذه النظام للانتقال من الحالة الابتدائية إلى النهائية). من المفيد معرفة أن زمن الاسترخاء الحراري يعتمد على مقياس النظام الخطي L ، بحيث يتناسب مع L^2 ؛ في حالة الهواء عند الظروف الطبيعية، $L \approx 1\text{cm}$ ، $\tau_{th} \approx 1\text{s}$. سننتقل الآن لمناقشة العمليات الجوية.

فكرة 11: عندما تكون الكتل الهوائية في حركة رأسية، فعادةً أثناء الصباح، وحتى أثناء وجود رياح قوية، ستخضع الحركة الرأسية للهواء للتوسع الأديباتي. هذه سينتج ما يسمى بالغلاف الجوي الأديباتي، حيث تنخفض درجة الحرارة مع الارتفاع h ،

$$p = p_0 - \rho gh, T^\gamma \propto p^{\gamma-1}$$

هنا تعبير p صالح للارتفاعات المعيارية عندما يكون التغير في كثافة الهواء ρ يمكن إهماله.

بالفعل، الكتل الهوائية كبيرة جداً وبالتالي، بغض النظر أن الهواء يرتفع ببطء، فإن زمن الاسترخاء الحراري ابطأ، وبهذا تكون العملية أديباتية. أثناء الصباح، تحدث الحركة الرأسية للهواء بسبب تسخين أشعة الشمس للأرض، التي تقوم بدورها بتسخين الهواء عبر التوصيل الحراري (لاحظ أنه بما أن الهواء شفاف، فإنه لا يمتص الضوء، وبالتالي، التسخين المباشر بواسطة أشعة الشمس مهم). الهواء المسخن له كثافة أقل من الهواء البارد عند ارتفاعات أعلى، فيبدأ بالارتفاع. عند مستوى الأرض، لا يمكن أن يكون هنالك فراغ، لذا لا بد أن يكون هنالك كتل هوائية نازلة. لذا فإن الهواء يتحرك لأعلى ولأسفل، مما ينتج مزجاً رأسياً جيداً، وغلافًا جويًا أديباتيًا. ماذا يعني أن تنخفض درجة الحرارة عند ارتفاعات عالية؟ سنتعلم هذا خلال المسألة القادمة.

س. 16: ما هي درجة الحرارة عند قمة تلة ارتفاعها $H = 200\text{m}$ إذا كانت درجة الحرارة عند قاعدة التلة $20^\circ\text{C} = t_0$ ؟ يمكنك افتراض أنه عندما تتحرك الكتل الهوائية على طول التلة، تمدد الهواء و/أو انكماشه يمكن اعتبارها أديباتيًا. ضغط الهواء عند مستوى الوادي $p_0 = 10^5\text{Pa}$ ، كثافة الهواء $\rho = 1.29\text{kg/m}^3$ والمعامل الأديباتي $\gamma = 1.4$. هذه المسألة يمكن حلها بسرعة كبيرة إذا قمنا باستخدام حقيقة أنه هنا، التغير النسبي في الضغط صغير جداً.

فكرة 12: في حالة المساواة التي تتضمن مضاربياً، مثل ثابت $a^\alpha b^\beta$ ، إذا كان التغير النسبي للمتغيرات صغيراً ($\Delta a \ll a, \Delta b \ll b$) فإنه من المناسب استخدام حسابات تقريبية بناءً على التفاضل اللوغاريتمي،

$$0 = d \ln(a^\alpha b^\beta) = \alpha \frac{da}{a} + \beta \frac{db}{b} \Rightarrow \alpha \frac{da}{a} = -\beta \frac{db}{b}$$

لو كان ارتفاع التلة كبيراً جداً، بحيث أن فرق كثافة الهواء بين قمة الجبل وقاعدته سيكون ضخماً، سيتوجب هنا استخدام توزيع بولتزمان $\mu gh \ll RT$ ، بينما $p \propto e^{-\mu gh/RT}$ ، هذا التعبير يمكن تبسيطه باستخدام الحد الخطي لمتسلسلة تايلور $e^x \approx 1 + x$ ، نفس التقريب يمكن الحصول عليه بشكل أسهل باستخدام الفكرة الآتية.

فكرة 13: إذا كان فرق الارتفاع صغيراً ولم يكن هنالك حاجة لاستخدام توزيع بولتزمان، فإن تغير الضغط الجوي يمكن إيجاده كضغط عمود الهواء $\Delta p = \rho gh$ ، حيث ρ يمكن اعتبارها كتقريب أول لتكون مستقلة عن الارتفاع.

باستخدام نتيجة هذه المسألة، سيصبح واضحاً أكثر، لماذا تكون قمم الجبال مثلجة—فعلى سبيل المثال 3km سترتبط بفرق درجة

حرارة 30 درجة. في الواقع، فرق درجة الحرارة سيبقى نوعا ما أقل بما أن الهواء الذي ينخفض على طول منحدرات الجبل سيسخن نتيجة التوصيل الحراري من سطح الجبل (أنظر أعلاه).

أثناء الجو الليلي الهادئ، الغلاف الجوي الأديباتي قد لا يمكن ملاحظته. هذا لأن سطح الأرض يخسر حرارته بواسطة الإشعاع فيبرد؛ فتبرد الكتل الهوائية السفلية نتيجة التوصيل الحراري. نلاحظ أن الإشعاع الحراري للهواء نفسه مهمل: فبكونه شفافا، لا يقوم بامتصاص الإشعاع؛ وطبقا لـ *2LTD*، الامتصاص والإشعاع ظاهرتان متماثلتان وبالتالي الهواء النقي لا يمكن أن يشع. طبقات الهواء الباردة السفلية لها كثافة أعلى وبالتالي ستتكون طبقات هوائية مستقرة: بالكاد يوجد أية حركة رأسية للهواء. ظاهرة كهذه تسمى "*inversion*" الانقلاب". في حالة الانقلاب، كل النفايات الغازية ستبقى قرب السطح، مما يعطي تلوثا هوائيا عاليا.

معادلة برنولي، ثابت $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + p =$ السرعة، v —الكثافة، ρ —الضغط، g —تسارع السقوط الحر، h —الارتفاع) هي مساواة معروفة تعبر عن حقيقة أنه في حالة التدفق المستقر، تدفق الطاقة الداخل إلى أي حجم يجب أن يكون مساويا لتدفق الطاقة الخارج من هذا الحجم: خلاف هذا، المقدار الكامل للطاقة في هذا الحجم سيبدأ بالتضخم، مما سينافش افتراض الاستقرار. على كل حال، قانون برنولي صالح فقط في حالة التدفقات اللامنضغطة. كما رأينا أعلاه، تدفقات الهواء الجوي غالبا ما تكون أديباتية، في هذه الحالة معادلة اتزان الطاقة يجب أن تأخذ بعين الاعتبار تغير الطاقة الداخلية للغاز، والشغل المبذول بواسطة التمدد.

فكرة 14: للمسائل على تدفقات الغاز المستقرة، لدينا قانونا حفظ يمكن استخدامهما. أولا، طوال خطوط التيار

$$\frac{v^2}{2} + gh + c_p T = \text{ثابت}$$

حيث $c_p = C_p/M$ هي الحرارة النوعية للغاز لوحدة الكتل عند ضغط ثابت (C_p ترمز للحرارة النوعية المولارية، و M —للكثافة المولية). هذه المساواة تعكس قانون حفظ الطاقة. بشكل آخر، إذا كانت سرعة التدفق أصغر كثيرا من سرعة الصوت وبقي تغير الكثافة طوال خطوط التيار صغيرا، $\frac{\Delta\rho}{\rho} \ll 1$ ، قانون برنولي الأصلي

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + p = \text{ثابت}$$

يمكن استخدامه أيضا.
ثانيا،

$$\rho v A = \text{ثابت}$$

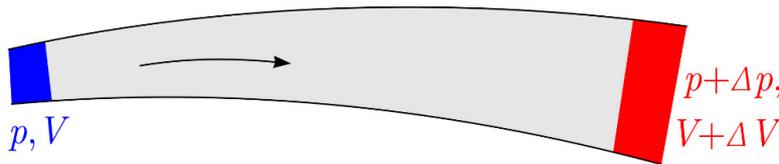
حيث A هي مساحة المقطع العرضي لأنبوب وهمي مصنوع بواسطة خطوط التيار؛ هذا يعكس حفظ الكتلة بما أن ρv تساوي كثافة تدفق الكتلة (الكتلة التي تعبر وحدة مساحة مقطع عرضي خلال وحدة زمن).

يجب أن نؤكد على أنه في حالة تدفق الغاز عندما تكون ρ ليست ثابتة، ثابت $\frac{v^2}{2} + gh + c_p T =$ ستظل صحيحة؛ وفي نفس

الوقت، قانون برنولي صالح فقط عند الحد $\frac{\Delta\rho}{\rho} \ll 1$.

حقيقة أن قانون برنولي يمكن استخدامه عند الحد $\frac{\Delta\rho}{\rho} \ll 1$ ليست في الحقيقة واضحة. نعم، قانون برنولي مشتق من اتزان الطاقة:

الشغل المبذول بواسطة الضغط يتحول إلى طاقة حركية و/أو وضع. على كل حال، عندما يكون الغاز قابلا للضغط، فإنه يوجد هنالك تحول للطاقة الداخلية بسبب الانضغاط.



اعتبر إزاحة تخيلية لكمية معينة من الغاز داخل أنبوب تخيلي مصنوع من خطوط التيار كما هو موضح في الشكل: لنفترض أنه قبل الإزاحة، حجم الغاز هذا استحل المنطقة المظللة بالأزرق والرمادي. نتيجة للإزاحة، الآن يستحل المنطقة المظللة بالرمادي والأحمر. لا يوجد أي تغير في حالة المنطقة الرمادية، لكن الغاز من المنطقة الزرقاء انتقل إلى المنطقة الحمراء. التغير في الطاقة الحركية هو $\frac{m}{2}(v_r^2 - v_b^2)$ ، حيث v_b و v_r ترمزان على التوالي للسرعات عند الموقع الأزرق والأحمر. حفظ الطاقة سيكتب كـ

$$W = \frac{m}{2}(v_r^2 - v_b^2) + \Delta U$$

حيث ΔU هو التغير في الطاقة الداخلية، والشغل المبذول بواسطة الضغط الخارجي

$$W = pV - (p + \Delta p)(V + \Delta V)$$

الآن، اعتبر إزاحة أكبر للغاز—بحيث أن غاز المنطقة الزرقاء غطى كل المسافة من الأزرق للأحمر، واستحوذ على الحجم المظلل بالأحمر. أثناء هذه الإزاحة، العملية على هذا الجزء كانت أديباتية، بحيث $\Delta U = -p\Delta V$. رجوعا لمعادلة اتزان الطاقة، سيمكننا كتابة

$$\frac{m}{2}(v_r^2 - v_b^2) = V\Delta p + \Delta V\Delta p$$

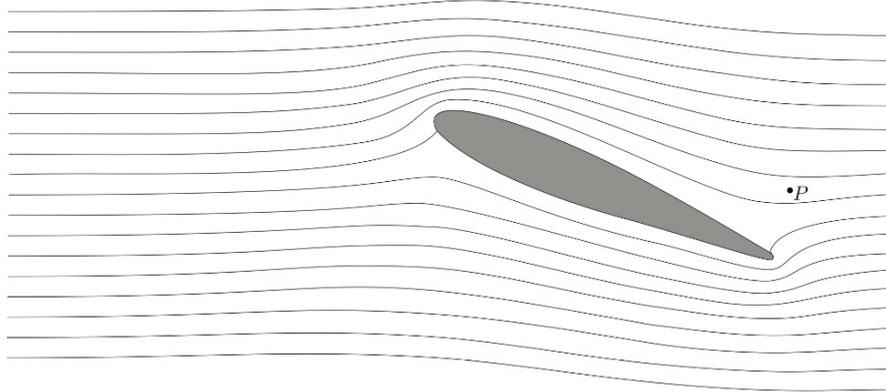
الذي سيعطي قانون برنولي إذا أهملنا الحد=الصغير تربيعيا $\Delta V\Delta p$ وافترضنا أن الكثافة عند المنطقتين الزرقاء والحمراء تقريبا متساوية، $\frac{m}{V} \approx \frac{m}{V+\Delta V}$. هذا صالح إذا كان التغير النسبي في سرعة التدفق أكبر كثيرا من التغير النسبي في الكثافة، والذي هو صحيح إذا كانت سرعة التدفق أقل كثيرا من سرعة الصوت.

عندما اشتقينا قانون برنولي، استخدمنا خدعة يمكن صياغتها كفكرة.

فكرة 15: لو كان عمود من سائل أو غاز، حبل أو قضيب، إلخ يتحرك بشكل مواز لنفسه بحيث أن الحالتين الجديدة والقديمة تتداخلان، ولم يكن هنالك سوى مناطق صغيرة حيث تتغير فيها الحالة (مثل المنطقتين الحمراء والزرقاء في الشكل أعلاه)، تغير الطاقة الكاملة (الزخم، الزخم الزاوي، إلخ) يمكن حسابه باعتبار تلك المناطق التي تغيرت فيها الحالة فقط.

$$\text{س. 17 أثبت أنه لتدفق غاز مستقر، وعلى طول خطوط التيار ثابت } \frac{v^2}{2} + gh + c_p T =$$

س. 18 في الشكل أدناه، يظهر مقطع عرضي لجناح طائرة مع خطوط التيار لتدفق الهواء حول الجناح، كما يرى في الإطار المرجعي للجناح. افترض أن (أ) تدفق الهواء ثنائي البعد تماما (أي أن متجهات السرعة للهواء تقع في مستوى الشكل)؛ (ب) نمط خطوط التيار مستقلة عن سرعة الطائرة؛ (ج) لا يوجد هنالك رياح؛ (د) الضغط الديناميكي أقل كثيرا من الضغط الجوي $p_0 = 1.0 \times 10^5 Pa$. يمكنك استخدام مسطرة لأخذ القياسات من الشكل على صفحة الحل.



(أ) إذا كانت سرعة الطائرة الأرضية $v_0 = 100 m/s$ ، ماهي سرعة الهواء v_p عند النقطة P (موضح؛ في الشكل) بالنسبة للأرض؟
(ب) في حالة الرطوبة النسبية العالية، مع ازدياد سرعة الطائرة الأرضية فوق قيمة حرجة v_{crit} ، سيتكون تيار من قطرات الماء خلف الجناح. القطرات ستشهر عند نقطة معينة Q . عِلِّم النقطة Q في الشكل على صفحة الحل. فسر كليا (باستخدام المعادلات وأقل نص ممكن) كيف حددت موقعها.

(ج) قدر السرعة الحرجة v_{crit} باستخدام البيانات الآتية: الرطوبة النسبية للهواء $r = 90\%$ ، الحرارة النوعية للهواء عند ضغط ثابت $c_p = 1.00 \times 10^3 J/kg \cdot K$ ، ضغط بخار الماء المشبع: $p_{sa} = 2.31 kPa$ عند درجة حرارة الهواء السكن $T_a = 293 K$ و $p_{sb} = 2.46 kPa$ عند $T_b = 294 K$.

فكرة 14 ستكون مفيدة عند اشتقاق سرعة الصوت c_s في الغاز. بعدها، على كل حال، سنحتاج فكرة واحدة أخرى.

فكرة 16: من أجل إيجاد سرعة الانتشار لنبضة في وسط متجانس، على سبيل المثال غاز أو حبل مشدود، من المناسب استخدام إطار مرجعي متحرك تكون فيه النبضة في سكون.

لنعتبر موجة صوت تنتشر في اتجاه محور x ؛ حينها، كثافة الهواء $\rho = \rho(x - c_s t)$. باتباع فكرة 16، سنأخذ إطارا يتحرك بسرعة c_s ، بمحور إحداثي $x' = x - c_s t$. في هذا الإطار، كثافة الاضطراب تبقى ثابتة في الزمن، $\rho = \rho(x')$. هذا يعني أنه يمكننا استخدام فكرة 14، وبهذا سنحصل على معادلتين:

$$\begin{aligned} (\rho_0 + \Delta\rho)(v + c_s) &= \rho_0 c_s \\ \frac{1}{2}(v + c_s)^2 + c_p T &= \frac{1}{2}c_s^2 + c_p T_0 \end{aligned}$$

حيث $c_s \ll v$ هي سرعة الغاز في إطار المختبر. في موجة الصوت، كثافة الاضطرابات عادة ما تكون صغيرة بحيث يمكننا افتراض أن $\Delta\rho \ll \rho$. بعد فتح الأقواس وإهمال الحدود الصغيرة تربيعيا (مثل $v\Delta\rho$ و v^2)، سنحصل على

$$c_s v + c_p \Delta T = 0, \rho_0 v + c_s \Delta\rho = 0$$

إذا كان الطول الموجي طويلا كفاية (أطول بكثير من طول متوسط المسار الحر لجزيئات الغاز)، فإن تدفق الغاز أدياباتي، بحيث أنه يمكننا ربط

$$\Delta\rho \text{ مع } \Delta T \text{ بواسطة القانون الأدياباتي ثابت } T\rho^{1-\gamma} = \text{ثابت. باستخدام فكرة 12، سنحصل على } \frac{\Delta T}{T_0} + (1-\gamma)\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = 0 \text{، بالتالي}$$

$$\Delta T = (\gamma - 1)\frac{T_0}{\rho_0}\Delta\rho$$

$$c_s v + c_p(\gamma - 1)\frac{T_0}{\rho_0}\Delta\rho = 0, \rho_0 v + c_s \Delta\rho = 0$$

حيث $c_p(\gamma - 1) = M^{-1}c_p \frac{c_p - c_v}{c_v} = M^{-1}c_p \frac{R}{c_v} = \gamma \frac{R}{M}$. هذه هي مجموعة من معادلتين خطيتين ذات مجهولين، v و $\Delta\rho$ اللذان يمكن أن يكون لهما حلول غير صفرية فقط إذا كانت المحددة صفرا (المعادلتان مستقلتان خطيا)، أي

$$c_s^2 = \gamma \frac{RT_0}{M}$$

لقد قمنا بتجاهل حقيقة مهمة عند حساب c_s : في حالة خطوط التيار المستقيمة (ما لديني في حالة الانتشار أحادي البعد/مقدمات

الموجات السطحية)، بعيدا عن حفظ الطاقة والكتلة، فلدينا أيضا حفظ الزخم الخطي للغاز.

س. 19 برهن أنه في حالة تدفق الغاز على طول خطوط تيار مستقيمة، فنتيجة لقانون نيوتن الثاني للأجزاء الغاز،

$$\rho v^2 + p = \text{ثابت}$$

يجب أن يوضح أن هذا القانون الأخير صالح فقط في حالة خطوط التيار المستقيمة: خلاف هذا، قوة الضغط الناتجة من جدران الأنبوب الوهني (المصنوع بواسطة خطوط التيار) ستؤثر على أجزاء الغاز مما سيساهم في التسارع على طول خطوط التيار.

عندما قمنا بحساب c_s ، لقد قمنا باستخدام ثلاث معادلات: قانون حفظ الطاقة، ثابت $\frac{1}{2} \rho v^2 + c_p T$ ، حفظ الكتلة

ثابت $\rho v =$ ، والقانون الأديباتي ثابت $\rho^{-\gamma} T =$. كان بإمكاننا استبدال القانون الأديباتي بقانون حفظ الزخم ثابت $\rho v^2 + p =$ ، ولكننا سنحصل على نفس النتيجة. هذا يعني أنه إذا كانت سعة اضطرابات الكثافة صغيرة، فإن المعادلات الأربعة غير مستقلة، والقانون الأديباتي يمكن اشتقاقه من الثلاثة البقية: بالتالي ما دامت سعة الموجة صغيرة، انتشار الموجة أديباتي. من الجهة الأخرى، للسعات الكبيرة الحالة لن تبقى كما هي: قوانين الحفظ الثلاثة (تعرف بشروط Rankine-Hugoniot) قد (وسوف) تكون متناقضة مع القانون الأديباتي. بالتالي، في حالة موجات الصدمة ذات السعة الكبيرة، العملية على الغاز ليست أديباتية، وجزء من الطاقة الميكانيكية ستتحول إلى حرارة.

س. 20 في حالة موجة الصدمة، منطقة ذات ضغط عالي تنتشر في غاز بسرعة أكبر نوعا ما من سرعة الصوت. اعتبر موجة صدمة تتضاعف فيها كثافة الهواء مرتين؛ بكم مرة ستكون موجة صدمة كهذه أسرع من سرعة الصوت؟

السطح بين الأبخرة والسائل

جسيمات السوائل والبلورات (الذرات، الجزيئات، الأيونات) مرتبطة ببعضها البعض بواسطة روابط كيميائية—وهي قوى تعتمد على المسافة بين الجسيمات بطريقة معقدة. بالأصل، هذه القوى لها طبيعة كهروستاتيكية: تداخل قوانين ميكانيكا الكم والتفاعلات الكهروستاتيكية بين الإلكترونات المدارية والأنيوية الذرية ينتج كون القوة بين الجسيمات دالة معقدة في الموقع والجسيمات المتفاعلة. عند مسافات صغيرة بين الأنيوية الذرية، القوة تصبح قوة تنافر (الشحنات الموجبة للأنيوية تتنافر)، عند مسافات معيارية تصبح القوة جاذبية (هذا يبقو الجسيمات مع بعضها البعض في السوائل والطور البلوري)، وعند مسافات بعيدة تضحل القوة أسرع من القانون الكهروستاتيكي r^{-2} . التجاذب عند مسافات معيارية يعني أن طاقة الوضع (بالنسبة لنقطة عند المالا نهائية) لزوج متجاور سالبة؛ ليكن متوسط طاقة الوضع لكل جسيم U_0 . عدد الجسيمات المتجاورة داخل الطور السائل أو البلوري أكبر منه للجسيمات عند السطح. كنتيجة، متوسط طاقة وضع القوى بين جسيمية للجسيمات عند السطح لكل جسيم أقل بالمقدار من U_0 ؛ لنرمز لفرق الطاقة بـ ΔU_0 . الآن يمكننا وضع استنتاجين.

أولا، زيادة مساحة سطح سائل سيزيد من عدد الجسيمات عند السطح، وبالتالي، سيزيد الطاقة الكلية للقوى الجزيئية. من الواضح أن عدد الجسيمات القريبة للسطح يتناسب مع مساحة السطح A ، وكذلك الطاقة الكلية W المرتبطة بالجسيمات عند السطح بدلا من داخل الجسم: $W = \sigma A$ ، حيث أن المعامل σ يصف القوى الجزيئية في السائل، ويسمى **التوتر السطحي**. سنناقش هذه الظاهرة في القسم القادم. ثانيا، من أجل سحب جسيم من الطور السائل، يجب أن يحصل على طاقة U_0 (هذه الطاقة مماثلة لدالة الشغل في معادلة أينشتاين للتأثير الكهروضوئي). حتى الآن لقد تعلمنا أنه في الأنظمة الديناميكية الحرارية، الجسيمات يمكن أن تكون في حالات طاقة عليا أو دنيا، ما يعني أن جسيمات السائل قد تحصل أيضا على طاقة تتعدى U_0 بسبب التفاعلات العشوائية مع الجسيمات الأخرى، مما ينتج "قفزة" من الطور السائل. هذه العملية (قفز الجسيمات خارج السائل) تنتج **التبخير**: عدد الجسيمات في الحالة السائلة سيقبل. على الرغم من هذا، توجد كذلك العملية العكوسة، **التكثف** عند سطح السائل. نعم، إذا احتوى الطور الغازي فوق سطح السائل على جسيمات السائل، فإن جسيمات البخار (التي هي في حركة عشوائية) قد تصطدم بسطح السائل و"تعلق" به.

لجسيم ماء، احتمال الحصول على طاقة إضافية تتعدى U_0 يتناسب مع $e^{-U_0/kT}$ ؛ **معدل التبخر** يتناسب مع هذه الاحتمالية وبالتالي، يزداد وبقوة مع زيادة درجة الحرارة. **معدل التكثف**، على اليد الأخرى، حساس بشكل أقل لدرجة الحرارة (يتناسب مع سرعة الجسيمات، أي مع \sqrt{T})، ويعتمد بشكل أساسي على تركيز جسيمات البخار في الطور الغازي. من الواضح أنه إذا كان معدل التبخر أكبر من معدل التكثف، فإن كمية السائل ستقل، والعكس صحيح. إذا أخذنا كمية معينة من السائل وحجزناها بشكل شديد في قارورة، فإن العمليتين ستصلان إلى اتزان: تركيز جسيمات البخار في الطور الغازي سيصل مقدارا معيناً بحيث يتساوى فيه معدل التبخر مع معدل التكثف.

تعريف 9: البخار الذي يكون له تركيز يجعل معدل التكثف مساويا لمعدل التبخر عند درجة حرارة معطاة يسمى **البخار المشبع**.

غالبا، كمية الأبخرة تقاس بالضغط الجزئي الآتي من جسيمات النوع المعطى في الطور الغازي. هذه الطريقة صالحة بفضل قانون دالتون.

حقيقة 13: قانون دالتون ينص على أن الضغط كمية تجميعية: الضغط الكلي المبدول بواسطة غاز يساوي مجموع الضغوط الجزئية:

$$p = p_A + p_B + \dots \text{ حيث } p_A \text{ هو الضغط بواسطة جسيمات النوع } A, p_B \text{ — الضغط بواسطة جسيمات النوع } B, \text{ إلخ.}$$

هذا القانون يتبع مباشرة من مبادئ النظرية الحركية الجزيئية: الضغط هو زخم الجزيئات المنقول لجدران الخزان لوحدة الزمن ولوحدة المساحة، وطبقا لقوانين الميكانيكا، الزخم كمية تجميعية (زخم نظام كامل يساوي مجموع زخوم كل أجزاءه).

رجوعا للأبخرة، البخار المشبع يوصف عادة بواسطة ضغطه، **ضغط الغاز المشبع**.

تعريف 10: الرطوبة النسبية تعرف كالنسبة بين ضغط البخار إلى ضغط البخار المشبع عند درجة حرارة معطاة.

يوجد عملية أخرى شبيهة جدا بالتبخير: **التسامي**. في حالة التسامي، الفرق الوحيد هو أن الجزيئات تذهب مباشرة من الطور الصلب إلى الطور الغازي؛ أمثلة للتسامي تتضمن الماء عند درجة حرارة أقل من 0°C ، واليود عند درجة حرارة الغرفة. في حالة التسامي، معاني ضغط البخار المشبع، ضغط البخار، والرطوبة النسبية تظل نفسها. المسألة الآتية تختبر استيعاب مبدأ ضغط التشبع.

س. 21 في الفراغ وانعدام الوزن، عند أسفل إناء أسطوانة (كوب)، يوجد طبقة من مادة صلبة. هذه الطبقة تتسامى ببطء (تتبخر من الحالة الصلبة إلى الحالة الغازية) وتدفع بالتالي الإناء للاتجاه المعاكس. كتلة الإناء هي M ، والكتلة الابتدائية للمادة هي $m \gg M$. مساحة المقطع العرضي للإناء هي A ، وضغط البخار المشبع عند درجة حرارة T هو p_0 . ما هو تسارع الإناء؟ أعط إجابة لحالتين: (أ) طول متوسط المسار الحر λ للجزيئات عند ضغط التشبع أقصر بكثير من طول الإناء، و(ب) أطول بكثير منه.

إذا كان ضغط البخار الحالي أقل من ضغط البخار المشبع (أي أن الرطوبة النسبية أقل من 100%)، فإن التبخر عند سطح السائل سيهيمن فوق التكثف، وكتلة السائل ستقل ببطء. من الجهة الأخرى، إذا كانت الرطوبة النسبية أكبر من $r = 100\%$ ، فإن التكثف سيهيمن فوق التبخر. على الرغم من هذا، وعلى عكس التبخر، التكثف يمكن أن يحصل ليس فقط عند سطح السائل الحر، بل أيضا يبدأ بتكوين قطرات. مع هذا، جزيئات البخار لا تستطيع أن تبدأ بتكوين قطرة في الفراغ كما أنه في حالة القطرة الصغيرة جدا (بحجم بعض الجزيئات)، الحالة السائلة لن تتكون بعد، وقوى التجاذب البين جزيئية ليست قوية كفاية لإبقاء الجزيئات مع بعضها البعض (طاقة الربط أقل من تلك للطور السائل، U_0). بالتالي، من أجل بدء تكوين قطرة، يجب أن يكون هنالك مركز تكثف: قد يكون جسيم غبار أو بلورة ملح صغيرة تتحرك في الهواء. إذن، حول كل مركز تكثف كهذا، ستتكون قطرة صغيرة؛ هذا هو الضباب. إذا كان هنالك عدد كافٍ من مراكز التكثف، القطرات الصغيرة "ستمتص" كل البخار الزائد، مما يقود إلى $r = 100\%$. إذا كان عدد مراكز التكثف أقل، كل القطرات ستحتاج أن تمتص الأبخرة من حجم أكبر، لذا فإن العملية ستأخذ وقتها طويلا. في حالة الهواء عالي النقاوة، عندما يكون هنالك فقط عدد قليل جدا من مراكز التكثف، لمدة معينة من الزمن $r > 100\%$ ممكنة، غاز كهذا يسمى بخارا فوق مشبع.

لنقم الآن بمناقشة التبخر عند $r < 100\%$ بتفاصيل أكثر. في حالة بخار الماء في الهواء، الهواء غالبا ما يكون جافا نسبيا، r تتراوح عادة بين 40% و 80%. هذه هي الحالة لأن السطح الحر للماء يشكل نسبة صغيرة فقط من كل السطوح: التسخين من الشمس يقلل r عبر زيادة ضغط التشبع، لكن ضغط البخار يظل بالكاد ثابتا لأنه لا يوجد مصادر للبخار (في شكل ماء سائل). حتى بالقرب نسبيا من سطوح الماء، r ستظل معتدلة: لا يوجد هنالك وقت كاف للوصول لاتزان حراري، التبخر ببطء نسبيا والهواء المتحرك يجلب كتلا هوائية جافة جديدة لسطح الماء.

على كل حال، عند طبقة ضيقة قرب سطح الماء، يتحرك الهواء ببطء بسبب الاحتكاك مع سطح الماء؛ لتكن سماكة هذه الطبقة من الهواء الشبه الراكدة δ (لاحظ أن δ تعتمد على سرعة الرياح: الرياح القوية تجعل الطبقة الراكدة أضيق). جزيئات الهواء في الطبقة الراكدة تمنع جزيئات بخار الماء من المغادرة من الدخول إلى الهواء: جزيئات الماء تصطدم غالبا بجزيئات الهواء وتتحرك عشوائيا للأمام والخلف؛ كنتيجة، سرعة مغادرة سطح الماء بطيئة مقارنة بالسرعة الحرارية. إذا كان طول متوسط المسار الحر λ لجزيئات البخار أقل كثيرا من سمك هذه الطبقة (وهذا هو الحاصل غالبا) فيمكننا بشكل منفصل اعتبار طبقة نحيلة من الهواء فوق سطح الماء مباشرة، بسمك بضعة λ (هذه الطبقة هي أسفل جزء من الطبقة الراكدة). داخل هذه الطبقة، نعتبر عمليتين: الأولى، قفز الجزيئات من الماء إلى هذه الطبقة النحيلة ومن ثم الرجوع إلى الحالة السائلة بعد القيام ببعض التصادمات مع جزيئات الهواء؛ الثانية، جزيئات البخار التي ترحل عن الطبقة الراكدة ذات السمك δ . بما أن $\delta \ll \lambda$ ، فإن الزمن المميز للعملية الأولى أقل كثيرا منه للعملية الثانية. إذا كانت عملية ما أسرع كثيرا من أخرى، فإن العملية الأسرع ستصل لشبه اتزان. بالتالي، داخل الطبقة النحيلة ذات السمك λ ، جزيئات الماء في الحالة السائلة وتلك في الحالة الغازية ستصل لشبه اتزان حراري: عدد جزيئات الماء التي ستقفز من الحالة السائلة سيكون بالكاد نفس عدد جزيئات البخار التي ستصطدم بالسطح وتعلق في السائل. مع تعريف ضغط التشبع، هذا يعني أنه داخل هذه الطبقة النحيلة، ضغط البخار سيساوي ضغط التشبع (عند درجة حرارة سطح الماء).

إذا لم يكن هنالك أي تصادمات مع جزيئات الهواء، أي أن طول متوسط المسار الحر للجزيئات طويل جدا وأن تلك الجزيئات التي تقفز من سطح السائل لا تعود أبدا، فإن معدل التبخر يمكن اشتقاقه من ضغط البخار المشبع. بالفعل، ضغط التشبع الكامل يمكن تجزئته إلى مركبتين: الزخم لوحدة الزمن ولوحدة المساحة، (أ) المتبادلة بين تلك الجزيئات التي تقفز خارج الماء مع تلك التي تظل في الحالة السائلة و(ب) المنقولة بواسطة جزيئات البخار التي تصطدم بسطح الماء فتعلق فيه إلى الماء السائل. عند الاتزان، كلا العمليتين سيكون لهما شدة واحدة، بالتالي كلاهما سيساهم بالنصف لضغط التشبع. لو كانت المركبة الثانية مفقودة، فإن ضغط البخار سيقبل إلى نصف ضغط التشبع الكلي، وشدة التبخر (عدد الجزيئات المغادرة لوحدة الزمن ووحدة المساحة) يمكن التعبير عنه بواسطة ضغط التشبع، درجة الحرارة، والكتلة المولية باستخدام النظرية الحركية للغازات.

على كل حال، في العالم الحقيقي طالما أننا لا نتعامل مع التسامي في الفراغ، جزيئات البخار لا يمكن أن تخرج بحرية من الطبقة الحدية، والعديد من الجزيئات سينتهي بها الأمر متصادمة مجددا مع سطح الماء فتتكثف عنده. حينها، معدل التبخر الفعال سيعرف بواسطة التداخل بين عمليتين: الجزيئات (أ) القافزة من سطح الماء، و(ب) المنتشرة خلال الطبقة الحدية. كما ناقشنا سابقا، مباشرة فوق سطح الماء، الماء والبخار عند اتزان، أي أن $r = 100\%$. فوق الطبقة الراكدة، حركة الهواء تجلب هواء جديدا مع رطوبة نسبية r تساوي تلك لكتل الهواء الجوي. سمك الطبقة الراكدة يعتمد بشكل أساسي على سرعة الرياح؛ طبقة أضيق تعني تدرج تركيز بخار أكبر، وبالتالي، تدفقا أكبر من جزيئات البخار، أي سرعة تبخر أعلى. بالتالي، الأشياء الضبابية تجف أسرع إذا كانت الرطوبة النسبية للهواء أقل، وإذا كانت هنالك رياح قوية.

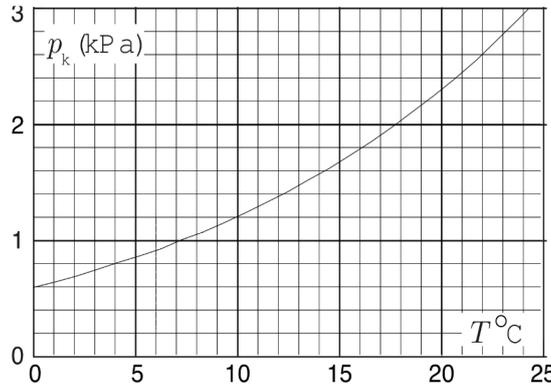
فكرة 17: إذا كان الاعتماد بين كميتين فيزيائيتين y و x معطى كرسم بياني حيث y مرسومة مع x $[y = f(x)]$ ، وقد سئلت أن تجد أي قيمة لـ $(f$ أو $f)$ يجب أن تؤخذ، وفي نفس الوقت من اعتبارات نظرية كان لديك تعبير آخر بين x و y ، على سبيل المثال $y = ax + b$ ، فإن الحل يمكن إيجاده كنقطة التقاطع بين رسمين بيانيين، $y = f(x)$ و $y = ax + b$.

بالتالي، من الكافي أن ترسم خطا $y = ax + b$ على الرسم البياني $y = f(x)$ (المعطى لك)، وأن تقرأ إحداثيات نقطة التقاطع. إذا كانت العلاقة النظرية غير خطية، فإنك ستحتاج لأن تبذل المزيد من الجهد أثناء الرسم: فإما أن تعيد رسم المنحنى $y = f(x)$ باستخدام إحداثيات أخرى—بحيث أن العلاقة النظرية ستكون خطية في هذه الإحداثيات—أو أن ترسم العلاقة النظرية على المنحنى المعطى $y = f(x)$. عموما، ليس من اللازم أن يكون الاعتماد النظري دالة خطية؛ مع هذا، فإن العلاقات الخطية ليست نادرة جدا. فعلى سبيل المثال، في حالة الدوائر الكهربائية، قوانين كيرشوف تضمن كون العلاقات خطية، أنظر إلى فكرة 22 من كتيب الدوائر الكهربائية.

س. 22 أحد طرق إيجاد الرطوبة النسبية يعتمد على أخذ القراءات من ثرمومتر جاف وآخر رطب. توجد قطعة من القماش الرطب الملفوفة حول حساس الثرمومتر الرطب. من أجل أن تعطي هذه الطريقة نتيجة دقيقة، يجب أن تنفخ ريح على الحساس الرطب (يمكنك تكوينها بواسطة مروحة). خلال هذه المسألة، يمكنك استخدام رسم بياني لضغط البخار المشبع كدالة في درجة الحرارة.

عندما تنفخ ريح على الحساس الرطب، سيكون هنالك عمليتان تؤثران على درجة حرارة الحساس: أولاً، الرياح تبعد الهواء عالي الرطوبة من قرب سطح القماش بحيث أن الماء سيتبخّر؛ ثانياً، ستزيد من تدفق الحرارة من الهواء الدافئ باتجاه الحساس البارد بواسطة إنقاص سمك طبقة الهواء الراكدة التي يتركز فيها انخفاض درجة الحرارة. لسؤال أ) يمكنك إهمال تأثير التدفق الحراري (أي افترض أن الموصلية الحرارية للهواء صغيرة جداً). فيما يأتي، افترض أن درجة حرارة الهواء $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

أ) أوجد الفرق بين درجة حرارة الثرمومتر الرطب والجاف إذا كانت الرطوبة النسبية $r = 90\%$.



ب) إذا افترضنا أن الريح تتحرك بسرعة ثابتة، فإن تدفق الحرارة من التوصيل Q_c (مقاسة بالواط) ستتناسب مع الفرق بين درجة حرارة الهواء T_0 ودرجة حرارة قطعة القماش T ، $Q_c = a(T_0 - T)$. معامل التناسب a يعتمد على شكل وحجم القماش الرطب، وكما يعتمد على سرعة الرياح. بعيداً عن تدفق الحرارة بسبب التوصيل، يوجد كذلك تدفق حراري بسبب التبخر: الجزيئات المتبخرة تأخذ معها حرارة طبقة الحرارة التبخر الكامنة. تدفق الحرارة من التبخر Q_e يتناسب مع معدل التبخر، والذي هو بنفسه يعتمد على الفرق بين ضغط التشبع (عند درجة حرارة القماش الرطب)، $p_s(T)$ ، وضغط البخار في الهواء المحيط. بالتالي $Q_e = b[p_s(T) - p_a]$ ، حيث أن المعامل b يعتمد على نفس الأشياء التي يعتمد عليها a .

على كل حال، اتضح أن النسبة a/b كمية يمكن اعتبارها ثابتة لمدى كبير من الظروف، بافتراض أن ضغط التشبع أصغر كثيراً من الضغط الجوي. هذه الكمية تعتمد ببطء على ضغط الهواء ودرجة حرارته، لكن لأي قيم معقولة لدرجة حرارة الهواء وضغطه يمكن أخذها لتساوي $a/b = 65 \text{ Pa/K}$. بالأخذ في الحسبان ما ذكر أعلاه، كم ستكون قراءة الثرمومتر الرطب إذا كان الهواء جافاً تماماً (أي أن $r = 0$)؟

ج) اشتقت تعبيراً بحيث يكون أبسط ما يمكن لإيجاد الفرق بين قراءات الثرمومتريين الرطب والجاف عند خطأ نسبي أقل من 10% يمكن تطبيقه لـ $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ولرطوبة نسبية $80\% < r < 100\%$.

د) لدينا غسالة تقوم بالتجفيف بحيث أنه لا توجد أشعة شمس ساقطة عليها مباشرة. في أحد الحالات، كانت الرطوبة 95%، في حالة أخرى كانت 80%؛ كل الظروف الأخرى متطابقة. كم مره سيكون التجفيف أسرع في الحالة الثانية؟

حقيقة 14: السائل سيبدأ بالغلين عند تحقق الشرط $p_s(T) > p_{atm}$.

بشكل معاكس، إذا كان $p_s(T) < p_{atm}$ ، فإن الضغط الخارجي لن يسمح بتوسع فقاعة: الضغط الخارجي الأكبر سيقوم دائماً بكشف الفقاعة لحجمها الابتدائي الصغير (المعروف بواسطة الحجم الشائب، أو عدد الجزيئات الغير قابلة للذوبان من غاز آخر داخلها).

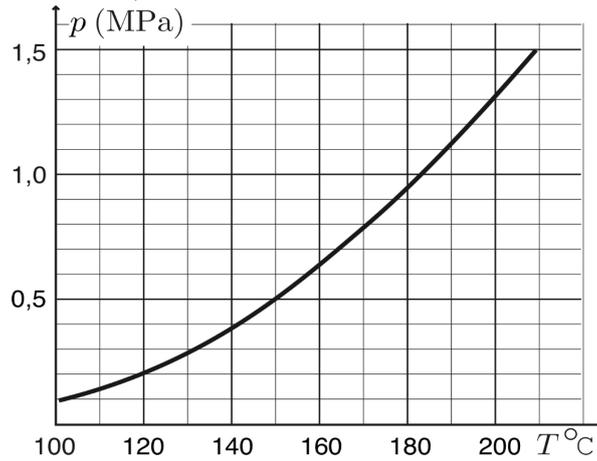
فقط السوائل شديدة النقاوة يمكن أن تكون بالكاد خالية من مراكز التبخر، في حالة يمكن أن نجد فيها ما يسمى بالسوائل الفوق مسخنة: بينما أن $p_s(T)$ أكبر قليلاً من p_{atm} ، فبسبب غياب مراكز التبخر داخل السائل، لا يحدث التبخر إلا على السطح. على الرغم من أن هذه العملية سريعة نسبياً (لا حاجة للرياح لتسريع التبخر بما أن الأبخرة يمكنها دفع الهواء بسهولة)، لا يوجد تبخر من داخل جسم الماء بشكل فقاعات، أي أنه لا يوجد غليان. هذا شبيه جداً بالبخار الفوق مشبع الذي نوقش سابقاً. إضافة إلى هذا، تحت ظروف شبيهة (سائل نقي جداً) من الممكن الحصول على سوائل فوق مبردة بحيث تكون في الطور السائل تحت نقطة الانصهار. على سبيل المثال، يمكن للماء عالي النقاوة أن يبقى سائلاً عند درجات قليلة تحت 0°C . لكل من السوائل الفوق مسخنة والفوق مبردة، الهز يمكن أن يحفز عملية تحول طور سريعة جداً: فللسائل الفوق مسخن، سيتم إطلاق الحرارة الزائدة عبر الحرارة الكامنة أثناء تبخر جزئي، وللسائل الفوق مبرد، جزء من السائل يتصلب مطلقاً طاقة كامنة ترفع درجة الحرارة لقيمة نقطة الانصهار.

يجب ملاحظة أن فوق التبريد قد يحصل أيضاً مع قطرات الماء، مما يقود إلى الظاهرة المعروفة بالصقيع: فعندما تصطدم قطرة بسطح صلب (طريقو أسلاك كهربائية، إلخ)، جزء من الماء يتصلب عند هذا السطح الصلب.

س. 23 يمكن اعتبار ينابيع الماء الحارة كخزانات كبيرة مملوءة بالماء تحت الأرض يتم تسخينها بواسطة جدران ساخنة. خزان كهذا متصل بسطح الأرض بواسطة قناة عميقة وضيقة، والتي في حالة سكون المنبع (فترة الكمون) مملوءة بماء بارد نسبياً (جدران القناة باردة ولا تسخن الماء في القناة). المنبع يصبح نشطاً عندما تبدأ المياه في الخزان بالغلين؛ أثناء فترة النشاط، القناة التي تصل بين الخزان وسطح الأرض تمتلئ بأبخرة المياه. معدل قدوم الماء الجديد للخزان ببطء جداً بحيث أن التدفق الداخل يمكن إهماله أثناء فترة النشاط (القصيرة جداً نسبياً)؛ في نفس الوقت، هذا المعدل سريع جداً بحيث أن الخزان كاملاً والقناة كاملة (إلى مستوى الأرض) يصبحان ممتلئين بالماء أثناء فترة الكمون (الطويلة جداً نسبياً).

ليكن فرق الارتفاع بين نقطتي نهاية القناة $h = 90 \text{ m}$. الحرارة الكامنة لتبخّر الماء $\lambda = 2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$ ؛ حرارته النوعية

$c = 4.2 \times 10^3 J/kg \cdot K$. العلاقة بين ضغط التشبع لبخار الماء ودرجة الحرارة مبين في الرسم البياني. أوجد نسبة الماء الذي يخسره الخزان أثناء فترة نشاط واحدة.



لو كان لدينا سطح بيبي بين سائلين، الحقيقتان 13 و 14 يجب أن تدمجا: داخل الفقاعات عند السطح البيبي للسائلين، جزيئات كل من السائلين يمكن أن تدخل الحالة الغازية. طبقا لقانون دالتون، الضغط داخل الفقاعة سيساوي $p_{1s} + p_{2s}$ ، حيث p_{1s} و p_{2s} هما ضغطا التشبع للسائلين الأول والثاني عند درجة حرارة معطاة، على التوالي.

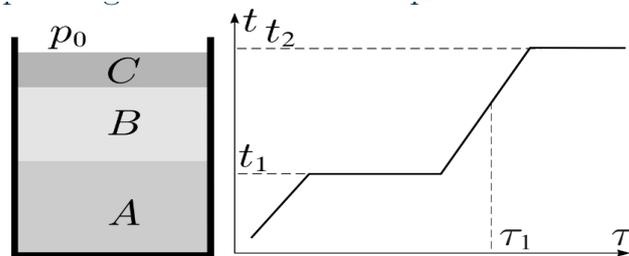
حقيقة 15: عند السطح البيبي لسائلين، الغليان قد يبدأ عند درجات حرارة أقل من درجات حرارة غليان كلا السائلين: الغليان سيبدأ عندما يتحقق الشرط $p_{1s} + p_{2s} > p_{atm}$.

س. 24 [IPhO – 1989] اعتبر سائلين A و B لا يختلطان ببعضهما البعض. الضغط p_i ($i = A, B$) لبخار التشبع لهما يخضع للعلاقة $\ln(p_i/p_0) = a_i/T + b_i$ ، حيث p_0 يرمز للضغط الجوي، T ترمز لدرجة الحرارة المطلقة للبخار، a_i و b_i ($i = A, B$) هي ثوابت تعتمد على السائل. قيم للنسبة p_i/p_0 للسائلين A و B قد أعطيت في الجدول أدناه.

T (°C)	p_A/p_0	p_B/p_0
40	0,248	0,07278
90	1,476	0,6918

(أ) أوجد درجتي حرارة الغليان للسائلين A و B تحت ضغط p_0 .
السائلان A و B تم سكبهما في إناء بحيث أن الطبقات المبينة في الشكل تكونت. سطح السائل B تمت تغطيته بواسطة طبقة نحيلة من سائل غير متطاير C ، والذي لا يذوب في السائلين A و B ، مما يمنع أي تبخر حر من السطح العلوي للسائل B ، النسبة بين الكتلتين الجزيئيتين للسائلين A و B (في الحالة الغازية) هي $g = M_A/M_B = 8$.
كتلتا السائلين A و B كانتا متساويتين في البداية، وتساويان $m = 100g$. ارتفاعات طبقات السوائل في الإناء وكثافات السوائل صغيرة كفاية بحيث أن الضغط عند أي نقطة في الإناء سيساوي تطبيقيا الضغط الجوي p_0 . نظام السوائل في الإناء يسخن ببطء ولكن باستمرار. وأصبح لدينا أن درجة حرارة السوائل t تتغير مع الزمن τ كما هو موضح في الرسم البياني.
(ب) حدد درجتي الحرارة t_1 و t_2 اللتان ترتبطان بالأجزاء الأفقية من الرسم البياني، وأوجد كتلة السائلين A و B عند الزمن τ_1 . درجات الحرارة يتوجب تقريبها لأقرب درجة (°C) وكتل السوائل يجب إيجادها لأقرب عُشر جرام.
ملاحظة: افترض أن أبخرة السوائل، مع تقريب جيد

- (1) تخضع لقانون دالتون الذي ينص على أن ضغط خليط من الغازات يساوي مجموع الضغوط الجزيئية للغازات المكونة للخليط،
- (2) يمكن معاملتها كغازات مثالية صعودا حتى ضغوط التشبع للأبخرة.



التوتر السطحي

كما رأينا في الفصل السابق، جزيئات مادة في حالة سائلة تجذب بواسطة جزيئات سائلة أخرى وبالتالي لديها طاقة وضع سالبة بالنسبة للمالانهاية. لاحظ أن جزيئات السائل هذه التي عند السطح البيبي بين الغاز والسائل تجذب فقط من ناحية السائل. بالتالي، لهذه الجزيئات، مقارنة بتلك الجزيئات في جسم الماء، عدد الجزيئات المجاورة الجاذبة أقل وبالتالي، طاقة الوضع السالبة أقل مقدارا. هذه الطاقة السالبة الناقصة يمكن تأويلها كطاقة موجبة للسطح، التي تتناسب مع عدد الجزيئات عند السطح، الذي بدوره يتناسب مع مساحة سطح السائل،

$$U = S\sigma$$

حيث أن معامل التناسب σ يسمى التوتر السطحي. عند درجة حرارة الغرفة، يأخذ قيما تتراوح بين $17mN/m$ (ثنائي إيثيل إيثر) إلى $73mN/m$ (الماء)؛ $480mN/m$ للزئبق. في حالة الماء، تراكيز صغيرة جدا من المواد المعروفة بخافضات التوتر السطحي يمكنها إنقاص التوتر السطحي مرتين أو ثلاث مرات.

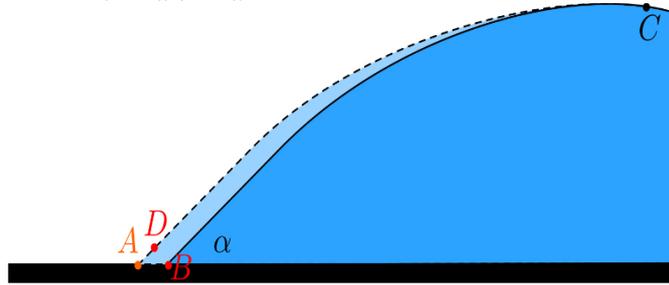
الآن، لنقم باعتبار شكل مستطيلي $a \times b$ لسطح سائل، وعملية نقوم بها بسحب الجانب a بـ Δa . عبر القيام بهذا سنزيد من مساحة السطح بـ $b\Delta a$ ، وبالتالي، طاقة السطح بـ $\sigma b\Delta a$. مع زيادة الطاقة، لابد من بذل شغل. من أجل زيادة طول الجانب a ، لقد قمنا بسحب جانب طوله b مسافة Δa . لنفترض أنه من أجل القيام بهذا، قد احتجنا قوة F . حينها، من أوازن الطاقة يمكننا مساواة الشغل المبذول $F\Delta a$ مع زيادة الطاقة $\sigma b\Delta a$ ؛ بالتالي،

$$F = \sigma a$$

أي أن σ هي القوة لوحدة الأطوال. كملخص، بشكل مشابه للشد في الحبل، يمكننا القول أننا لو صنعنا قطاعا تخيليا طوله L على السطح، فإن نصفى السطح سيجذبان بعضهما البعض بقوة $F = \sigma L$.

لاحظ أن التوتر السطحي لا يوجد فقط عند سطح السائل الحر، أي عند السطح بيني مع الهواء، بل أيضا عند السطح البيئي لسائل—سائل لسائلين غير ذاتيين في بعضهما البعض، السطح البيئي لسائل-صلب، السطح البيئي لصلب—غاز، والسطح البيئي لصلب—صلب. على كل حال، ما دام ليس لدينا أجسام ذات حجم نانوي (أو أصغر) تكون فيها النسبة بين مساحة السطح والحجم (ومعها الأهمية النسبية لطاقة السطح) كبيرة جد، فإن التوتر السطحي ليس له تأثيرات ملاحظة عند السطح البيئي لصلب—صلب وصلب—غاز بسبب حقيقة كون حجم وشكل هذه الأسطح ثابت بواسطة شكل الأجسام الصلبة. يوجد استثناء حيث تصبح طاقة السطح البيئية لصلب—غاز مهمة عندما تكون بقرب سطح بيئي لصلب—سائل وصلب—غاز. لنقم باعتبار هذه الحالة بتفاصيل أكثر.

لنعتبر خطا يجمع بين ثلاث مواد، غاز (مثل الهواء)، سائل (مثل الماء)، وصلب (مثل الزجاج الذي وضع فيه الماء). وبالتالي لدينا سطوح بيئية لسائل—صلب، صلب—غاز، وصلب—سائل؛ لتكن التوترات السطحية المرتبطة بهم σ_{s-l} ، σ_{s-g} ، σ_{l-g} . سندرس أوازن موقع الخط التلامس لهذه المواد الثلاث. سطح الصلب لا يمكن تشويبه، لذا فإن خط التلامس هذه يمكن أن يتحرك فقط على طول سطح الصلب. الآن، افترض أن طول خط التلامس L وقد حرك باتجاه الحالة السائلة من موقعه الأساسي بمسافة صغيرة $a = |AB|$ ، أنظر إلى الرسم الذي يبين مقطعا عرضيا للنظام. حينها ستزداد طاقة سطح الصلب—غاز بـ $\sigma_{s-g}aL$ ، وستقل طاقة سطح الصلب—سائل بـ $\sigma_{s-l}aL$. افترض أن سطحي السائل—غاز والسائل—صلب تصنع زاوية α ، أنظر إلى الشكل. لاحظ أن الشكل المرسوم يفترض أن الحجم الكلي للسائل كبير جدا بحيث أن حجم السائل المراح ABC المتدفق ليمين النقطة P لا يسبب تغيرا معتبرا لشكل سطح السائل في هذه المنطقة. حينها، إزاحة خط التلامس ستنتقص طاقة سطح السائل—غاز $\sigma_{l-g}aL \cos\alpha$. بالفعل، من المثلث قائم الزاوية ADB ، طول سطح السائل—غاز سينقص $\sigma_{l-g}aL \cos\alpha$ (سنهمل فرق الطول $|CB| - |CD|$ الذي يعتبر من الدرجة الثانية في المعامل الصغير $|AB|/|AC|$).



يمكننا استنتاج باستخدام أوازن الطاقة أنه من المفضل من ناحية الطاقة لخط التلامس أن يتحرك لليمين إذا $\sigma_{l-g} \cos\alpha + \sigma_{s-l} > \sigma_{s-g}$ ، ولليسار للمتباينة العكسية؛ سيكون الأوازن ممكنا فقط عند

$$\sigma_{l-g} \cos\alpha + \sigma_{s-l} = \sigma_{s-g}$$

الآن يمكننا التعبير عما يسمى زاوية التلامس α

$$\cos\alpha = \frac{\sigma_{s-g} - \sigma_{s-l}}{\sigma_{l-g}}$$

في حالة السوائل والسطوح، زاوية التلامس أكبر من 0 وأصغر من π ؛ الحالات ذات $\alpha < \pi/2$ تسمى المحبة للماء أو المبللة، والحالات ذات $\alpha > \pi/2$ تسمى الكارهة للماء أو اللامبللة. في حالة المواد المبللة المثالية، $\cos\alpha = 1$. في حالة قيم أصغر لـ σ_{l-g} سنحصل على $\cos\alpha > 1$ والذي هو مستحيل بوضوح؛ بدلا من هذا، المتباينة $\sigma_{l-g} + \sigma_{s-l} < \sigma_{s-g}$ تعني أن التوتر السطحي للغاز—صلب كبيرا جدا وأن التوترات السطحية للسائل صغيرة جدا بحيث أنه من الأفضل طاقة لقطرة أن تنتشر على سطح كامل سطح الصلب بحيث يكون مغطي كليا بطبقة رقيقة من السائل. لو أبقينا سائلا كهذا في إناء بجدران رأسية، سوف يكون من المفضل طاقة للسائل أن يتسلق الجدران: في حالة طبقة رقيقة جدا من السائل، طاقة الوضع الجاذبية ستكون مهمة. على الرغم من هذا، معدل التدفق في طبقة رقيقة جدا سيكون بطيئا جدا بسبب اللزوجة. بسبب هذا، سلوك شبيه يمكن مشاهدته فقط إذا لم يكن هنالك أية لزوجة، في حالة الموائع الفائقة (الهيليوم عند درجة حرارة منخفضة جدا).

لو كان هنالك سطوح بيئية $\sigma_{s-l} < \sigma_{s-g} + \sigma_{l-g}$ ، سيكون من المفضل طاقة إبقاء فجوة هواء ضيقة بين الصلب والسائل: السائل لن يصبح ملتصقا بالسطح، وقطرات السائل سيمكنها التحرك بدون معاوقة على طول السطح. بينما أنه لا توجد سطوح كهذه، توجد سطوح بيئية بحيث تكون $\cos\alpha$ قريبة جدا لـ -1. على سبيل المثال، زاوية التلامس للزئبق مع معظم السطوح تساوي تقريبا 140° .

س. 25. لبعض المواد الطبيعية (مثل ورق اللوتس)، ولبعض المواد المطلية بتقنيات النانو الحديثة، زاوية التلامس للسوائل ستزداد بسبب التركيب المايكروي للسطح: توجد شعيرات تحت مجهرية تقي القطرات على أطرافها وتقلل بالتالي مساحة التلامس بين السائل والمادة الصلبة. لو كانت مساحة التلامس الظاهرية لقطرة مع سطح كهذا A ، وكانت مساحة التلامس الحقيقية بسبب الشعيرات تحت مجهرية rA مع $r = 0.006$ ، ماهي زاوية التلامس؟ افترض أنه بدون الشعيرات، فإن زاوية التلامس ستكون $\alpha_0 = 110^\circ$.

لاحظ أن شرط كون الطاقة دنيا يمكن تأويله أيضا كشرط اتزان القوى للخط الذي تلتقي عنده الحالات الثلاث (نقطة A في الشكل): القوى σ_{s-g} و σ_{s-l} و σ_{l-g} (لوحة الأطوال) تسحب جزيئات السائل عند خط تلامس الحالات الثلاث على طول سطوح السائل—غاز، الصلب—السائل، الصلب—الغاز البينية. بالتالي، المساواة $\sigma_{l-g} \cos \alpha + \sigma_{s-l} = \sigma_{s-g}$ تمثل شرط الاتزان للاتجاه الأفقي (في اتجاه حركة الخط إذا كانت المساحة المحاطة بواسطة السائل ستتوسع أو تنقلص).
لنلخص ما قد تعلمناه.

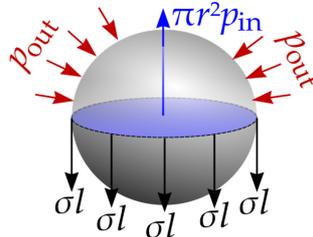
فكرة 16: السطوح البينية بين الأطوار تحمل طاقة؛ وكل سطح بيني يوصف بمعامل توتر سطحي σ يعطي المساحة لوحدة المساحة. وكنتيجة مباشرة، σ ستعطي القوة لوحدة الأطوال لقطع تخيلي للسطح البيني (يعرف بالشد السطحي أو القوة الشعرية).

الآن، لندرس الضغط الشعري الذي يعتبر الضغط المحجوز بواسطة السطح البيني الكروي ذو نصف قطر r للسائل—الهواء، مثل حالة الفقاعة داخل سائل، أو قطرة صغيرة تحوم في الهواء. لنقسم الفقاعة إلى نصفين بسطح يمر خلال مركزها، ولنعتبر اتزان القوة للنصفين. حتى نبداً، سنحتاج فكرة جديدة.

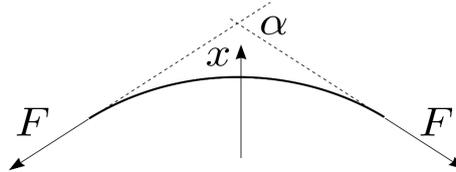
فكرة 18: من المفيد أحيانا اعتبار شرط اتزان القوة لجزء مفصول وهميا من السائل متضمنا قوة الجاذبية، قوة التوتر السطحي، والقوة الناتجة من الضغط الهيدروستاتيكي

لنعتبر على سبيل المثال، فقاعة هواء داخل سائل، ولنقطعها وهميا إلى نصفين بواسطة مستوى مسطح. الجسم الذي سنكتب له اتزان القوى يتكون من الهواء داخل نصف الفقاعة، والسطح البيني للسائل والهواء النصف كروي حوالبه. القوى المؤثرة على الجسم هي: القوة الشعرية على طول خط القطع باتجاه النصف الآخر، $F_1 = 2\pi\sigma r$ ؛ القوى الناتجة عن الضغط الهيدروستاتيكي داخل الفقاعة، $F_2 = \pi r^2 p_{in}$ ، مطبقة بواسطة النصف الآخر من الفقاعة ويدفع النصفين بعيدا عن بعضهما البعض؛ القوة F_3 الناتجة عن الضغط الهيدروستاتيكي p_{out} خارج الفقاعة المؤثر في نفس اتجاه القوة الشعرية. لاحظ أن p_{out} تؤثر على السطح المنحني بحيث أن الحسابات التي ستعطي القوة الناتجة تتطلب القيام بتكامل $p_{out} \hat{x} \cdot d\vec{S}$ ، حيث \hat{x} هي متجه الوحدة على طول محور نصف الكرة، و $d\vec{S}$ قطعة لامتناهية الصغر من السطح (مقدارها يساوي مساحة السطح، وتشير إلى الاتجاه الموازي للعمودي على السطح). على كل حال، السطح "الفعال" سيكون πr^2 . بالتالي $F_3 = \pi r^2 p_{out}$. شرط الاتزان لنصف الكرة سيكتب $\pi r^2 p_{in} + 2\pi\sigma r = \pi r^2 p_{out}$ ، بالتالي

$$p_{in} - p_{out} = 2\sigma/r$$



في حالة سطح أسطواني، يمكننا استخدام طريقة شبيهة جدا لنحصل على $p_{in} - p_{out} = \sigma/r$. على كل حال، الهندسة الأسطوانية يمكن تحليلها باستخدام طريقة مختلفة: اعتبر اتزان القوى لعنصر سطح صغير جدا (في الشكل، $\alpha \ll 1$) في الاتجاه المعامد للسطح (محور x في الشكل). قوة التوتر السطحي F ، المماسية للسطح، ستطبق لحواف العنصر السطحي، مما يعطي $F_x = -\frac{1}{2}\sigma l \sin \alpha \approx -\frac{1}{2}\sigma l \alpha$ هو طول العنصر السطحي العمودي على سطح الشكل). مساحة عنصر السطح $\Delta A = lr\alpha$ ، وبالتالي، اتزان القوة سيكتب $(p_{in} - p_{out})lr\alpha = 2F_x = \sigma l \alpha$ ، مما يعطي مباشرة $p_{in} - p_{out} = \sigma/r$. لاحظ أنه في الشكل أدناه، السطح البيني للسائل والغاز يمكن التفكير به كحبل فيه شد T ، في حالة يكون لدينا قوة عمودية لوحدة الأطوال على الحبل $n = T/R$.



أخيرا، القطعة الأخيرة توضح طريقة بالغة الأهمية وعمامة في الفيزياء، طريقة التفاضل. التفاضل له استخدامات كثيرة: فعلى سبيل المثال، في الرياضيات، نتكلم غالبا عن أخذ المشتقات والتكاملات، وحل المعادلات التفاضلية. في الفيزياء تعتبر مهارة مفيدة جدا أن تعرف كيف تظهر أن كمية فيزيائية يعبر عنها بواسطة تكامل ما (أنظر إلى فكرة 2 في كتيب الدوائر الكهربائية). لنحاول أن نعطي وصفا معينة—تلخيصا لما تم في القطعة السابقة.

فكرة 19: اعتبر أحجاما (لانهاية) الصغر (خطوطا، إلخ) واكتب اتزان القوى و/أو قوانين الحفظ لهذه الحجوم لتشتق علاقة بين كميات فيزيائية، أو معادلات تفاضلية تصف كمية فيزيائية كدالة في كميات أخرى. استغل صغر هذه الكميات: أهمل أي شيء له مرتبة أعلى من الصغر (مثل مربع كميات صغيرة).

لنلخص كذلك نتائج الضغط الشعري.

حقيقة 17: الضغط المحجوز بسبب القوى الشعري عبر سطح بيبي منحنى هو $\Delta p = 2\sigma/r$ في الهندسة الكروية، و $\Delta p = \sigma/r$ في الهندسة الأسطوانية.

ظهر أن هذه التعبيرات يمكن تعميمها لسطوح بينية اعتباطية؛ سنوفر هنا النتيجة فحسب،

$$p_{in} - p_{out} = \sigma(r_1^{-1} + r_2^{-1})$$

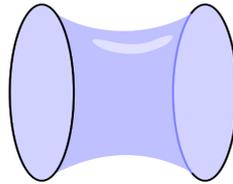
حيث r_1 و r_2 هي أنصاف أقطار الانحناء لمنحنيين عند نقطة تقاطعهم P ؛ المنحنيان مصنوعان بخطوط التقاطع بين مستويين والسطح البيبي للسائل-الهواء، بافتراض أن كل السطوح الثلاثة متعامدة مع بعضها البعض عند النقطة P . يمكن إثبات أنه بينما أن الانحناءان r_1 و r_2 يعتمدان على توجه المستويين، فإن المجموع $\sigma(r_1^{-1} + r_2^{-1})$ يظل ثابتا عند تدوير المستويين حول العمودي المرسوم خلال النقطة P للسطح البيبي للهواء-السائل.

بشكل مخصوص، حجم القطرة الهلالية، كتلة الماء التي تسقط من أنبوب الماء، إلخ. يمكن إيجادها باستخدام فكرة 18، أي من

شرط اتزان القوى لقوة التوتر السطحي وقوة الجاذبية. المسألة القادمة ستخدم كتوضيح هنا.

س 26: أسطوانة قياس لها حجم $V = 100ml$ وارتفاع $h = 20cm$. توجد خطوط مرسومة على الأسطوانة بعد كل $1ml$. افترض أن الأسطوانة تستخدم لقياس حجم الماء، وأن القراءة تؤخذ طبقا لأدنى نقطة من سطح الماء المنحني. كم الخطأ الناتج عن حقيقة كون سطح الماء منحنيا، وليس مسطحا؟ معامل التوتر السطحي للماء $\sigma = 0.073N/m$ ؛ افترض أن الماء يبيل جدران الأسطوانة بشكل مثالي.

س 27: حلقتان متحدتا المحور نصف قطرهما $R = 10cm$ وضعتا على بعد L عن بعضهما البعض. يوجد غشاء صابوني يصل بين الحلقتين كما هو موضح في الشكل. اشتق معادلة تفاضلية تصف الشكل $r(z)$ للغشاء، حيث r هي المسافة القطرية للغشاء عن محور التماثل، كدالة في المسافة z على طول المحور. برهن أن $\cosh x$ أحد حلولها. عند زيادة المسافة بين الحلقتين ببطء، عند مسافة معينة L_0 سينهار الغشاء الصابوني. أوجد L_0 .

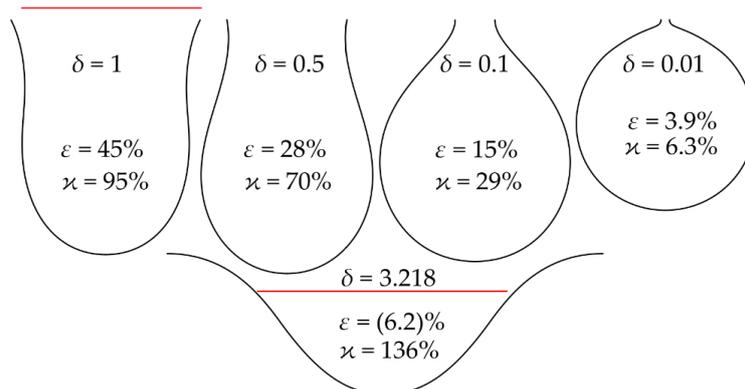


من المغربي تطبيق فكرة 18 للقطرات الساقطة من الصنبور أو الحقنة، ولربط كتلة القطرة بالقطر الداخلي للصنبور.

س 28: اعتبر قطرات تسقط من حقنة بحيث أن الحقنة وضعت رأسيا مشيرة للأسفل؛ وتم دفع الحقنة ببطء حتى تسقط قدرات السائل من حافة الإبرة (حافة الإبرة مسطحة أي أنها مقصوفة عموديا لمحورها). التوتر السطحي للسائل هو σ ، كثافته ρ ، تسارع السقوط الحر g ، والقطر الداخلي للإبرة d ($d \ll \sqrt{\sigma/\rho g}$) أوجد الكتلة m للقطرة الساقطة (أعط تصحيحا لجوابك عبر أخذ قوة الضغط الصغيرة الناتجة عن الضغط المحجوز داخل القطرة بعين الاعتبار).

هذه الطريقة بالفعل صالحة إذا كان القطر الداخلي d للصنبور/الحقنة صغيرا. على كل حال، لو لم يكن الوضع كذلك، فإن المسألة ستصبح معقدة أكثر بكثير. طبقا لاتزان القوى للشرائح الأفقية للقطرة المتضخمة، يمكن كتابة معادلة تفاضلية لإيجاد شكل القطرة. عند حقن سائل داخل القطرة، فإنها ستكبر، وشكلها سيتغير؛ وعند لحظة ما ستصل لحجم أقصى؛ ولحجم قطرة أكبر منه عند قطر الصنبور المعطى لن نجد حولا للمعادلة التفاضلية. هذه هي اللحظة التي ستسقط فيها القطرة. في الشكل أدناه، صورت أشكال قطرات ساقطة لأقطار حقن مختلفة r (موضوعة بدون وحدة، حيث $\delta = r/\lambda = \sqrt{\sigma/\rho g}$ ، حيث λ هو الطول المميز الذي يكون فيه الضغطان الهيدروستاتيكي والشعري في نفس درجة المقدار،

$$(\sigma g \lambda = \sigma / \lambda).$$



يمكن للمرء أن يلاحظ مشكلتين يمكن أن تجعل حل المسألة 28 لـ $0.5 \geq \delta$: (أ) عند حافة القطرة العلوية (حيث تتصل بالصبوبور)، جدران القطرة ليست رأسية بعد الآن (بالتالي، اتزان القوة يجب أن يتضمن جيب تمام الزاوية بين الخط الرأسى ومماس السطح)؛ (ب) قوة الضغط الناتجة عن الضغط المحجوز داخل القطرة يجب أن يحسب بشكل أدق (عبر نصف قطر الانحناء وبالتالي الضغط المحجوز يتغير مع ارتفاع القطرة). أيضاً، ليس من الواضح أي جزء من القطرة ينفصل عن الصنبور عندما تبدأ القطرة بالسقوط: من الواضح أنه أقل من كامل الحجم المبين في الشكل. الشكل أعلاه يوضح التصحيح النسبي لكتلة القطرة ϵ بسبب التأثيرات المذكورة أعلاه (لـ $0.5 = \delta$ و $1 = \delta$ ، نفترض أن الجزء الذي ينفصل كقطرة ساقطة هو الجزء أسفل الأضيق من القطرة). المعامل ϵ يظهر الفرق النسبي للضغط المحجوز عند أسفل وأعلى القطرة؛ الخط الأحمر يظهر مستوى الضغط المحجوز الصفري.

الحالة $\delta = 3.218$ (مبينة في الشكل أيضاً) تعطي أكبر قطرة (مع حسابان كل الحجم أدنى حافة الصنبور)؛ هي نفس القطرة التي تتعلق بسقف أفقي عندما يتكثف بخار ماء عليه. عند زيادة نصف قطر الصنبور، ستصبح القطرات أكثر تسطحاً، وعند $3.83 \approx \delta$ ، سيصبح ارتفاع القطرات صفراً. عندما يصبح نصف قطر الصنبور أكبر من 3.83λ ، لن يمكن للصنبور أن يحتوي ماء: بسبب ما يعرف بعدم استقرار ريليه-تايلور، الماء سيتدفق للخارج.

فكرة 20: حالات الاتزان لنظام ما يمكن إيجادها لحالة الطاقة الكلية الدنيا؛ هذا ليس صالحاً فقط للأنظمة الميكانيكية، بل أيضاً للأنظمة التي تتضمن ظواهر ديناميكية حرارية (كهرومغناطيسية، إلخ).

س. 29 سكب سائل على سطح أفقي عديم التبلل بحيث يكون حوض سباحة (طبقة من السائل). أوجد سمك الطبقة إذا كانت كثافة السائل ρ ومعامل التوتر السطحي σ . ماذا سيكون السمك لو كان سائلاً مبيلاً جزئياً، مع زاوية α بين السطح البيئي للهواء—سائل والسائل—صلب $(0 > \alpha > \pi)$ ؟

س. 30 أوجد ارتفاع الهلال في حالة مسألة 26، أي فرق الارتفاع بين أدنى وأعلى نقطة في السطح البيئي للهواء—السائل. استخدم بيانات مسألة 26؛ كثافة السائل ρ .

نهاية، فيما يخص عدم الاستقرار بسبب التوتر السطحي: أي سائل يحاول أن يأخذ الشكل الذي يعطي أقل طاقة، والذي هو في حالة انعدام الجاذبية ككرة. بسبب هذا، أي شكل آخر، مثل الأسطوانة أو المسطح (الأغشية الصابونية) غير مستقر. في حالة الشكل الأسطواني، عدم الاستقرار يتطور بسرعة؛ اعتبر المسألة التالية.

س. 31 بسبب عدم الاستقرار (يعرف بعدم استقرار بلاتيو-ريليه)، تيار الماء القادم من الصنبور سيتجزأ إلى قطرات عند ارتفاع معين. هذه العملية يمكن نمذجتها عبر عدم استقرار أسطوانة ماء طويلة عند انعدام الوزن. ليكن قطر الأسطوانة $d = 1\text{mm}$ ؛ قدر الزمن الدوري T الذي ستزداد به سعة أكبر اضطراب غير مستقر بمعامل $2.718 \approx e$. التوتر السطحي للماء $\gamma = 72\text{g/s}^2$ ، وكثافته $\rho = 1\text{g/cm}^3$.



4 الإنتروبي ودورة كارنو

النظرية الكلاسيكية في الديناميكا الحرارية بنيت حول مفهوم العمليات العكوسة.

تعريف 11: العمليات العكوسة هي العمليات التي يكون النظام فيها دائماً في شبه اتزان ديناميكي حراري (أجزاء النظام التي تكون في اتصال حراري يجب أن يكون لها نفس درجة الحرارة)، ويجب ألا تُفقد الطاقة (أي تحول الطاقة الميكانيكية إلى الحرارة) داخل النظام.

وبالتالي، النظام يستطيع أن يكون من جزئين أو أكثر معزولان حرارياً عن البيئة المحيطة بدرجات حرارة مختلفة لكل جسم، لكن كل منهما معزول حرارياً عن الآخر (لا يوجد تدفق للحرارة بينهما). متى ما كانت الحرارة تتدفق من جزء إلى آخر، فإن درجة حرارتهم يجب أن تتساوى: في تلك الحالة، اتجاه تدفق الحرارة يمكن عكسه بتغير درجات الحرارة بكمية صغيرة جداً. للعملية العكوسة المثالية، فرق درجة الحرارة يجب أن يكون متناهي الصغر، وبالتالي تغير درجة الحرارة المطلوب لعملية عكوسة يكون متناهي الصغر أيضاً. على أي حال، العملية سوف تكون متناهية البطء، بسبب أن تدفق الحرارة سوف يكون متناهي البطء أيضاً. وهكذا، العمليات الحقيقية يمكن أن تكون قريبة من العملية العكوسة، ولكن من المستحيل أن تكون عكوسة مثالية. لاحظ ذلك في العمليات العكوسة، كل الكميات (الحرارة المتبادلة، الشغل) تأخذ إشارة معكوسة. كما ذكر سابقاً، التعريف الأفضل لدرجة الحرارة يعتمد على الديناميكا الحرارية الإحصائية؛ هذا، على أي حال، يعتمد على ميكانيكا الكم، وفي فترة قبل ميكانيكا الكم، تعريف آخر بواسطة كلفن استخدم. منذ استخدام التعريف الإحصائي لدرجة الحرارة، لا حاجة للحديث عن تعريف

كلفن: في حالة درجات الحرارة الموجبة، التعريفان متماثلان. على أي حال، مناقشة مقياس كلفن لدرجة الحرارة هي تمرين مفيد، وتعطينا لمحة إضافية عن الديناميكا الحرارية.

تعريف كلفن لدرجة الحرارة يعتمد على دورة كارنو التي سوف تناقش لاحقاً بتفاصيل أكثر؛ هنا يكفي معرفة التعريف فقط.

تعريف 12: دورة كارنو هي عملية عكسية لغاز في أربعة مراحل:

(i) الغاز يتمدد أيزوثيرمالي (أي بدرجة حرارة ثابتة) مع امتصاص بطيء لحرارة Q_1 من خزان حراري عند درجة حرارة T_1 ،

(ii) الغاز يتمدد أدياباتي (أي ببساطة وبدون امتصاص أو طرد حرارة) وبالتالي انخفضت درجة الحرارة (انظر حقيقة 12) إلى درجة حرارة T_2 ؛

(iii) الغاز يتم توصيله حرارياً مع خزان حراري آخر بدرجة حرارة T_2 ؛ الغاز يطرد حرارة Q_2 للخزان الحراري ويتقلص وبالتالي التقلص أيزوثيرمالي؛

(iv) الغاز ينضغط أدياباتي إلى أن يصل درجة حرارة T_1 .

لاحظ ذلك أننا ليس لدينا تعريف كمي لدرجة الحرارة، ولكن نحن نعرف أن T_1 و T_2 مختلفتان، $T_1 > T_2$: اعتماداً على الحقيقة 2

نحن نعرف أنه إذا كانت الخزانات الحرارية تم توصيلها حرارياً، ستندفق حرارة من الأسخن إلى الأبرد.

بما أن ضغط الغاز يهبط عند التبريد (انظر القسم 3)، الشغل الميكانيكي المبذول من الغاز خلال كامل الدورة هو موجب (إسهام مرحلة

التمدد ذلك $A_1 = \int_{exp} pdV > 0$ يغلب مرحلة الانكماش $A_2 = \int_{contr} pdV < 0$). بالتالي، اعتماداً على القانون الأول للديناميكا الحرارية،

$$A_1 = Q_2 + A_1 + A_2 > Q_2. \text{ وبالتالي، النظام يعمل كمحرك حراري: فرق الحرارة يذهب كـ شغل ميكانيكي } W = Q_1 - Q_2 \text{؛ النسبة}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \text{ تسمى الكفاءة للمحرك الحراري.}$$

تعريف 13: المحرك الحراري هو الجهاز الذي يحول الطاقة الحرارية إلى شغل ميكانيكي باستخدام فرق درجة الحرارة بين الاجسام الساخنة والباردة؛ مضخة الحرارة تستخدم الشغل الميكانيكي لنقل الحرارة من جسم درجة حرارته أقل إلى جسم درجة حرارته أعلى. المحرك الحراري المثالي يعتمد على دورة كارنو؛ المضخة الحرارية تعتمد على معكوس دورة كارنو (كل الخطوات معكوسة: الانكماش يصبح تمدد، التسخين يصبح تبريد).

س. 32 أثبت ذلك أن لدورة كارنو، الكفاءة يمكن أن تعتمد على درجات الحرارة للجسمين الساخن والبارد ولا تعتمد على درجة حرارة الغاز المستخدم.

الحل هنا يعتمد على القانون الثاني للديناميكا الحرارية، الذي نصيغته كفكرة.

فكرة 21: القانون الثاني للديناميكا الحرارية يمكن أن يستخدم لإثبات التناقض المستحيل أو عدم وجود أشياء متعددة. إلى هنا، من المهم توضيح ذلك عندما نفترض بأن العكس صحيح، شخص يمكن أن يرسم مخطط تنقل الطاقة فيه من الجسم الأعلى درجة حرارة إلى الأقل عندما لا يبذل شغل. هذه المخططات غالباً تستخدم فكرة الآلات الحرارية والمضخات الحرارية المثالية.

حل المسألة 32 يمكن أن يستخدم مباشرة لإثبات جملة أعم (ومهمة جداً)، التي تصاغ كحقيقة.

حقيقة 18: أي محرك حراري عكوس (ليس من الضروري أن يعتمد على دورة كارنو) التي يأخذ الحرارة من حمام حراري مثبت على درجة حرارة T_1 ، ويعطي الحرارة إلى حمام حراري آخر مثبت على درجة الحرارة T_2 يجب أن تأخذ نفس كفاءة دورة كارنو (وهذا ما حصل)، $\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$. لأي محرك حراري غير مثالي (غير عكوس)، الكفاءة ممكن أن تكون أقل من η_c ومن المستحيل أن تكون أكبر منه.

تعبير الكفاءة يتبع مباشرة من تعريف درجة الحرارة. بالنسبة إلى المسألة 32، النسبة Q_1/Q_2 هي كمية تعتمد فقط على درجات حرارة الخزانات الحرارية. هذه الحقيقة يمكن أن تستخدم لتحديد درجات الحرارة بتعريف نسبة درجات الحرارة للجسمين مثل

$$T_1/T_2 = Q_1/Q_2$$

حيث Q_1 و Q_2 هما كميات الحرارة الممتصة والمطرودة، على التوالي، من دورة كارنو الخيالية باستخدام جسمين كخزائين ساخن وبارد. هذا تعريف كلفن لدرجات الحرارة؛ وحدة درجة الحرارة 1K معرفة بأن درجة الحرارة للنقطة الثلاثية للماء تساوي

$T_0 = 273.16 \text{ K}$. هذه القيمة T_0 مختارة عند الضغط الجوي، الفرق بين درجة غليان الماء ودرجة انصهاره تساوي 100 K. لاحظ في

$$\text{استخدام هذا التعريف، كفاءة دورة كارنو يمكن إعادة كتابتها على الصيغة } \eta_c = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

س. 33 أثبت أن الحقيقة 18 ناتجة عن الحقيقة 2.

كما ذكر، في الديناميكا الحرارية الإحصائية هو موضح مع التعريف الإحصائي لدرجة الحرارة (من قانون بولتزمان) \bar{T} ، في حالة دورة كارنو $Q_1/Q_2 = \bar{T}_1/\bar{T}_2$. هذا يعني أن تعريف كلفن وتعريف الميكانيكا الإحصائية متماثلان؛ تساوي الوحدات متحقق إذا كان الثابت k في قانون بولتزمان أخذ عند قيمة $k_B \approx 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$.

س. 34 [IPHO-1992] مصنع يعلن عن صبغة خاصة: "هذه الصبغة سوف تعكس أكثر من 90% من كل الأشعة القادمة (كل من الأشعة المرئية وتحت الحمراء) ولكنها سوف تشع عند كل الترددات (المرئية وتحت الحمراء) مثل الجسم الأسود، وبالتالي إزالة الكثير من الحرارة من القمر الصناعي. الصبغة سوف تساعد على أن يكون القمر الصناعي بارد قدر الإمكان. هل = توجد صبغة كذلك؟ لماذا أو لم لا؟

كعاقبة لهذه المسألة من خصائص الإشعاع والامتصاص لمادة أن تكون متماثلة لكامل الطيف الكهرومغناطيسي. من الممكن أن يثبت بشكل مماثل ذلك أن المادة العاكسة جزئياً يجب أن تمتص من الجانبين بنفس القيمة. من المحتمل أن يبدو زجاج النوافذ الداكنة أكثر شفافية عند النظر من داخل غرفة مظلمة، ولكن هذا مجرد وهم فقط: عند النظر من الخارج، نسبة صغيرة من الأشعة المنعكسة الوفيرة القادمة من الخارج يمكن أن تغلب الجزء الممتص من الأشعة القادمة من الداخل، ولكن العكس غير صحيح. هذا التأثير يطور بوضع طبقات للامتصاص وطبقات للانعكاس وقلب الطبقة العاكسة للخارج. ثم، بما أن الامتصاصية الكلية متساوية من الجهتين، الانعكاسية من الخارج أكبر بسبب أنه من الخارج، الأشعة المنعكسة لا تمر عبر طبقة الامتصاص.

فكرة 22: الحقيقة (رقم 18) أن جميع المحركات الحرارية لديها نفس الكفاءة $\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ يمكن أن تستخدم لحل سلسلة من المسائل.

أولاً، هذه الفكرة تطبق لكل المسائل التي تتعامل من المحركات الحرارية إذا كانت هذه المحركات تتضمن حمامين مع درجتين حرارة مختلفتين تماماً. خاصة، يجب أن نتذكر دائماً أن الأجهزة التي تعتمد على التأثير الكهروحراري (أنظر حقيقة 20) تكون نظرياً عكوسة (بالتأكيد، تبديد أوم في بعض الأجهزة غير عكوس ويحتاج أن يخرج من حفظ الطاقة). في بعض الحالات، من الممكن حل مسألة (اشتقاق معادلة) بوضع تجربة عقلية مع محرك حراري افتراضي مناسب، أنظر المسألة القادمة.

س. 35: اشتق مساواة كلاوزيوس-كلايرون التي تربط بين مشتقة درجة الحرارة لضغط التشبع لمادة، $\frac{dp_s}{dT}$ ، بالحرارة الكامنة لتبخير λ ، درجة الحرارة T ، ضغط التشبع P_s ، والكتلة المولية μ .

بأي كمية سوف يتغير ضغط البخار المشبع للماء إذا كانت درجة الحرارة انخفضت من $T_0 = 100.0^\circ\text{C}$ إلى $T_1 = 99.9^\circ\text{C}$ ؟ الضغط الجوي $P_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ ، الحرارة الكامنة للتبخير للماء $L = 2260 \text{ KJ/Kg}$. تلميح: اعتبرها دورة كارنو حيث يكون الشغل مبدولاً بواسطة بخار الماء، وخزاناً للتبريد والتسخين مكونان من الماء، عند درجات الحرارة T_0 و T_1 ، على التوالي.

س. 36: لاحظ أن مساواة كلاوزيوس-كلايرون يمكن أن تكتب على نفس صيغة قانون بولتزمان، $P_s = P_0 e^{-U/k_B T}$ ، عوض قيمة U بدلالة المعطيات في المسألة 35، وفسرها فيزيائياً.

تعريف 14: الإنتروبي الكلاسيكي (الغير متعلق بميكانيكا الكم) S محدد فقط عبر الزيادات (يشبه طاقة الوضع):

$$\Delta S = \Delta Q/T$$

حيث ΔQ هي درجة الحرارة المعطاة للنظام، و T هي درجة حرارة النظام.

الختام: العملية الأديباتية هي عملية آيزونتروبية (أي أن الإنتروبي متساوي دائماً).

في حين أن الديناميكا الحرارية الكلاسيكية، زيادات الإنتروبي فقط هي المعروفة، في الديناميكا الحرارية الإحصائية التي تعتمد على ميكانيكا الكم، قيمة الإنتروبي المطلقة معروفة بشكل جيد؛ بشكل أوضح $S = K_B \ln N$ ، حيث N عدد الحالات الكمومية الميكانيكية المثارة حرارياً؛ بشكل أدق $S = -k_B (\ln P_i)_i$ ، حيث P_i هي احتمالية i -حالة كمومية ميكانيكية، والقوسان المحدبان يدلان على أخذ المتوسط لكل الحالات الممكنة. باستخدام هذا التعريف يمكن الوصول $\Delta S = \Delta Q/T$ ، مع اتفاق للتعريف الكلاسيكي.

من السهل إدراك أن النظام المغلق الذي يمر عملية عكوسة، يكون الإنتروبي محفوظاً. بالتأكيد، بما أن الحرارة تنتقل بين الأجزاء المختلفة على نفس درجة الحرارة بانتقال كمية محددة من الحرارة، الجزئان يحصلان على نفس الحرارة بالمحصلة وزيادة الإنتروبي متعكسة. على أي حال، في حالة العمليات غير العكوسة، اعتماداً على القانون الثاني للديناميكا الحرارية (الفكرة 2) الجزء هذا من النظام الذي يطرد الحرارة $(-\Delta Q < 0)$ لديه درجة حرارة أعلى من الجزء الآخر الذي يمتص الحرارة، $T_1 > T_2$. وبالتالي، التغير الكلي في الإنتروبي في النظام $\Delta S = \Delta Q/T_1 + \Delta Q/T_2 > 0$ هو موجب.

حقيقة 19: الإنتروبي لنظام مغلق يبقى ثابتاً في العملية العكوسة ويزداد في غير العكوسة.

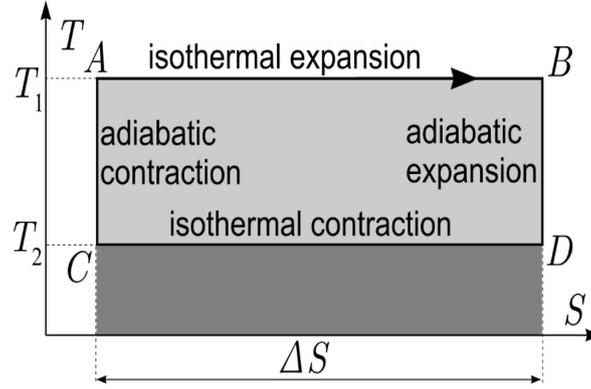
مع التعريف الإحصائي لتعريف الإنتروبي، يمكننا قول أنه عندما يتطور نظام من تلقاء نفسه، عدد الحالات الكمومية المثارة يزداد فقط. هذا يمكن إثباته باستخدام الرياضيات الإحصائية. عدد الحالات المثارة يمكن أن يفترض كمتغير يوضح درجة الرتبة: المزيد من الحالات المشغولة تؤدي إلى رتبة أقل. ولذلك، درجة الرتبة لنظام مغلق تزداد فقط. يمكنك استخدام هذا كذريعة إذا كانت غرفتك فوضوية.

أخيراً، لاحظ أن الحقيقتان 19 و 18 تصاغان بالقانون الثاني للديناميكا الحرارية، هذا مقبول حيث أنهما متماثلتين للحقيقة 2: انخفاض الإنتروبي يعني مباشرة أن الحرارة انتقلت من جسم أبرد إلى جسم أسخن.

نحن أثبتنا بالفعل التماثل بين الحقيقة 2 و 19. محرك حراري افتراضي مع $\eta_c > \eta$ ينعت بالحركة الأبدية من النوع الثاني، وهذا هو مستحيل مثل الحركة الأبدية النوع الأول (التي لا تتفق من قانون حفظ الطاقة). على أي حال، الناس يميلون إلى ثقة قوانين الإحصاء أقل من قوانين الطبيعة الأخرى (أيضاً، حتى من يرغب في شراء تذاكر اليانصيب). نتج عن ذلك عدد كبير من المحاولات الفاشلة لإنشاء حركة أبدية من النوع الثاني، ولكن بعض الألفاظ الممتعة. على الأغلب أشهرها عفريت ماكسويل: عفريت بحجم النانو يقف بجانب بوابة بين جزئين من الوعاء يفتح البوابة إذا مر جزيء سريع، ويغلقها في غير ذلك. على ما يبدو، درجة حرارة الجزء الآخر من الوعاء سوف تزداد، بالتناقض مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية. حل اللغز أن العفريت يحتاج إلى أن يحصل على المعلومات عن وصول الجزيئات ولتحقيق ذلك تحتاج إلى إرسال، على سبيل المثال، الفوتونات. على أي حال، الفوتونات المبعثرة من الذرة سوف تؤدي إلى زيادة الإنتروبي.

الآن، لنفترض دورة كارنو الأمامية والعكوسة بتفاصيل أكثر.

فكرة 23: العمليات التي تتضمن دورة كارنو تدرس بشكل نموذجي باستخدام منحنى $S - T$ ، وذلك بسبب أن العملية لها مسار مستطيلي.



بما أننا بالفعل قمنا بإيجاد كفاءة دورة كارنو بداية من تعريف كلفن لدرجة الحرارة، هيا لنفعلها، مرة أخرى، بداية من تعريف الإنتروبي باستخدام منحني $T - S$. ليكن محور S - المحور الأفقي، وطول المستطيل ΔS . اعتماداً على تعريف الأنثروبي، الحرارة الممتصة من الخزان الحار هي $\Delta Q_1 = \int_A^B T dS = T_1 \Delta S$ مساحة سطح المستطيل الرمادي-الغامق. اعتماداً على قانون حفظ الطاقة، الشغل المبذول $\Delta W = \oint_{ABCD} T dS = \Delta Q_1 - \Delta Q_2 = \Delta S(T_1 - T_2)$ هي $\Delta Q_2 = \int_C^D T dS = T_2 \Delta S$ الحرارة المعطاة للخزان البارد $\Delta Q_2 = \int_C^D T dS = T_2 \Delta S$ هي مساحة سطح المستطيل الرمادي-الغامق. اعتماداً على تعريف الكفاءة

$$\eta_c = \frac{\Delta W}{\Delta Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

دورة كارنو العكوسة لديها حركة عكس عقارب الساعة في منحنى $T-S$: كل الانكماشات تصبح تمددات (والعكس صحيح)، تدفق الحرارة ينعكس، والشغل الميكانيكي يصبح بالسالب، أي الشغل المحتاج لكي يستمر النظام. كمحرك حراري عكوس يمكن أن يستخدم لسببين: كمضخة حرارية أو ثلاجة، الغاز يأخذ الحرارة من داخل الثلاجة عند درجة حرارة T_2 ، تتدفق من الأضلع التي خلف الثلاجة وتطرد المزيد من الحرارة عند درجة حرارة الأضلع $T_1 > T_2$ ؛ المحرك الكهربائي للثلاجة يجعل العملية تستمر. كفاءة الثلاجة (تسمى غالباً كفاءة الأداء، أو COP) تعرف بالنسبة بين الحرارة Q_2 التي تؤخذ من الداخل، والشغل المبذول W من المحرك (القدرة الكهربائية المستهلكة)،

$$\eta_{fridge} = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

من هذا التعبير يمكننا أن نستنتج أن كفاءة الثلاجة يمكن أن تكون أكبر من أو أصغر من الواحد، ولكن من الصعب جداً تحقيق درجات حرارة منخفضة جداً، بسبب أن الكفاءة تنخفض مع درجة الحرارة داخل الثلاجة. المضخات الحرارية يمكن أن تفترض كثلاجة، التي أضلعها الساخنة داخل غرف معيشتنا، والتي تأخذ الحرارة من خزان الحرارة الأبرد خارج المنزل (هواء أو أرض). الآن، ما نحتاجه هو أن الحرارة الممتصة Q_1 بغرفة معيشتنا، وبالتالي كفاءة المضخة الحرارية هي

$$\eta_{HP} = \frac{Q_1}{W} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

التي هي دائماً أكبر من واحد: هي تعمل دائماً أكثر كفاءة من المشعاع الكهربائي. أخيراً، لنناقش التأثير الكهروحراري. لنبدأ مع، فلنرجع للمسألة 36: لجزيء قادر على مغادرة الطور السائل، كمية من الحرارة U يجب أن تزود هذا يعني بشكل فعال، أن جزيئات الطور السائل تمتلك طاقة وضع U بالنسبة لجزيئات الطور الغازي؛ طاقة الوضع هذه تسمى طاقة الوضع الكيميائية، وتساوي التغير في الطاقة الكلية عندما يضاف جزيء كامل للنظام (الطاقة النهائية ناقص الابتدائية). بالمثل للجزيئات في الطور السائل، الكترولونات في معدن (أشباه الموصلات، والعوازل) التي أيضاً تصف طاقة الوضع الكيميائية، غالباً تسمى مستوى فيرمي E_F . مستوى فيرمي لمادة يعتمد على درجة الحرارة؛ إذا كانت درجة الحرارة لسلك تتغير مع الطول، مستوى فيرمي سيتغير عبر الطول. نتيجة لذلك، الكترولونات تتحرك باتجاه مستويات فيرمي الأقل (طاقة وضع أقل)، منشئين فائض من الشحنات والمجال الكهربائي. أخيراً، الاتزان يتم الوصول له: جهد كهربائي سكوني يعوض عن فرق مستويات فيرمي. وبالتالي، عند الاتزان، يوجد جهد متغير حول السلك. لنلخص ذلك.

حقيقة 20: إذا سخن سلك من طرف واحد، وبرد عند الطرف الآخر حيث أن درجات حرارة طرفيه هي T_h و T_c ، على التوالي، ثم سوف يكون جهد

$$V = S(T_h - T_c)$$

بين طرفين السلك، حيث معامل سيبك S يختلف للمواد المختلفة. هذا يعرف بتأثير سيبك.

المزدوج الحراري هو جهاز مصنوع من سلكين من مادتين مختلفتين مختارين بحيث أن معامل سيبك أكبر ما يمكن. سلك من مادة A وصلت عند طرفيها، نقطتا الاتصال، إلى أسلاك المادة B ؛ إذا كانت نقطتا الاتصال وضعنا عند درجة حرارة مختلفة، قوة دافعة كهربائية تنشأ عند المحطات الخارجية للمزدوج الحراري. المزدوجات الحرارية التي تستخدم لإنتاج الطاقة الكهربائية تسمى المولدات الكهروحرارية. المزدوجات الحرارية تمتص وتطرد الحرارة عند نقطتا الاتصال، وتنفذ عمل كهربائي، وبالتالي تعمل مثل المولدات الحرارية. إذا كنا نريد عكس مثلاً مولد حراري، سوف نحتاج إلى دعم تيار من مصدر خارجي. ثم سوف نتوقع أن واحد من نقطتا الاتصال سوف تطرد الحرارة، والأخرى سوف تمتص الحرارة؛ هذا هو، بالإضافة، ماذا سوف يحدث، ويسمى ذلك تأثير بلتييه. اتجاه التيار يعرف، من أي نقطتا الاتصال سوف يمتص الحرارة. لأغلب المواد، S تأخذ قيم تظل أقل من $10 \mu V/K$ ، ولبعض المعادن مع الشوائب $30 \mu V/K$ ($70 \mu V/K$ للزئبق). ماذا يفرق في حالة المزدوج الحراري، هو الفرق في معامل سيبك للسلكين، وفي حالة زوج كروموم وكوبستانتين (نوع من المزدوجات الحرارية مصنوعة من مواد خاصة)، الفرق في درجة حرارة الغرفة هو $62 \mu V/K$. لأشباه الموصلات، S يمكن أن تصل لقيم أعلى.

الآن نستطيع أن نسأل عن، مدى تقارب العمليات العكوسة من التأثير الكهروحراري. لنظام يمر بعملية عكوسة، جميع أجزائه يجب أن تصل لحالة قريبة جداً من الاتزان الحراري. في حالة المزدوج الحراري، على أي حال، لدينا سلك يوصل نقطتا الاتصال الساخنة مع الباردة، وهذا غير عكوس تماماً. للعملية لكي تكون عكوسة، تدفق الحرارة الغير عكوسي

$$\Phi_{ir} = \frac{\kappa A}{l} (T_h - T_c)$$

(حيث κ الموصلية الحرارية، A مساحة المقطع، و l الطول) يجب أن يكون صغير مقارنة مع تدفق الحرارة العكوسي الذي يستهلك في إنتاج الطاقة الكهربائية،

$$\Phi_r = \frac{P}{\eta_c} = \frac{V^2}{R} \frac{T_h}{T_h - T_c} = \frac{S^2 (T_h - T_c) T_h}{\rho l / A}$$

وبالتالي، العملية يمكن أن تعتبر عكوسة إذا كان

$$\frac{\Phi_r}{\Phi_{ir}} = \frac{S^2 T_h}{\kappa \rho} \gg 1.$$

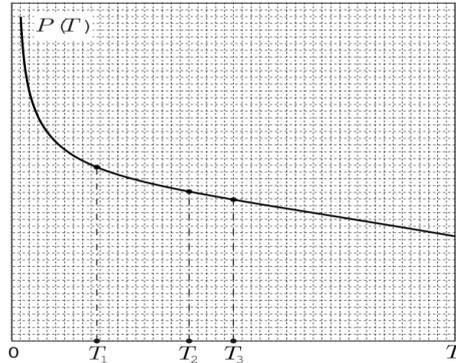
$$ZT \equiv \frac{S^2 T}{\kappa \rho}$$

حالياً المواد مع أعلى معامل فعالية تصل لقيم $ZT \approx 2.5$ ، ولكن نظرياً لا يوجد حد أقصى لقيمة ZT في حالة $ZT \approx 2.5$ ، الكفاءة العظمى لمزدوج حراري هي 30% من كفاءة دورة كارنو. هذا هو تحدي لعلماء المواد لإنشاء مواد مع معامل فعالية أعلى التي سوف تستخدم لإنشاء مولدات كهروحرارية أصغر.

س. 37 مزدوج حراري يستخدم كبطارية: واحد من مفصليه عند درجة حرارة الغرفة $T_1 = 20^\circ\text{C}$ ، الآخر ترك داخل زجاجة ماء مع ثلج، عند درجة حرارة $T_2 = 0^\circ\text{C}$. طرفاه وصلا مع مقاومة $R = 10\Omega$ ، موصله بالتسلسل مع أميتر الذي يظهر تيار $I = 10\text{mA}$. كم كمية الثلج المذابة خلال $t = 10\text{h}$ إذا كان الزجاج عازل حراري ممتاز جداً ودرجة حرارة الغرفة تبقى ثابتة؟ الحرارة الكامنة للانصهار للثلج $\lambda = 330\text{kJ/kg}$. افترض أن عمليات انتقال الحرارة في المزدوج الحراري عكوسة.

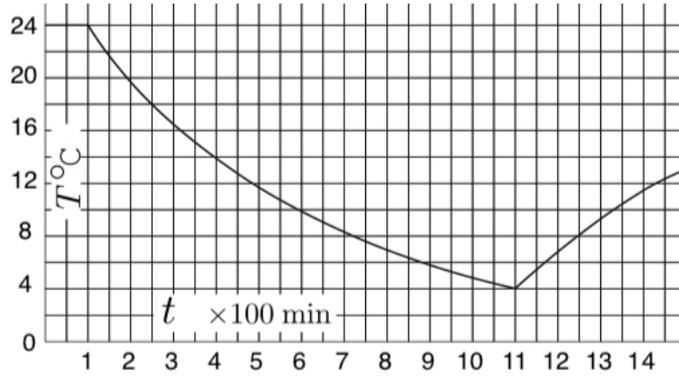
مسائل المراجعة

س. 38 يتم تسخين غرفة باستخدام جهاز تسخين بقدرته خارجة منه $P(T)$ التي تعتمد على درجة الحرارة في الغرفة T كما هو موضح في الشكل. إذا كانت درجة الحرارة في الخارج هي T_1 ثم درجة الحرارة في الغرفة سوف تصل للقيمة T_2 (انظر الشكل). عند أي ستصل درجة الحرارة في الغرفة إذا كانت درجة الحرارة في الخارج هي T_3 ؟ (أوجد الحل بيانياً باستخدام الشكل). معدل فقدان الحرارة للغرفة يتناسب مع الفرق بين درجة الحرارة في الداخل والخارج.



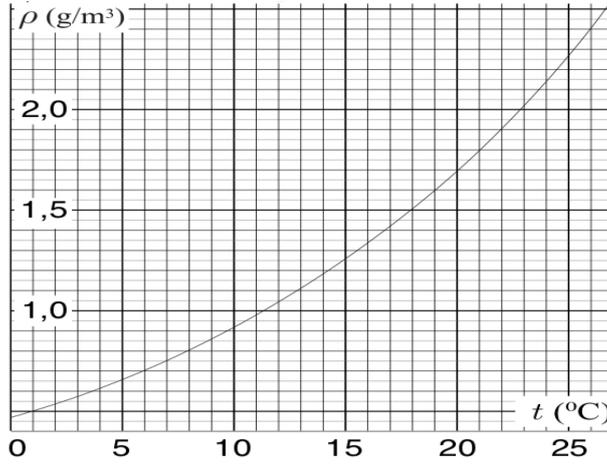
س. 39 الجهد التشغيلي لمصباح هو $V_0 = 26\text{V}$ والتيار التشغيلي هو $I_0 = 0.12\text{A}$. سلك التنجستن لهذا المصباح وهو بارد لديه مقاومة $R_0 = 24\Omega$. قرب طول l وقطر d هذا السلك. أيضاً، عند أي درجة حرارة T سوف يشع هذا السلك ضوءاً (عند العمل في النطاق التشغيلي)؟ المقاومة للتنجستن عند درجة حرارة الغرفة هي $\rho_0 = 5.3 \times 10^{-8}\Omega \cdot m$. للمعادن، المقاومة يمكن أن تتناسب مع درجة الحرارة بالكلفن. عامل التنجستن كجسم رمادي تام الذي يمتص $\kappa = 0.3$ من الأشعة الساقطة عند أي طول موجي. ثابت ستيفان-بولتزمان $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$. أهمل التمدد الحراري للسلك.

س. 40 بسبب الجو البارد، تعطل جهاز التسخين ودرجة الحرارة في الغرفة بدأت بالتناقص. مروحة تسخين تم شراءها سريعاً وشغلت. خلال ذلك الوقت، درجة الحرارة في الغرفة تغيرت مع الزمن كما هو موضح في الرسم البياني. أي درجة حرارة سيتم الوصول لها بعد مرور زمن طويل؟ درجة الحرارة في الخارج بقيت ثابتة. لاحظ أنه بسبب مواد المبنى، معدل تبادل الحرارة بين الغرفة والبيئة المحيطة الخارجية هو دالة غير خطية مع فرق درجة الحرارة.



س. 41 في أسطوانة معزولة حرارياً، مكبس يتحرك بدون احتكاك للأعلى وللأسفل. الأسطوانة قسمت إلى حجتين بجدار والاحتكاك يوصل الحرارة ببطء وهو حر الحركة معدوم الوزن، أنظر الشكل. في البداية، درجات حرارة الغاز كانت متساوية، وحجم غاز الهيدروجين كان أصغر بثلاث مرات من غاز الهيليوم. الهيليوم يمتص كمية محددة من الحرارة، لأن المكبس تحرك للأعلى بمسافة $d_1 = 5\text{cm}$. بعد الانتظار لزمن أطول، إزاحة أخرى للمكبس تم رصدها. بأي كمية واتجاه تحرك المكبس إزاحته الإضافية؟ اعتبر أن الغازات هي غازات مثالية. السعة الحرارية المولية عند ضغط ثابت هي $C_{PH_2} = 7/2 R$ لغاز الهيدروجين، و $C_{PH_e} = 5/2 R$ لغاز الهيليوم.

س. 42 اعتماداً على فكرة منتشرة، من المفيد جعل النافذة مفتوحة عند تجفيف الغسيل حتى لو كانت نسبة الرطوبة في الخارج 100%، لأن درجة حرارة الهواء الداخل تزداد وبالتالي نسبة الرطوبة تقل. لنقم بتحليل، هل هذه الحجج تبقى، عندما يكون جهاز التسخين مطفئ. لنفترض أن داخل الغرفة، هواء حجمه $V_1 = 20\text{m}^3$ من الداخل عند درجة حرارة $t_1 = 25^\circ\text{C}$ خلط مع هواء حجمه $V_2 = 10\text{m}^3$ من الخارج عند درجة حرارة $t_2 = 1^\circ\text{C}$. الحرارة النوعية للهواء (عند ضغط ثابت) $c_p = 1005\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ يمكن أن تفترض أنها ثابتة في مدى الحرارة المعطى؛ الحرارة المتبادلة مع الوسط يمكن أن تهمل. في الوقت الحاضر، يمكن أن تهمل احتمالية تكثف البخار (بشكل جزئي).
 (a) أثبت أن الحجم الكلي للهواء لن يتغير أي أن حجم الهواء المخلوط $V = V_1 + V_2$.
 (b) ما درجة حرارة الهواء المخلوط T؟



(c) الرسم البياني في الأعلى يوضح اعتمادية كثافة البخار المشبع بالماء كدالة في درجة الحرارة. قبل الخلط، الهواء الداخلي والخارجي لهم نسبة رطوبة $r_0 = 100\%$. ما هي نسبة الرطوبة للهواء المخلوط r (إذا حدث لها زيادة افتراض حالة البخار فوق المشبع مع $r > 100\%$)؟
 (d) إذا حدث ووجدت $r > 100\%$ ثم البخار فوق المشبع سوف يتحول إلى ضباب يحمل قطرات صغيرة من الماء. في تلك الحالة، ماهي كتلة الماء m التي تكثفت (أي الكتلة الكاملة لقطرات الماء)؟ كثافة الهواء $\rho_0 = 1.89\text{ kg}/\text{m}^3$ ؛ الحرارة الكامنة للتبخير الماء هي $q = 2500\text{ kJ}/\text{kg}$.

س. 43 يحتوي الوعاء الأسطواني، مع محوره العمودي، على غاز جزيئي عند الاتزان الديناميكي الحراري. يمكن إزاحة القاعدة العلوية للأسطوانة بحرية وهي مصنوعة من لوح زجاجي؛ لنفترض أنه لا يوجد تسرب للغاز وأن الاحتكاك بين اللوح الزجاجي جدران الأسطوانة لا يكفي إلا للتذبذب المخمد ولكن لا ينطوي على أي فقد كبير للطاقة فيما يتعلق بالطاقات الأخرى المعنية. في البداية تكون درجة حرارة الغاز مساوية لدرجة حرارة البيئة المحيطة. يمكن اعتبار الغاز مثاليًا ضمن تقريب جيد. لنفترض أن جدران الأسطوانة (بما في ذلك القواعد) لديها سعة وموصلية حرارية منخفضة للغاية، وبالتالي فإن نقل الحرارة بين الغاز والبيئة المحيطة بطيء للغاية، ويمكن إهمالها في حل هذه المسألة. من خلال اللوح الزجاجي نرسل إلى الأسطوانة الضوء المنبعث من ليزر بطاقة ثابتة؛ وينتقل هذا الإشعاع بسهولة عن طريق الهواء والزجاج، ولكن يتم امتصاصه بالكامل بواسطة الغاز الموجود داخل الوعاء. من خلال امتصاص هذا الإشعاع، تصل الجزيئات إلى حالات مثارة، حيث تنبعث منها الأشعة تحت الحمراء بسرعة وتعود في خطوات إلى الحالة الأرضية الجزيئية؛ هذا الإشعاع هو تحت الحمراء، ومع ذلك، يتم امتصاصه من قبل جزيئات أخرى وينعكس من خلال جدران الوعاء، بما في ذلك اللوح الزجاجي. وبالتالي يتم نقل الطاقة الممتصة من الليزر في وقت قصير جداً إلى حركة

- حرارية (الفوضى الجزيئية) وبعد ذلك تبقى في الغاز لفترة طويلة جداً. نلاحظ أن اللوح الزجاجي ينزاح صعوداً للأعلى؛ بعد مرور فترة زمنية معينة من التشعيع نقوم بإطفاء الليزر ونقيس هذا النزوح.
- (a) باستخدام البيانات أدناه و-إذا لزم الأمر- تلك الموجودة على ورقة الثوابت الفيزيائية، قم بحساب درجة الحرارة وضغط الغاز بعد التشعيع.
- (b) احسب الشغل الميكانيكي الذي قام به الغاز نتيجة امتصاص الإشعاع.
- (c) احسب الطاقة المشعة الممتصة أثناء التشعيع.
- (d) احسب القدرة المنبعثة من الغاز التي امتصها الليزر، والعدد المقابل من الفوتونات (وبالتالي عمليات الامتصاص الأولية) لكل وحدة زمنية.
- (e) احسب كفاءة عملية تحويل الطاقة الضوئية لتغير في طاقة الوضع الميكانيكية للوح الزجاجي.
- (f) بين ما إذا كان ضغط / أو درجة حرارة الغاز تتغير نتيجة لهذا التناوب، وإذا كان هذا هو الحال، فما هي قيمتهما الجديدتين أو قيمة أحدهما الجديدة.

البيانات: ضغط الغرفة: $p_0 = 101.3 kPa$ ؛ درجة حرارة الغرفة: $T_0 = 20.0^\circ C$ ؛ القطر الداخلي للأسطوانة: $2r = 100 mm$ ؛ كتلة اللوح الزجاجي: $m = 800 g$ ؛ كمية الغاز داخل الوعاء: $n = 0.100 mol$ ؛ الحرارة النوعية المولية عند حجم ثابت: $c_V = 20.8 J / (mol \cdot K)$ ؛ الطول الموجي لإشعاع الليزر: $\lambda = 514 nm$ ؛ زمن التشعيع: $\Delta t = 10.0 s$ ؛ إزاحة اللوح المتحرك بعد التشعيع: $\Delta S = 30.0 mm$.

س 44. يتم ضخ إطار باستخدام مضخة يدوية. يبين المانومتر أن الضغط الزائد (الاختلاف بين الضغط داخل وخارج) هو $P_1 = 2 \times 10^5 Pa$ ، ضغط الهواء $P_0 = 1 \times 10^5 Pa$. أوجد درجة حرارة الهواء الذي يدخل الإطار من خلال الصمام. المضخة لديها اثنين من الصمامات. واحد منهم يُدخل الغاز في المضخة من الجو. يتم فتحه بمجرد أن يصبح الضغط داخل المضخة أقل من P_0 ، ويغلق بمجرد أن يصبح أكبر من P_0 . والآخر يخرج الغاز من المضخة إلى الإطار؛ يتم فتحه بمجرد أن يصبح الضغط داخل المضخة أكثر من الضغط داخل الإطار، ويغلق بمجرد توقف هذا الشرط. درجة حرارة الغرفة $T_0 = 20^\circ C$.

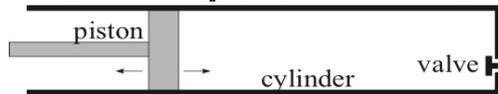
س 45. المكونات الرئيسية لمحرك السيارة هي: اسطوانة، مكبس يتحرك بداخله، وصمام لإدخال الغازات داخل وخارج الاسطوانة. تتكون دورة تشغيل المحرك من المراحل التالية:

- I. دخول الغاز: يتحرك المكبس من الوضع الموجود في أقصى اليمين إلى اليسار؛ الهواء النقي يأتي من خلال الصمام ويملأ الاسطوانة.
- II. زيادة الضغط: يغلق الصمام، ويتحرك المكبس إلى الوضع في أقصى اليمين؛ الهواء مضغوط أدياباتياً.
- III. العمل: يتم حقن الوقود في الاسطوانة، ويتم إشعاله. قد تفترض أن الوقود يحترق على الفور. يبدأ الغاز بالتمدد ويدفع المكبس إلى أقصى اليسار.
- IV. التخلص من الغاز: يتم فتح الصمام وتحريك المكبس إلى اليمين ويتم إخراج الغاز من الاسطوانة. تبدأ العملية المتكررة بشكل دوري.

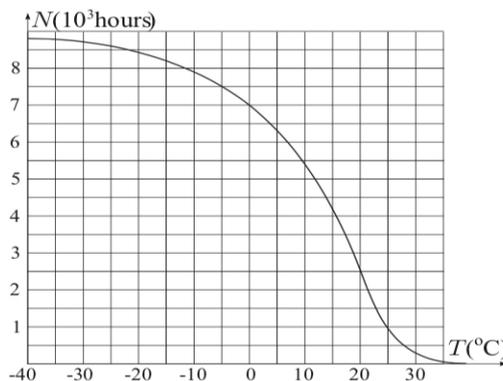
(a) أرسم منحنى $P - V$ لدورة كاملة.

(b) أوجد الكفاءة.

البيانات. الأس الأدياباتي للهواء $\gamma = 1.4$. معامل الانضغاط يحدد بالنسبة بين أكبر وأصغر حجم للأسطوانة، $\kappa = V_l / V_s$ ؛ هنا $\kappa = 10$. أهمل الاحتكاك عندما يتحرك المكبس. عدد جزيئات الوقود أقل بكثير من عدد جزيئات الهواء داخل الاسطوانة. يعتبر الهواء غازاً مثاليًا، حيث يحتوي مول واحد على طاقة داخلية تساوي $U = c_V T$ ، حيث تكون c_V هي السعة الحرارية المولية عند حجم ثابت.

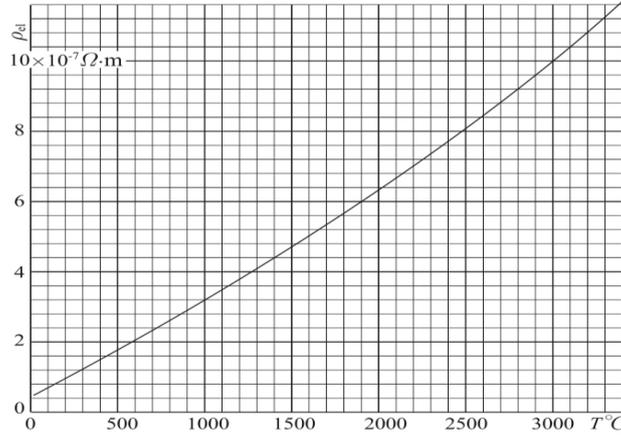


س 46. تحتاج غرف تخزين الأرشيف إلى درجة حرارة ثابتة $T = 15^\circ C$ طوال العام. أوجد نفقات الكهرباء السنوية اللازمة للحفاظ على درجة الحرارة هذه إذا كان معدل تبادل الحرارة في جميع جدران المبنى $P = C \Delta T$ ، حيث $C = 200 W / K$ و ΔT هو فرق درجة الحرارة داخل غرفة التخزين وخارج المبنى. من أجل تنظيم درجة الحرارة داخل الغرفة، يتم استخدام المضخة الحرارية؛ يمكن أن تعمل المضخة الحرارية أيضًا كمكيف هواء. إذا تم استخدام الجهاز كمكيف هواء (لتبريد الغرفة)، فإن الكفاءة $\eta_c = 10$ (يشار إليه عادة باسم معامل الأداء، COP ، هذا هو نسبة قدرة التبريد إلى القدرة الكهربائية المستهلكة)؛ إذا تم استخدام مضخة الحرارة (للتدفئة)، الكفاءة هي $\eta_h = 6$ (COP)، نسبة قدرة التسخين إلى القدرة الكهربائية المستهلكة). يصور منحنى $T - N$ المرفق عدد الساعات في السنة (N) كانت درجة حرارة الهواء الخارجية أعلى من T . تكلفة الطاقة الكهربائية هي $c = 0.1 EUR / kWh$.



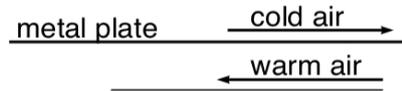
س. 47 باستخدام الافتراضات والبيانات العددية في المسألة 3، وكثافة التنجستن عند درجة حرارة الغرفة $\rho = 19\,250\text{ kg/m}^3$ ، أجب عن الأسئلة التالية.

- (a) يتم تطبيق جهد مباشر أصغر من الاسمي $U_0 = 3\text{ V}$ على طرفي لمبة الهالوجين. كم من الوقت يستغرق لقطب التنجستن ليصل درجة الحرارة $T_1 = 40^\circ\text{C}$ بدءاً من درجة حرارة الغرفة $T_r = 20^\circ\text{C}$ ؟
- (b) بطريق الخطأ، يتم تطبيق جهد DC كبير جدا $U_1 = 120\text{ V}$ على طرفي المصباح. كم من الوقت يستغرق الوصول إلى درجة حرارة الانصهار $T_2 = 3410^\circ\text{C}$ من التنجستن؟ يمكن إهمال فقدان الحرارة، وكذلك اعتماد الكثافة والحرارة النوعية للتنجستن على درجة الحرارة؛ استخدام الرسم البياني الذي يصور مقاومة التنجستن كدالة لدرجة الحرارة.

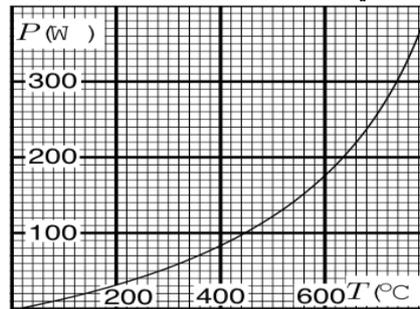


س. 48

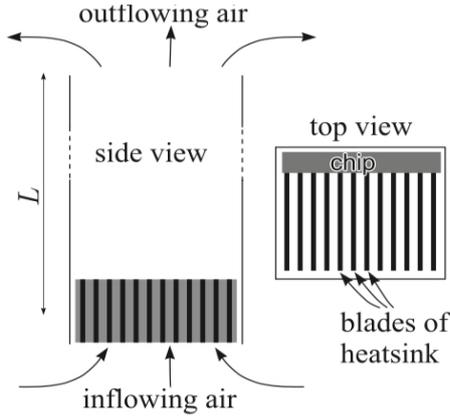
- (a) اعتبر نموذجاً مبسطاً لنظام التهوية الجوية للمنزل باستخدام مبادل حراري سلبي. يتكون المبادل من صفيحة معدنية طولها x وعرضها y وسمكها d يقسم القناة الهوائية إلى نصفين، واحد للهواء البارد الوارد، وآخر للهواء الدافئ الخارج. كلتا القناتين لهما سمك ثابت h ، سرعة تدفق الهواء v انظر الشكل. التوصيل الحراري للمعادن هو σ (تدفق الحرارة من خلال وحدة مساحة من لوحة لكل وحدة زمنية، على افتراض أن تنخفض درجة الحرارة بمقدار درجة واحدة لكل وحدة سمك اللوحة). السعة الحرارية النوعية للهواء عند ضغط ثابت هي c_p ، كثافة الهواء ρ (أهمل الاعتماد على درجة الحرارة). قد تفترض أن الهواء مختلط بشكل مضطرب في القناة، بحيث أن درجة حرارة الهواء الداخل والخارج T_{in} و T_{out} لا تعتمد إلا على الإحداثي x (يتم أخذ الموازي لمحور- x إلى سرعة التدفق)، أي $T_{in} \equiv T_{in}(x)$ و $T_{out} \equiv T_{out}(x)$. بافتراض أن درجات الحرارة الداخلية والخارجية هي T_0 و T_1 ، على التوالي، ما درجة حرارة T_2 للهواء الوارد عند مدخل الغرفة؟



- (b) المرفقة هي رسم بياني لمعدل التبادل الحراري P لسلك السخان الكهربائي كدالة في درجة الحرارة (على افتراض أن درجة حرارة الغرفة هي $T_0 = 20^\circ\text{C}$). درجة حرارة التشغيل للسلك هي $T_1 = 800^\circ\text{C}$. عند إغلاق المدفأة؛ ائثر على الوقت الذي بعده تنخفض درجة حرارة السلك إلى $T_2 = 100^\circ\text{C}$. السعة الحرارية للسلك هي $C = 10\text{ J/K}$



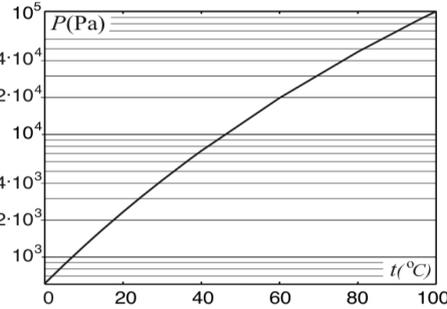
- س. 49 اعتبر نظام التبريد السلبي الموضح في الشكل. الهواء البارد (في الظروف العادية: $T_0 = 293\text{ K}$ ، $p_0 = 105\text{ Pa}$) يتدفق فوق بالوعة حرارية لشريحة تبديد طاقة $P = 100\text{ W}$ ، في أنبوب عمودي بطول $L = 1\text{ m}$ ومساحة المقطع العرضي $S = 25\text{ cm}^2$. بعد عبور الأنبوب، يدخل الهواء إلى الغرفة المحيطة. افترض أن الهواء داخل الأنبوب يصبح مختلطاً جيداً؛ أهمل احتكاك اللزوجة والاضطراب للهواء داخل الأنبوب وبالوعة الحرارة. يمكن اعتبار الهواء غازاً مثالياً مع الأس الأديباتي $\gamma = 1.4$ والكتلة المولية $\mu = 29\text{ g/mol}$ ؛ الثابت العام للغازات $R = 8.31\text{ J/(K.mol)}$.



- (a) عبر عن السعة الحرارية عند ضغط ثابت c_p عن طريق الكميات R و γ .
 (b) أوجد العلاقة بين كثافة الهواء الخارجة ρ ودرجة الحرارة T (قد تحتوي العلاقة أيضًا على المعاملات المحددة أعلاه).
 (c) أوجد العلاقة بين سرعة تدفق الهواء في الأنبوب v وكثافة الهواء الخارجة ρ (قد تحتوي العلاقة أيضًا على المعاملات المحددة أعلاه).
 (d) عبر عن تبديد الطاقة P من حيث سرعة تدفق الهواء v ، ودرجة حرارة الهواء الخارج T ، والكثافة ρ (العلاقة قد تحتوي أيضًا على المعاملات المحددة أعلاه).

- (e) ما هي درجة الحرارة T للهواء الخارج؟ في حساباتك الخاصة، يمكنك استخدام تقريب $T - T_0 \ll T_0$.
 س. 50. يتم تخزين الجليسرول في وعاء مغلق بإحكام من حجم $LV = 1$. داخل الجليسرول، هناك فقاعة هواء بحجم $w = 1ml$. في درجة الحرارة $T_0 = 20^\circ C$ ، والضغط داخل الوعاء هو $p_0 = 1 atm$. معامل التمدد الخطي لمادة الوعاء صغير جدًا وجدران الوعاء سمكية. معامل التمدد الحجمي للجليسرول هو $\alpha = 5.1 \times 10^{-4} K^{-1}$. يمكن اعتبار الهواء غاز مثالي.
 (a) اعثر على اعتماد الضغط داخل الزجاج كدالة في درجة الحرارة.

- (b) في أي درجة حرارة وما السبب المادي في أن المساواة التي حصل عليها لن تكون صالحة بعد الآن؟
 س. 51. يتم تعقيم زجاجة عصير في درجة الحرارة $t_1 = 80^\circ C$ بحيث يوضع غطاء خفيف على حافة زجاجة (يمكن للغاز الزائد الخروج بحرية من الزجاجة، ولكن في الهواء في الخارج لا يمكن أن يأتي). ثم يتم إغلاق الغطاء بإحكام بحيث لم يعد الهواء يدخل ويخرج من الزجاجة؛ الغطاء صلبة وتشوها بسبب الضغط الزائد يمكن إهماله. يتم تبريد الزجاجة إلى درجة حرارة الغرفة $t_2 = 20^\circ C$. ما هو الضغط تحت غطاء الزجاجة؟ افترض أن الخصائص الفيزيائية للعصير متطابقة مع الماء. يتم وصف ضغط بخار الماء المشبع كدالة في درجة الحرارة كما هو موضح في الرسم البياني. الضغط الجوي $P_0 = 1.01 \times 10^5 Pa$.

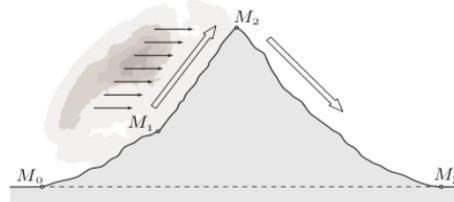


- س. 52. يتدفق الهواء الرطب أدياباتيا عبر سلسلة جبال كما هو موضح في الشكل. قيست ضغوط جوية متساوية $p_0 = 100 kPa$ عند المحطات الأرصاد الجوية M_0 و M_3 وضغط جوي $p_2 = 70 kPa$ عند المحطة M_2 . درجة حرارة الهواء في M_0 هي $t_0 = 20^\circ C$. عندما يكون الهواء صاعدًا، يتشكل السحاب عند $p_1 = 84.5 kPa$. اعتبر أن كمية الهواء الرطب التي تتصاعد الجبل هي 2000 كغ لكل متر مربع. هذا الهواء الرطب يصل إلى سلسلة الجبال (محطة M_2) بعد 1500 ثانية. خلال هذا الارتفاع، ترسبت كمية من $m = 2.45g$ من الماء لكل كيلوغرام من الهواء كقطر.

- (a) حدد درجة الحرارة T_1 في M_1 حيث يتشكل سقف السحابة
 (b) ما الارتفاع h_1 (عند M_1) فوق المحطة M_0 لسقف السحابة على افتراض أن انخفاض كثافة الغلاف الجوي خطي؟
 (c) ما هي درجة الحرارة T_2 التي تقاس في قمم سلسلة الجبال؟
 (d) حدد ارتفاع عمود الماء (مستوى هطول الأمطار) الذي ترسب من تيار الهواء خلال 3 ساعات، بافتراض وجود أمطار متجانسة بين النقطتين M_2 و M_1
 (e) ما هي درجة الحرارة T_3 التي قيست في الجزء الخلفي من سلسلة الجبال في المحطة M_3 ؟ ناقش حالة الجو في المحطة M_3 بالمقارنة مع المحطة M_0 .

تلميحات وبيانات. يجب التعامل مع الغلاف الجوي كغاز مثالي. يجب إهمال تأثيرات بخار الماء على السعة الحرارية النوعية وكثافة الغلاف الجوي؛ وينطبق الشيء نفسه على اعتمادية درجة الحرارة على الحرارة الكامنة النوعية للتبخر. يجب تحديد درجات الحرارة بدقة $1K$ ، ارتفاع

سقف السحابة بدقة تصل إلى $10m$ ، ومستوى الترسيب إلى دقة $1mm$. السعة الحرارية النوعية للغلاف الجوي في نطاق درجة الحرارة المناسب: $cp = 1005 J / (kg.K)$. كثافة الهواء في المحطة M_0 (أي ل T_0 و p_0) هي $\rho_0 = 1.189 Kg / m^3$. الحرارة الكامنة النوعية لتبخر الماء داخل حجم السحابة: $q_V = 2500 kJ / kg$ ؛ تسارع السقوط الحر $g = 9.81 m / s^2$. الأس الأديباتي لكل من الهواء الرطب والجاف $\gamma = c_P / c_V = 1.4$.



س. 53 في رواية خيال العلمي، الوضع التالي هو وصف هنا. هناك حالة طائرة على متن سفينة الفضاء حصلت عن طريق حادث لرائد الفضاء لمسافة $L = 100m$ من السفينة الفضائية. لديه فنجان مع ماء متصلب (الجليد) ويستخدم التسامي (التبخر) من الجليد للعودة إلى سفينة الفضاء. قدر، كيف هي واقعية هذه الطريقة. قد تفترض أن التسامي يحدث في درجة حرارة ثابتة $T = 272 K$ ، التي من خلالها ضغط الأبخرة المشبعة هو $P = 550Pa$. قرب أبعاد الكأس وكتلة الماء بنفسك.

س. 54 عرض لورد رايلي في عام 1891 محاضرة حول التقاط صور للعمليات المادية. من بين أمور أخرى، أظهر صورة لفيلم صابون، ينهار (انظر الشكل). بدلا من الفلاش، استخدم شرارة كهربائية (حسنا، في الوقت الحاضر الفلاشات تعتمد أيضا على الشرر الكهربائي). قدر، كيف يجب أن تكون التوقيت، أي قدر وقت الصابون لكي ينهار. دع سمك طبقة الصابون يكون $h = 1 \mu m$ ، وقطر الحلقة $D = 10m$ سم والتوتر السطحي $\sigma = 0.025 N / m$.

تلميح: قد تستخدم نموذجًا، والذي يتم بموجبه تجميع الجزء المكسور بالفعل من فيلم الصابون في واجهة واحدة ويتحرك جميعًا نحو الجزء الذي لا يزال باقياً من الفيلم.



س. 55 ضع في اعتبارك فقاعتين من الصابون "متماسكتان" معًا. الآن يمكن تمييز ثلاثة أجزاء من أفلام الصابون: واحد يفصل الجزء الداخلي من الفقاعة الأولى من الهواء الخارجي - هذا لديه نصف قطر انحناء R ؛ يفصل الثاني الداخلي من الفقاعة الثانية ومن الهواء الخارجي - وهذا له نصف قطر انحناء $2R$. الثالث يفصل بين داخلي الفقاعتين. أعتز على مساحة السطح من الجزء الثالث لفيلم الصابون.

س. 56 تتركز أشعة الشمس على عدسة قطرها $cmd = 10$ والبعد البؤري لها $f = 7cm$ إلى الجانب الأسود من لوحة رقيقة. جانب واحد من اللوحة هو تماما أسود، والجانب الآخر أبيض تمامًا. القطر الزاوي الشمس هو $\alpha = 32'$ وشدة ضوءها على سطح الأرض $I = 1000W / m^2$. ثابت ستيفان-بولتزمان هو $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W / (m^2.K^4)$. أوجد درجة حرارة النقطة المسخنة في اللوح. (ii) باستخدام الحجج الديناميكية الحرارية قرب أقصى نسبة قطر-البعد البؤري لعدسة.

س. 57 هناك خشب رطب يشتعل في مكان الحريق على الأرض. على ارتفاع سبعة أمتار فوق سطح الأرض، يكون الدخان عند درجة حرارة $t_7 = 40^\circ C$. تجاهل تبادل الحرارة مع الهواء المحيط ويفترض أن الضغط لضغط الجوي عند سطح الأرض ثابت في الزمن ويساوي $p_0 = 1000 hPa$ ؛ تكون درجة حرارة الهواء $t_0 = 20^\circ C$ غير معتمدة على الارتفاع. افترض أن الدخان يمثل غازًا مثاليًا للكتلة المولية $\mu = 29 g/mol$ (أي مساوية للكتلة المولية للهواء)، والحرارة النوعية المولية في حجم ثابت $C_V = 2.5R$ ؛ الثابت العام للغازات $R = 8.31 J/kg.K$. ما هو ارتفاع عمود الدخان المرتفع؟

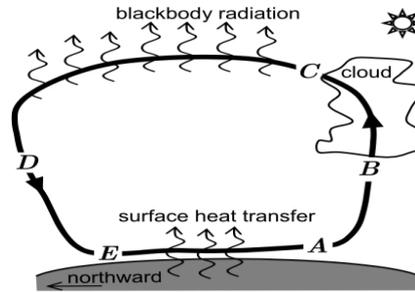
س. 58 فقاعة نصف قطرها $r = 5.00 cm$ مكونة من غشاء صابوني بسمك $h = 10.0 \mu m$ تحتوي على غاز ثنائي الذرة. تم وضعها في الفراغ التوتر السطحي للغشاء الصابوني هو $\sigma = 4.00 \times 10^{-2} N/m$ وكثافته $\rho = 1.10 g/cm^3$. أوجد صبغة للسعة الحرارية المولية للغاز داخل الفقاعة، لعملية يتم فيها تسخين الغاز ببطء شديد بحيث تبقى الفقاعة في توازن ميكانيكي. قيم الجواب الخاص بك.

(b) أوجد صبغة للتردد ω للتذبذبات القطرية الصغيرة من الفقاعة وقيمه تحت افتراض ذلك أن السعة الحرارية للغشاء الصابوني أكبر بكثير من السعة الحرارية للغاز في الفقاعة. نفترض أن داخل الفقاعة يصل إلى الاتزان الحراري أسرع بكثير من فترة التذبذبات أيضًا، فإن الكتلة الإجمالية للغاز هو أصغر بكثير من كتلة الغشاء الصابوني. أهمل احتمال تبخر غشاء الصابون.

س. 59 دعونا نفكر فيما يسمى دورة هادلي: هذا هي دورة على نطاق واسع من الكتل الهوائية، والتي ترتفع عند خط عرض جغرافي معين (بالقرب من خط الاستواء) من طبقات الغلاف الجوي السفلي (من المناطق القريبة من السطح) إلى أعلى الارتفاعات. خلال هذه المرحلة الصاعدة يبرد الهواء بشكل أديباتي مما يؤدي إلى تكثيف أبخرة الهواء، أي تكوين السحاب والمطر. الهواء البارد يتحرك في طبقات الغلاف الجوي الأعلى في اتجاه الشمال والجنوب (في حين يشع الحرارة ببطء في الفضاء) حتى يصل إلى خطوط العرض الجغرافية العليا، حيث ينزل إلى سطح

الأرض أثناء تسخينه أدياباتيا. أخيراً، يتحرك الهواء الدافئ على طول سطح الأرض إلى نقطة البداية بينما يتم تسخينه عن طريق السطح (وهو حار بسبب ضوء الشمس).

دعونا نمثل دورة هادلي تبسيطاً كمحرك حراري هو مبين في المخطط أدناه. من أجل التبسيط، دعونا نفترض أنه عندما ينتقل الهواء من A إلى B ، يتمدد أدياباتيا، وعندما يتحرك من D إلى E ، ينكمش أدياباتيا. علاوة على ذلك، دعونا نفترض أن العمليات مع الهواء عندما ينتقل من B إلى D ومن E إلى A هي متساوية. على القطعة $E - A$ يتلقى الحرارة من السطح، على الجزء $B - C$ يتلقى الحرارة من تكاثف البخار، وعلى الجزء $C - D$ يعطي الحرارة بعيداً بسبب الإشعاع.



- (a) بالنظر إلى أن الضغط الجوي في المستوى الرأسي يعتمد وزن الهواء فوق هذا المستوى، ومعرفة أن $p_A = 1000 \text{ hPa}$ و $p_D = 225 \text{ hPa}$ ، رتب الضغوط p_A, p_B, p_C, p_D, p_E ، بالترتيب عند النقاط A, B, C, D, E بواسطة متباينة.
- (b) دعوا درجة الحرارة بجانب السطح وفي الجزء العلوي من الجو T_H و T_C على التوالي. بالنظر إلى أن فرق الضغط بين النقطتين E و A هو 20 hPa ، قم بحساب $TC = 300 \text{ K}$. لاحظ أن نسبة ثابت الغازات العام (R) إلى السعة الحرارية المولية عند الضغط الثابت (c_p) للهواء $\kappa = 2/7$.
- (c) أحسب الضغط p_B .
- (d) لكتلة الهواء تتحرك مرة واحدة حول دورة هادلي الشتوية، باستخدام ثابت الغازات العام R ، والكميات أعلاه، احصل على تعبيرات عن الشغل الصافي الذي تم إنجازه لكل مول W_{net} تجاهل احتكاك السطح وفقدان الحرارة لكل مول Q_{loss} في الجزء العلوي من الغلاف الجوي.
- (e) ما هي قيمة الكفاءة الديناميكية الحرارية المثالية ϵ_i لدورة هادلي الشتوية؟
- (f) أثبت أن الكفاءة الديناميكية الحرارية الفعلية ϵ لدورة هادلي الشتوية هي دائماً أصغر من ϵ_i .
- (g) أي من العبارات التالية تشرح أفضل لماذا ϵ أقل من القيمة المثالية؟ حدد الإجابة الصحيحة (الإجابات). يمكن أن يكون هناك أكثر من إجابة واحدة صحيحة.

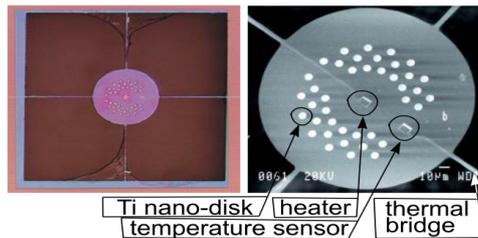
(I) لقد تجاهلنا العمل المنجز ضد الاحتكاك السطحي.

(II) يحدث التكتف عند درجة حرارة أقل من درجة الحرارة من مصدر الحرارة.

(III) هناك تبخر غير عكوس للماء على السطح.

(IV) الكفاءة المثالية قابلة للتطبيق فقط في حالة عدم وجود تغير طور للماء.

س. 60 ميكروكالورميتر هو غشاء نيتريد السيليكون الدائري الرقيق، معزول حرارياً عن المناطق المحيطة، باستثناء أنه مرتبط حرارياً بالرقاقة بأربعة جسور حرارية رقيقة وضيقة (انظر الشكل). ميكروكالورميتر مجهز بسخان صغير في منتصف الغشاء وبنية مماثلة على حافة الغشاء تعمل كمقياس حرارة. يستخدم هذا الميكروكالورميتر لدراسة الخصائص الحرارية للأقراص النانوية Ti (النقاط الصغيرة الفاتحة في الشكل). تعتمد الطاقة الحرارية للسخان على دالة جيبيية في الزمن، $P = P_0 \cos(\omega t)$ (تشير إلى سحب مقدار من الحرارة). التردد الدائري ω منخفض بما فيه الكفاية بحيث في أي لحظة من الوقت t ، ودرجة حرارة الميكروكالورميتر يمكن اعتبارها $T(t)$ ثابتة عبر كامل السطح، ودرجة الحرارة على طول الجسور الحرارية يمكن اعتبارها خطية مع الطول. الرقاقة، التي الجسور بها متصلة، كبيرة وسميكة بما فيه الكفاية، بحيث درجة حرارتها T_0 يمكن اعتبارها ثابتة طوال الوقت. كل من الأربعة جسور لها طول L والمساحة المقطعية S ؛ الموصلية الحرارية لهم هي κ . الموصلية الحرارية هي تعرف باسم تدفق الحرارة (يقاس بالوات) لكل مساحة سطح، على افتراض أن انخفاض درجة الحرارة هو 1 لكل 1 م. السعة الحرارية للميكروكالورميتر (مع أقراص Ti) هي C .



- (a) اعثر على المقاومة الحرارية R بين الميكروكالورميتر والرقاقة (أي نسبة فرق درجة الحرارة وتدفق الحرارة). للأسئلة (b) و (c)، استخدم الكمية R دون التعويض إجابة السؤال (a).
- (b) أكتب معادلة الاتزان الحراري للميكروكالورميتر ثم أوجد درجة الحرارة $T(t)$ كدالة في الزمن (يمكنك البحث عنها من $T = T_0 + \Delta T \sin(\omega t + \phi)$)

(c) من أجل دراسة الخصائص الحرارية لأقراص Ti النانوية، يجب أن تتغير سعة الذبذبات الجيبية $T(t)$ تغيير كبير قدر الإمكان، كاستجابة لتغيير صغير في C (الذي تسببه الأقراص Ti). اعثر على تردد دائري ω_0 الامثل.

(d) لقد افترضنا أن درجة الحرارة على طول الجسور تتغير خطياً، بمعنى أن سعتها الحرارية يمكن إهمالها. على ترددات عالية $\omega_c \geq \omega$ ، هذه ليست القضية. قدر التردد الحرج ω_c من حيث l ، κ ، c وكثافة ρ الجسر المادي.

س. 61. من أجل دراسة الخصائص الحرارية لزجاجة الترمس، دعونا نعتبر نموذجاً كوعائين كرويين متحدئين المركز، مع نصف قطر $R1 = 7\text{ cm}$ و $R2 = 10\text{ cm}$. الفجوة بين جدران الأوعية تحتوي على الفراغ (وبالتالي، يمكن إهمال الموصلية الحرارية).

(a) أوجد تدفق الحرارة الإشعاعي (أي الحرارة المرسله لكل وحدة زمنية) بين جدران الزجاجه، على افتراض أن درجة حرارة المحيط $T_2 = 293\text{ K}$ ويتم ملء الكرة الداخلي مع النيتروجين السائل عند درجة حرارة الغليان $T_1 = 77\text{ K}$. إن انبعاث جميع الأسطح مساوي لانبعاثات الفولاذ الصلب: $\epsilon = 0.1$. ملاحظة: تدفق الحرارة المنبعثة لكل وحدة مساحة معطاة من قانون ستيفان-بولتزمان $P = \epsilon \sigma T^4$ ، بحيث $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ (على افتراض أن ϵ مستقلة عن الطول الموجي).

(b) قدر، كم من الوقت يستغرق لتبخّر كامل النيتروجين السائل (يهرب البخار من خلال صمام الضغط الزائد). بالنسبة للنيتروجين السائل، الكثافة $\rho = 810\text{ g/l}$ والحرارة الكامنة للتبخّر $\lambda = 199\text{ kJ/kg}$. لاحظ! إذا كنت غير قادر على العثور على P (للسؤال a)، عبر عن وقت التبخير رمزيًا (أي باستخدام الرمز P).

س. 62. دعونا ندرس كيف يمكن خلق فراغ داخل مصباح عن طريق الضخ. دع حجم المصباح يكون V ، والمضخة تتكون من مكبس يتحرك داخل أسطوانة من حجم αV ، حيث $\alpha \ll 1$. تبدأ دورات الضخ سحب المكبس للأعلى. عندما يكون الضغط داخل الأسطوانة أصغر من الضغط داخل المصباح، الصمام VA (يوصل الأسطوانة والمصباح) يفتح ويظل مفتوحاً طالما أن المكبس يتحرك للأعلى. عندما يتم تحرير المكبس، فإنه يبدأ في التحرك للأسفل، في تلك اللحظة، يغلق الصمام VA . ما دام صمام VA مفتوحاً، ضغط المصباح والأسطوانة يمكن اعتبارهما متساويان لبعضهما البعض. عندما يتحرك المكبس لأسفل، يزيد الضغط في الأسطوانة بشكل أديباتي حتى تصبح مساوياً للضغط الخارجي $p_0 = 105\text{ Pa}$ ؛ في هذه اللحظة، صمام آخر يفتح VB يترك الغاز يخرج من الأسطوانة. عندما يصل المكبس إلى الموقف السفلي، لا يوجد هواء متبقي داخل الأسطوانة. الآن، المكبس جاهز للرفع: الصمام VB يغلق و VA يفتح، استعداداً لبداية دورة الضخ القادمة. الهواء داخل المصباح يمكن اعتباره آيزوثيرمالي، مع درجة الحرارة تساوي درجة الحرارة المحيطة T_0 . الأس الأديباتي للهواء

$$\gamma = c_p / c_v = 1.4.$$

(a) كم عدد دورات الضخ التي يجب القيام بها لتقليل الضغط داخل المصباح من $p = p_0$ إلى $p = \beta p_0$ ، حيث $\beta \ll 1$ ؟

(b) ما هو الشغل الميكانيكي الصافي الذي تم القيام به خلال هذا الضخ (في جميع دورات N)؟

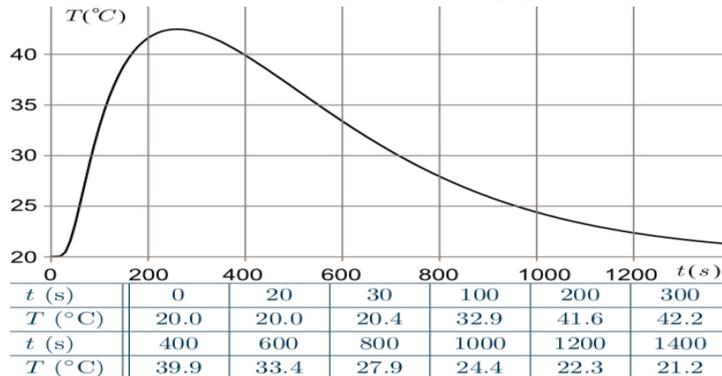
(c) ما هي درجة حرارة الهواء الصادر من الأسطوانة إلى المناطق المحيطة في نهاية عملية الضخ (متى أصبح الضغط داخل المصباح مساوياً ل βp_0)؟

(d) وفقاً لنظام ضخ المذكورة أعلاه، هناك خسارة كبيرة من الشغل الميكانيكي خلال الفترة عندما يتم تحرير المكبس ويتحرك للأسفل. مثل هذه الخسارة يمكن أن يكون تجنبها إذا كان هناك مضخة أخرى، والتي تتحرك في عكس الطور: القوة بسبب ضغط الهواء الخارجي الذي دفع المكبس يمكن أن تنتقل إلى المضخة الأخرى لرفع المكبس فوق. ما هو الشغل الميكانيكي الصافي الذي تم القيام به عند مثل استخدام نظام الضخ هذا؟

س. 63. اعتبر بالوعة الحرارة في شكل لوح نحاسي من سمك ثابت (أصغر بكثير من قطر d من اللوحة). يتم تثبيت مكون إلكتروني للوح، ويتم تثبيت جهاز استشعار درجة الحرارة على اللوح على بعد بعض من المسافة من هذا العنصر. قد تفترض ذلك أن تدفق الحرارة (أي الطاقة لكل وحدة مساحة) من اللوحة إلى الهواء المحيط يتناسب مع اختلاف اللوحة درجة الحرارة في نقطة معينة (معامل التناسب ثابت على اللوح بأكمله، بما في ذلك موقع المكون الإلكتروني).

(a) لقد كان المكون الإلكتروني يبذل الطاقة بقدرة ثابتة قدرها $P = 35\text{ W}$ لفترة طويلة، واستقر متوسط درجة حرارة اللوحة عند القيمة $T_0 = 49^\circ\text{ C}$. الآن، يتم إيقاف تشغيل المكون، ويبدأ متوسط درجة حرارة اللوحة في الانخفاض؛ يستغرق $\tau = 10\text{ s}$ للوصول إلى القيمة $T_1 = 48^\circ\text{ C}$. حدد السعة الحرارية C (الوحدات $J / ^\circ\text{ C}$) للوحة. ساعات المكون الإلكتروني وجهاز استشعار درجة الحرارة لا تكاد يذكر.

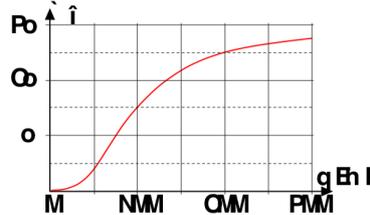
(b) الآن، تم إيقاف تشغيل المكون الإلكتروني لوقت طويل؛ في هذه اللحظة $t = 0$ ، كمية معينة من الحرارة تتبدد في ذلك خلال فترة قصيرة جداً. في الشكل والجدول، يتم إعطاء درجة الحرارة كدالة للزمن، كما سجلت من قبل جهاز الاستشعار. حدد كمية الحرارة المتبددة Q .



س. 64. ماذا ستكون درجة الحرارة في وسط جسم سماوي بحجم قمرنا بالكلفن إذا كان يمكن إجراء الافتراضات التالية. الجرم السماوي يتكون من مادة صلبة متجانسة من متوسط الكثافة $\rho = 3 \text{ g/cm}^3$ والموصلية الحرارية $k = 3 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ، ولديه شكل كرة نصف قطرها $R = 2000 \text{ km}$. إنه يشع حرارة كجسم أسود تمامًا، أي كثافة تدفق الحرارة على سطحه σT^4 حيث $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J/s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$ و T درجة حرارة سطحه. لا يوجد تدفق حراري خارجي يسقط على سطح هذا الجسم السماوي. بسبب الاضمحلال النووي النظائر المختلفة (معظمها اليورانيوم 238 ونتائج تأكله)، كثافة القدرة الصادرة في مادة القشرة الأرضية $P = 7 \times 10^{-12} \text{ W/kg}$.

س. 65. احسب الكفاءة الحرارية لدورة غاز مثالي تتكون من اثنين من آيزوثيرمالي في درجات الحرارة T_1 و T_2 ، واثنين من آيزوكور معهم. (آيزوكور هو عملية مع حجم ثابت.) يتم بناء المحرك بحيث يتم استخدام الحرارة الصادرة خلال آيزوكور التبريد لتغذية آيزوكور التسخين.

س. 66. ضع في اعتبارك مكعب طول ضلعه $a = 1 \text{ cm}$ ، مصنوع من الألومنيوم (الكثافة $\rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$) والكتلة المولية $MA = 23 \text{ g/mol}$. يتم إعطاء السعة الحرارية لمول واحد الألومنيوم كدالة لدرجة الحرارة في الرسم البياني أدناه. سرعة الضوء $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ، ثابت الغازات العام $R = 8.31 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ درجة الحرارة الأولية للمكعب هي $T_0 = 300 \text{ K}$.



- (a) ما هي الطاقة الكلية الحرارية لمثل هذا المكعب في البداية درجة الحرارة T_0 ؟
- (b) الآن، يحتوي المكعب على 5 أوجه مطلية باللون الأبيض (تعكس جميع الأطوال الموجية) وجه واحد باللون الأسود (يمتص كل شيء هذه الموجات). المكعب محاط بالفراغ عند درجة حرارة منخفضة للغاية (بالقرب من الصفر المطلق)؛ لا يوجد مجال للجاذبية. في البداية، المكعب ساكن؛ كما يبرد بسبب الإشعاع الحراري، يبدأ التحرك ببطء. قدر سرعته الحدية v_1 .
- (c) في درجات حرارة منخفضة جدا، السعة الحرارية للألومنيوم تتناسب مع T^3 حيث T هي درجة حرارتها. أي دالة $f(t)$ تصف درجة الحرارة كدالة للزمن $T = A \cdot f(Bt)$ ، حيث A و B هي ثوابت لدرجات حرارة منخفضة جداً في ظل الافتراضات السابقة في هذا السؤال؟

الآن، يحتوي المكعب على 5 وجوه مغطاة بطبقة عزل حراري (قد تهمل نقل الحرارة من خلال هذه الوجوه). وجه واحد ترك مكشوف. المكعب محاط بجو الهيدروجين عند درجة حرارة منخفضة جدا (الكتلة المولية لجزيئات الهيدروجين $M_H = 2 \text{ g/mol}$). يبدأ المكعب بالتبريد بسبب انتقال الحرارة إلى الغاز المحيط؛ قد تهمل الإشعاع الحراري. في البداية، المكعب ساكن؛ كلما يبرد، يبدأ التحرك ببطء. قدر رتبة المقدار لسرعته الحدية v_2 . افترض أن الغاز المحيط منتشر، بحيث يكون متوسط المسار الحر للجزيئات أكبر بكثير من a . افترض أن $v_2 \ll c_s$ حيث c_s هي سرعة الصوت في الجو المحيط بالمكعب.

س. 67. بالمقارنة مع المصابيح الكهربائية العادية، الديودات المشعة للضوء (LED) توفر كفاءة إضاءة عالية جدا. والسبب هو أن توزيع الطاقة الطيفية للمصابيح العادية قريب من إشعاع الجسم الأسود، وفي هذه الحالة واحدة يمكن القول أن الفوتونات في حالة توازن حراري مع الجسم الأسود. ثم، الطاقة الإجمالية التي يشعها الجسم الأسود لكل وحدة مساحة ووحدة زمن وفترة تردد الوحدة بقانون بلانك

$$I = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{v^3}{e^{hv/KT} - 1}$$

حيث v هي التردد، ثابت بلانك $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ، سرعة الضوء $c = 2.997 \text{ m/s}$ ، ثابت بولتزمان $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ، درجة الحرارة T ؛ لاحظ ذلك:

$$\int_{-\infty}^{\infty} I dv = \sigma T^4$$

حيث ثابت ستيفان-بولتزمان $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J/s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$. مع إشعاع الجسم الأسود، يتم إهدار الكثير من الطاقة عن طريق إشعاع الضوء غير المرئي. وفي الوقت نفسه، يمكن بناء LED بحيث تشع تقريبا ضوء مرئي فقط.

في التجارب السابقة، تم الإعلان عن LED تم بناءه مع كفاءة أعلى من 100%.

هنا يتم تعريف الكفاءة على أنها نسبة طاقة الضوء المشع إلى الطاقة الكهربائية المستهلكة.

استناداً إلى تقديرات تقريبية معقولة، ابحث عن أعلى كفاءة نظرية ممكنة لمصباح LED على افتراض:

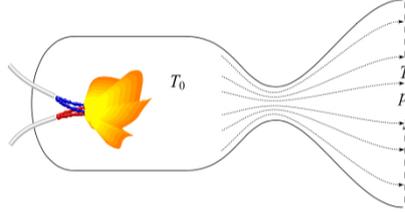
(a) LED لديه بالوعة الحرارة التي يتم بها إبقاء درجة حرارة الغرفة $T_0 = 293 \text{ K}$ (عبر تبادل سريع للحرارة بما فيه الكفاية مع الوسط المحيط)؛

(b) يبعث LED الضوء عند أطوال موجية أصغر من $\lambda_0 = 700 \text{ nm}$.

(c) مساحة سطح الجزء الباعث للضوء من LED $S = 1 \text{ mm}^2$.

(d) قدرة انبعاث الضوء الخاصة بـ LED هي $P = 1 \text{ } \mu\text{W}$.

س. 68 محرك الصاروخ السائل هو تخطيطياً هو موضح في الشكل أدناه. يتم تشكيل منتجات الحرق داخل غرفة الاحتراق عند ضغط ودرجة حرارة عاليين وتمدد أدياباتي أثناء مغادرة الغرفة من خلال الفوهة. إذا تم بناء فوهة بشكل صحيح (يجب أن يتوافق قطر الرقبة مع معدل الحرق) ، الغازات الخارجة من العادم تواصل التمدد الأدياباتي بعد مرورها المسار الضيق، حتى بعد الخروج من فوهة. ونتيجة لذلك، جزء رئيسي من الطاقة تم تحويلها لطاقة حركية لغازات العادم عند مخرج الفوهة. درجة حرارة غازات العادم داخل غرفة الاحتراق T_0 ؛ عند المخرج المساحة العرضية من الفوهة S ، درجة الحرارة من غازات العادم هي T_1 ، والضغط هو P_1 . اعثر على قوة الدفع F افترض أن $T_0 \gg T_1$ ، تأثير الضغط الجوي على الدفع يمكن إهماله، والطاقة الحركية للغازات داخل غرفة الاحتراق لا تكاد يذكر (بالمقارنة إلى الطاقة الحرارية). السعة الحرارية لمول واحد من غازات العادم بواسطة عند ضغط ثابت هو $c_p = \frac{5}{2} R$ ، حيث R هو ثابت الغازات العام.



س. 69 خلال وقت النهار، عادة ما تكون كتل الهواء في الغلاف الجوي في حركة مضطربة (عشوائية)، صعوداً وهبوطاً، الأمر الذي يؤدي إلى ما يشار إليه بالجو الأدياباتي: عندما تكون قطعة من الهواء (حجم وهمي) ترتفع ، فإنه يتمدد وتبرد أدياباتياً؛ في الجو الأدياباتي، الهواء المحيط في اتزان ميكانيكي وديناميكي حراري مع قطعة الهواء التي ترتفع (لديهم بالضبط نفس الضغط ودرجة الحرارة). أوجد، كيف تعتمد درجة حرارة الهواء T على الارتفاع h في الجو الأدياباتي. في المستوى الأرضي $T = T_0$ ، $(h = 0)$ ؛ عبر عن إجابتك من حيث الأس الأدياباتي γ ، الكتلة المولية μ ، ثابت الغازات العام R ، وتسارع السقوط الحر g .

س. 70 في الجزء السفلي من أعلى ناطحة سحاب ارتفاعها $1000m$ ، تكون درجة الحرارة الخارجية هي $T_{obt} = 30^\circ C$. الهدف هو تقدير درجة الحرارة الخارجية T_{obt} في الأعلى. ضع في اعتبارك لوح رقيق من الهواء (غاز النيتروجين المثالي مع الأس الأدياباتي $\gamma = 7/5$) يرتفع ببطء إلى ارتفاع z حيث يكون الضغط أقل، وافترض أن هذا اللوح يتسع أدياباتياً بحيث تنخفض درجة حرارته إلى درجة حرارة الهواء المحيط. (a) كيف هي علاقة التغير الكسري لدرجة الحرارة dT/T إلى dp/p ، إلى التغير الكسري للضغط؟ (b) عبر عن فرق الضغط dp من حيث dz ، التغير في الارتفاع. (c) ما هي درجة الحرارة الناتجة في الجزء العلوي من المبنى؟

البيانات: ثابت بولتزمان: $k_B = 1.38 \times 10^{23} J \cdot K^{-1}$ ، كتلة جزيء النيتروجين: $m = 4.65 \times 10^{-24} kg$ ، تسارع الجاذبية: $g = 9.80 m \cdot s^{-2}$.

س. 71 بيضة، مأخوذة مباشرة من الثلجة عند درجة حرارة $T_0 = 4^\circ C$ ، يتم إسقاطها في وعاء به ماء مغلي الذي يتم الاحتفاظ به عند درجة حرارة T_1 .

(a) كم هو مقدار الطاقة التي تحتاجها البيضة لتتخثر U ؟

(b) ما هي كمية تدفق الحرارة J التي تتدفق داخل البيضة؟

(c) ما هي كمية القدرة الحرارية التي تنقل P للبيضة؟

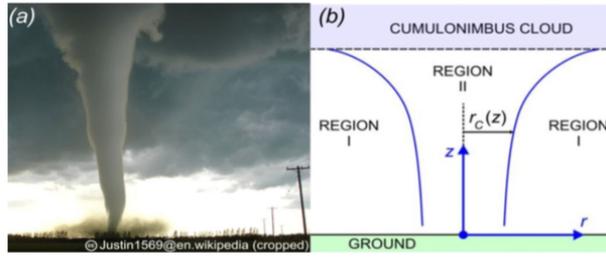
(d) كم من الوقت تحتاج لطهي البيض حتى يكون مسلوقة تماماً؟

تلميح: يمكنك استخدام الشكل المبسط لقانون فورييه $J = \kappa \Delta T / \Delta r$ ، حيث ΔT هو اختلاف درجة الحرارة المصاحب مع Δr ، مقياس الطول النموذجي للمسألة. تدفق الحرارة J في وحدات $W \cdot m^{-2}$.

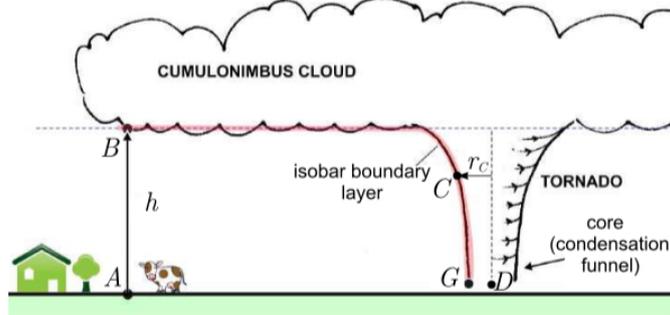
البيانات: كثافة الكتلة للبيضة: $\mu = 10 \times 10^3 kg \cdot m^{-3}$ ، السعة الحرارية النوعية للبيضة: $C = 4.2 J \cdot K^{-1} g^{-1}$ ، نصف قطر البيضة $R = 2.5 cm$ ، درجة حرارة تجلط الزلال (بروتين البيض): $T_c = 65^\circ C$ ، معامل النقل الحراري: $\kappa = 0.64 W K^{-1} \cdot m^{-1}$ (يفترض أن يكون هو نفسه لزلال السائل والصلب)

س. 72 يمتلئ وعاء مغلق بإحكام مع جدران سميكة وصلبة بالجليسرين. داخل الجليسرين، هناك فقاعة من الهواء من حجم $w = 1ml$. عند درجة الحرارة $T_0 = 20^\circ C$ ، يكون الضغط في الوعاء $p_0 = 1 atm$. الحجم الكلي للوعاء $V = 1 l$ معامل التمدد الحراري الخطي للوعاء صغير بشكل ضئيل. معامل التمدد الحراري الحجمي للجليسرين $\alpha = 5.1 \times 10^{-4} K^{-1}$. عبر عن الضغط داخل الوعاء كدالة في درجة الحرارة؛ في أي درجات الحرارة ولماذا التعبير الخاص بك يصبح غير صالح؟

س. 73 التورنيديو هو دوامة عنيفة (عمود دوراني) للهواء يربط قاعدة السحب والأرض. ومن المميزات المميزة للإعصار هو قمعه أو القمع التكتيفي (المنطقة II) الذي يتكون من قطرات صغيرة من الماء تتكثف عند امتصاصها في النواة كما هو موضح في الشكل 1 (b) . يتم تعريف هذه المنطقة من خلال نصف قطر النواة $r_c(z)$ الذي يزيد بشكل عام مع الارتفاع وبشكل شكل القمع المميز من الإعصار. المنطقة I هي المنطقة التي تقع خارج نواة الإعصار. في نموذجنا المبسط، يكون للمنطقتين II و I توزيع مختلف للسرعات حيث سنستكشف لاحقاً.



فيما يلي، يمكنك استخدام البيانات التالية: تسارع الجاذبية $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ، كثافة الهواء $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ ، الكتلة المولية للهواء الجاف $M_{air} = 0.029 \text{ kg/mol}$ ، ثابت الغازات العام $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ ، الضغط عند النقطة A (انظر الشكل) $P_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ ، درجة الحرارة عند النقطة A (انظر الشكل) $T_0 = 15^\circ\text{C}$ ، نسبة السعة الحرارية للهواء $C_p / C_v = 1.4$.



(A) الطقس الهادئ. سوف نتحقق من الضغط الجوي في طبقة التروبوسفير (الجزء السفلي من الغلاف الجوي) حيث تحدث معظم الظواهر الجوية بما في ذلك الإعصار. دعونا نبدأ من موقع طقس هادئ في النقطة A الآن بعيداً عن الإعصار.

(i) على افتراض قانون الغاز المثالي، تسارع الجاذبية ثابت ودرجة حرارة ثابتة T_0 . تبين أن الضغط الجوي كدالة في الارتفاع z هو $P(z) = P_0 e^{-\alpha z}$ ؛ أوجد تعبيراً لـ α من حيث الثوابت المذكورة أعلاه.

(ii) من أجل التبسيط، فإننا نهمل اعتماد كثافة الهواء، ρ_{air} على z . اشتق الضغط كدالة في الارتفاع، $P(z)$.

(iii) باستخدام النتيجة الخاصة بك في (ii) احسب الضغط في النقطة B على قاعدة السحب! (استخدم $h = 1 \text{ km}$)

(B) الشكل. داخل نواة الإعصار يتكثف بخار الماء في قطرات سائلة بينما تتشكل اللوالب الهوائية في قلب عملية تكثيف التكثيف. يتكثف بخار الماء عندما تنخفض درجة الحرارة إلى ما دون نقطة الندى. ينجم انخفاض درجة الحرارة عن انخفاض الضغط، لذا فإن النقاط التي يبدأ فيها بخار الماء بالتكثف تقع على سطح من الضغط المتساوي، تُسمى الطبقة الحدودية الأيزوبارية التي تظهر كحدود حمراء في الشكل. هذه هي الحدود بين المنطقة I و II. في الوقت الحالي، لا نعتبر سوى المنطقة I. اعتبر نقطة G (انظر الشكل) قريبة جداً من الأرض ($z \approx 0$) الموجودة عند المسافة الشعاعية $r = r_c$ من المحور (النقطة C). عند هذه النقطة، يمكن التعامل مع سرعة الرياح v_G مثل سرعة دوران الأرض من الإعصار. ونقوم كذلك بالافتراضات التالية: يكون الإعصار ثابتاً (لا يوجد إلا دوران ولا يوجد انتقالية)؛ تكون السرعة القطرية للرياح أصغر بكثير من السرعة المماسية $v = v(r)$ التي يفترض أنها مستقلة عن الارتفاع z (تعتمد فقط على r)؛ يمكن تجاهل الاضطراب القريب جداً من الأرض؛ يمكن افتراض أن كثافة الكتلة الهوائية (ρ_{air}) ثابتة.

(i) أظهر ذلك في كل من المنطقة I و II،

$$\frac{dP}{dr} = \rho_{air} \frac{v^2}{r}$$

(ii) في المنطقة I، احسب سرعة الرياح v كدالة r ، بدلالة r_G و v_G .

(iii) قرب سرعة الهواء v_G

(iv) استنبط شكل مسار قمع التكثيف، أي العثور على الدالة $r_c(z)$ ، حيث يشير r_c إلى المسافة القطرية للنقطة C عند الطبقة الحدودية (انظر الشكل). ارسم شكل هذا الإعصار بكميات ليس لها أبعاد z/h مقابل r/r_c ، حيث h هو الارتفاع المحدد في الشكل.

(v) تبدو معظم الأعاصير مثل القمع (يكون نصف القطر أكبر على ارتفاع عالٍ) في حين أن بعضها أكثر اتساقاً في القطر، مثل الأنبوب. أي نوع لديه أعلى سرعة دوران الأرض v_G ؟

(C) النواة. الآن سننظر في كل من المنطقة I و II.

(i) في المنطقة II ($r < r_c$)، يتصرف جسم الإعصار كجسم صلب، عبر عن تعبير السرعة (المماسية) $v(r)$ في هذه المنطقة.

(ii) احسب الضغط في مركز الإعصار (النقطة D، على نفس ارتفاع النقطة G).

(iii) قدر درجة الحرارة T_D في مركز الإعصار.

(iv) بناء على النتائج التي توصلت إليها في (iii) اقترح، ماذا يمكن أن يكون المصدر المحتمل لطاقة الأعاصير الهائلة.

(D) النوافذ. ويعتقد أن الضغط التفاضلي بالقرب من إعصار يؤدي إلى "تفجير" المنازل سيئة التهوية على الرغم من أن الإعصار يمر فقط على مسافة. لذلك يقترح البعض أن النوافذ يجب فتحها للسماح للضغط في المنزل بالتوازن مع الخارج. ثم، ومع ذلك، يمكن الرياح أن تقتحم، وتدخل المنزل بحرية. اعتبر منزلاً مع جميع النوافذ وفتحات مغلقة مع سقف بالبعد (العرض \times الطول \times السمك)

15 m × 15 m × 0.1 m وكثافة الكتلة $\rho_{roof} = 800 \text{ kg/m}^3$. الإعصار قادم بسرعة ويمر على مسافة $d = 2r_G$ بعيدا عن المنزل.

- (i) ما هي نسبة قوة الرفع إلى الوزن للسقف؟
(ii) يجب فتح أو إغلاق النوافذ؟

س 74. يرتفع البالون المطاطي المملوء بغاز الهليوم عالياً في السماء حيث ينخفض الضغط وتقل درجة الحرارة مع الارتفاع. في الأسئلة التالية، افترض أن شكل البالون يبقى كروياً بغض النظر عن الحمولة، وأهمل حجم الحمولة. افترض أيضاً أن درجة حرارة غاز الهليوم داخل البالون هي دائماً نفس درجة حرارة الهواء المحيط، وعامل جميع الغازات كغازات مثالية. ثابت الغازات العام هو $R = 8.31 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$ والكتلة المولية للهيليوم وللهواء هي $M_H = 4.00 \times 10^{-3} \text{ kg / mol}$ و $M_A = 28.9 \times 10^{-3} \text{ kg / mol}$ على التوالي. تسارع الجاذبية هو $g = 9.8 \text{ m / s}^2$.

(i-A) دع ضغط الهواء المحيط يكون P وتكون درجة الحرارة T . الضغط داخل البالون أعلى من الخارج بسبب التوتر السطحي للبالون. يحتوي البالون على n مولات من غاز الهليوم والضغط داخلها هو $P + \Delta P$. أوجد قوة الطفو F_B على البالون كدالة في P و ΔP .

(ii) في يوم صيفي معين في كوريا، وجد أن درجة حرارة الهواء T عند ارتفاع z من مستوى سطح البحر هي $T(z) = T_0 (1 - z/z_0)$ في مدى $0 < z < 15 \text{ km}$ مع $T_0 = 303 \text{ K}$ و $z_0 = 49 \text{ km}$. كان الضغط والكثافة عند مستوى البحر $P_0 = 1 \text{ atm}$ و $\rho_0 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ و $\rho_0 = 1.16 \text{ kg / m}^3$ على التوالي. بالنسبة لمدى الارتفاع، يأخذ الضغط النموذج $P(z) = P_0 (1 - z/z_0)^\eta$. عبر عن η من حيث z_0 و P_0 و ρ_0 و g ، واعثر على قيمتها العددية إلى رقمين معنويين. عامل تسارع الجاذبية كثابت ومستقل عن الارتفاع.

(B) عندما يتم نفخ البالون المطاطي من الشكل الكروي ذي نصف قطر r_0 غير الممتد إلى كرة نصف قطرها r_0 ($r \geq r_0$)، فإن سطح البالون يحتوي على طاقة مرنة إضافية بسبب التمدد. في نظرية مبسطة، يمكن التعبير عن الطاقة المرنة عند درجة حرارة ثابتة T بواسطة

$$U = 4\pi r_0^2 \kappa RT (2\lambda^2 + \lambda^{-4} - 3)$$

حيث $\lambda \equiv r/r_0 (\geq 1)$ هي نسبة الانتفاخ و κ هي ثابت في وحدة mol/m^2 .

(i) عبر عن ΔP من حيث المعاملات المعطاة في المعادلة. بالأعلى، وأرسم ΔP كدالة في r/r_0 .

(ii) الثابت κ يمكن تحديده من كمية الغاز المطلوبة لنفخ البالون. في $T_0 = 303 \text{ K}$ و $P_0 = 1 \text{ atm}$ ، يحتوي البالون غير الممتد ($\lambda = 1$) على $n_0 = 12.5$ مول. يستغرق $n = 3.6n_0 = 45$ مول إجمالاً لنفخ البالون إلى $\lambda = 1.5$ عند نفس T_0 و P_0 . عبر عن معامل البالون a ، والمعزف $b = \kappa / \kappa_0$ ، من حيث n و n_0 و λ ، حيث $a = r_0 P_0 / 4RT_0 \kappa_0$. قيم a إلى رقمين معنويين.

(C) يتم تضخيم البالون كما هو الحال في (A-ii) عند مستوى سطح البحر (منتفخ) إلى $\lambda = 1.5$ مع $n = 3.6n_0 = 45$ مول من غاز الهليوم عند $T_0 = 303 \text{ K}$ و $P_0 = 1 \text{ atm}$. الكتلة الكلية بما في ذلك الغاز، البالون نفسه، والحمولة الصافية الأخرى هي $M_T = 1.12 \text{ kg}$. الآن دع البالون يرتفع من مستوى البحر.

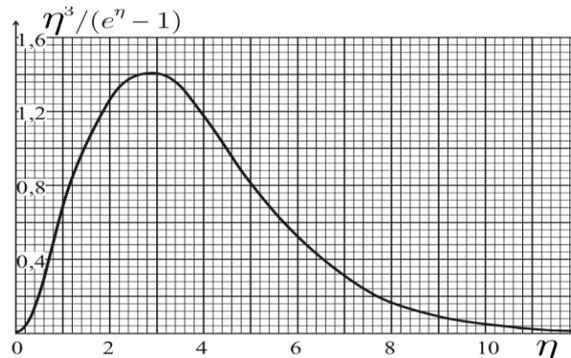
(i) لنفترض أن البالون يتوقف في النهاية عند ارتفاع z_f حيث تقوم قوة الطفو بموازنة الوزن الكلي. أوجد z_f ونسبة الانتفاخ عند هذا الارتفاع. اعطي الاجابات في رقمين معنويين. لنفترض عدم وجود تأثير انجراف أو تسرب غاز أثناء الصعود.

س 75. هذا هو استمرار للمسألة 6؛ هنا نكرر البيانات الرقمية: القمر الصناعي هو كرة نصف قطرها 1 m كل نقاط لها نفس درجة الحرارة. القمر الصناعي قريب من الأرض، ولكن لا يتم تظليله به؛ درجة حرارة سطح الشمس $T_\odot = 6000 \text{ K}$ ، ونصف قطرها $R_\odot = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$ والمسافة بين الأرض والشمس $L = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ ثابت ستيفان-بولتزمان $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J/s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$.

طيف الإشعاع الأسود $u(T, f)$ لجسم ما عند درجة الحرارة T تتبع قانون بلانك للإشعاع

$$u(T, f)df = A \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1}$$

حيث $u(T, f)df$ هي كثافة طاقة الإشعاع الكهرومغناطيسي في فترة تردد $(f, f + df)$ و $\eta = hf / kT$ ؛ يمكن التعبير عن الثابت A من حيث الثوابت الأساسية c (سرعة الضوء)، k (ثابت بولتزمان)، h (ثابت بلانك): $A = \frac{8\pi k^4}{c^3 h^3}$. ويعطى الطيف الأسود، المتكامل على جميع الترددات f واتجاهات الإرسال، إجمالي القدرة المشعة لكل وحدة مساحة $P = \int u(T, f)df = \sigma T^4$ كما تم التعبير عنه في قانون ستيفان-بولتزمان المعطى أعلاه. ويبين الشكل الطيف المقاس $u(T, f)/AT^4$ كدالة η .



في العديد من التطبيقات، من الضروري الحفاظ على القمر الصناعي بارداً قدر الإمكان. ولتبريد القمر الصناعي، يستخدم المهندسون طلاء عاكس يعكس الضوء فوق التردد القياسي ولكن لا يمنع الإشعاع الحراري عند تردد أقل من الهروب. بافتراض أن التردد القياسي (الحد) يتوافق مع $hf/k = 1200 K$.

قرب الآن، ماهي درجة حرارة القمر الصناعي.

تلميح: الحساب الدقيق غير مطلوب وبسبب ذلك، بدلاً من التكامل الدقيق والمعقد، استخدم الحسابات التقريبية كلما أمكن ذلك. قيمة التكامل التالي معروفة:

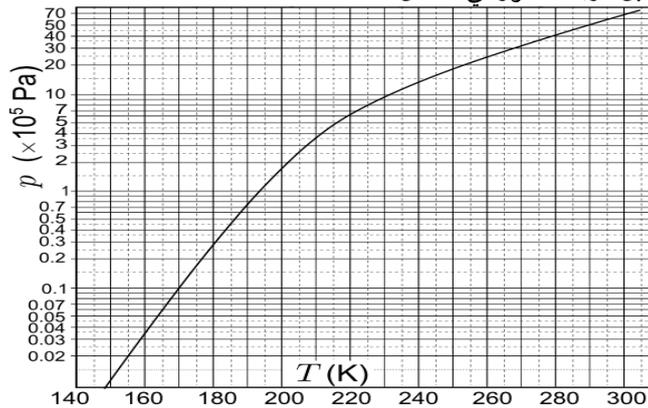
$$\int_0^{\infty} \frac{\eta^3 d\eta}{e^{\eta} - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

القيمة العظمى للدالة $(e^{\eta} - 1)/\eta^3$ بالقرب من $\eta \approx 2.82$. η للقيم الصغيرة من η ، التقريب $e^{\eta} \approx 1 + \eta$ يمكن استخدامه.

س. 76 يتلقى المحرك الحراري المثالي الحرارة من الجسم A ويعطيها إلى الجسم B ؛ كلا الجسمين لهما نفس السعة الحرارية C . إذا كانت درجة الحرارة الأولية للجسم A هي T_1 والجسم B هي T_2 . ما هو الحد الأقصى من الشغل الذي يمكن القيام به بواسطة محرك حراري كهذا؟

س. 77 كلا مفصلات اللحام في المزدوج الحراري تتبادل الحرارة مع الهواء المحيط في معدل $P_e = \kappa \Delta T$ ، حيث ΔT هي الفرق بين درجة حرارة مفصل اللحام والهواء؛ الثابت $\kappa = 30 \mu W / K$. تعرف الحساسية الحرارية α بمعامل التناسب بين جهد المزدوج الحراري وفرق درجة الحرارة بين مفصلات اللحام. في هذه الحالة، $\alpha = 50 \mu V / K$. يتم تغذية المزدوج الحراري مع تيار كهربائي $I = 10 mA$ ؛ اعثر على درجة حرارة المفصل البارد إذا كانت درجة حرارة الهواء $T_a = 20^\circ C$. افترض أن عمليات نقل الطاقة في المزدوج الحراري قابلة للعكس.

س. 78 يتكون قرص نصف قطره $r = 1 cm$ من الثلج الجاف (ثاني أكسيد الكربون في الحالة الصلبة)، ويتم ضغطه على لوح مصنوع من مادة ذات موصلية عالية للحرارة. يتم الضغط على القرص ضد اللوحة بقوة $F = 100 N$ ، والتي يتم تطبيقها على مركز القرص وتقريباً (ولكن ليس بالضبط) متعامدة على اللوح. عندما تكون درجة حرارة اللوح منخفضة، فإن قوة الاحتكاك بين القرص واللوح تحافظ على استقرار القرص. ومع ذلك، عندما ترتفع درجة حرارة اللوح فوق قيمة حرجة T_0 ، تختفي قوة الاحتكاك تقريباً تماماً، ويبدأ القرص بالانزلاق على طول اللوح. ابحث عن T_0 . ضغط الهواء هو $101 kPa$ ، وضغط النقطة الثلاثية لثاني أكسيد الكربون هو $p_t = 5.1 \times 10^5 kPa$ ، تم رسم ضغط تشبع ثاني أكسيد الكربون مقابل درجة الحرارة في الشكل أدناه.

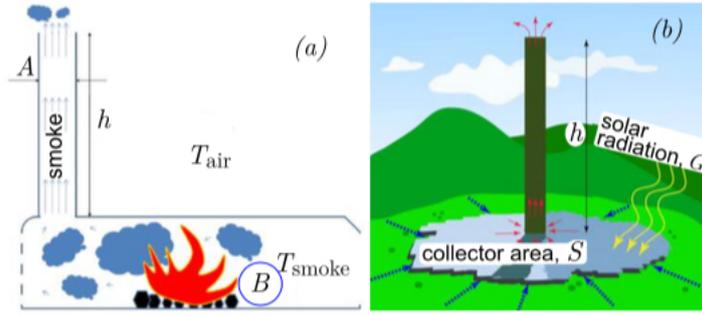


س. 79 يتم تسخين غرفة بواسطة مشع كهربائي بقدرة $P = 1 kW$. درجة الحرارة الخارجية هي $t_0 = 0^\circ C$ ، استقرت درجة حرارة الغرفة عند $t_1 = 20^\circ C$. يتم فتح نافذة تهوية توفر الآن هواء نقي عند معدل الحجم $v = 20 l/s$. ماذا ستكون درجة حرارة الغرفة الجديدة؟ يمكن اعتبار الهواء غازاً ثنائياً مثالياً.

س. 80 في يوم معين، يكون الهواء جافاً وله كثافة $\rho = 1.250 kg/m^3$. في اليوم التالي ازدادت نسبة الرطوبة والهواء نسبة 2% منه بخار ماء. الضغط ودرجة الحرارة هما نفس اليوم السابق. ما هي كثافة الهواء ρ الآن؟ الكتلة المولية المتوسطة للهواء الجاف: $M_a = 28.8 g/mol$ ؛ الكتلة المولية للماء: $M_w = 18 g/mol$. افترض سلوك الغاز المثالي.

س. 81 المدخنة. يتم إطلاق المنتجات الغازية من الحرق في الجو عند درجة الحرارة T_{air} من خلال مدخنة عالية مع مساحة المقطع العرضي A وارتفاع h (انظر الشكل a). يتم حرق المادة الصلبة في الفرن الذي يكون في درجة الحرارة T_{smoke} . حجم الغازات المنتجة لكل وحدة زمنية في الفرن هو B . افترض أن:

- سرعة الغازات في الفرن صغيرة تكاد لا تذكر؛
- تكون الكتلة المولية المتوسطة للغازات المنتجة في الفرن (الدخان) مساوية لكتلة الهواء، ويمكن معالجة هذه الغازات على أنها مثالية؛
- المدخنة ليست عالية جداً (لا يزيد طولها عن مائة متر)؛
- يمكن افتراض أن درجة حرارة الدخان ثابتة طوال طول المدخنة.



- (a) ما هو الحد الأدنى لارتفاع المدخنة اللازمة لسحب الغازات بكفاءة؟ عبر الإجابة من حيث A و T_{air} و $\Delta T \equiv \omega g = 9.81 \text{ m/s}^2$ و $T_{smoke} - T_{air}$ في جميع الفقرات اللاحقة افترض أن هذا الارتفاع الأدنى هو ارتفاع المدخنة.
- (b) نفترض أن اثنين من المداخن بنيت لخدمة نفس الغرض بالضبط. المقاطع العرضية متطابقة، ولكنها مصممة للعمل في أجزاء مختلفة من العالم: واحدة في المناطق الباردة، مصممة للعمل في متوسط درجة حرارة الغلاف الجوي لـ 30°C درجة مئوية والأخرى في المناطق الدافئة، والمصممة للعمل في متوسط درجة حرارة الغلاف الجوي 30°C درجة مئوية. درجة حرارة الفرن 400°C درجة مئوية. تم حساب أن ارتفاع المدخنة المصممة للعمل في المناطق الباردة هو 100m . ما ارتفاع المدخنة الأخرى؟
- (c) كيف تختلف سرعة الغازات على طول ارتفاع المدخنة؟ قم بعمل رسم / رسم بياني بافتراض أن المقطع العرضي للمدخنة لا يتغير على طول الارتفاع.
- (d) كيف يختلف ضغط الغازات على طول ارتفاع المدخنة؟
- محطة الطاقة الشمسية:** يمكن استخدام مبدأ تشغيل المدخنة لبناء نوع معين من محطات الطاقة الشمسية، مدخنة الطاقة الشمسية. الفكرة موضحة في الشكل b . تقوم الشمس بتسخين الهواء تحت مجمع المنطقة S مع محيط مفتوح للسماح بتدفق الهواء دون عوائق. عندما يرتفع الهواء الساخن من خلال المدخنة (الأسهم الحمراء)، يدخل الهواء البارد الجديد المجمع من المنطقة المحيطة به (الأسهم الزرقاء) مما يتيح التدفق المستمر للهواء من خلال محطة الطاقة. تدفق الهواء من خلال المداخن يمنح التوربين الطاقة، مما يؤدي إلى إنتاج الطاقة الكهربائية. طاقة الإشعاع الشمسي لكل وحدة زمنية لكل وحدة من المساحة الأفقية للجامع هي G . افترض أن كل هذه الطاقة يمكن أن تستخدم لتسخين الهواء في المجمع (السعة الحرارية الكتلية للهواء هي c ، ويمكن للمرء أن يهمل اعتمادها على درجة حرارة الهواء). نحدد كفاءة المدخنة الشمسية كنسبة الطاقة الحركية لتدفق الغاز والطاقة الشمسية الممتصة في تسخين الهواء قبل دخوله إلى المدخنة.
- (e) ماهي كفاءة مدخنة محطة الطاقة الشمسية؟
- (f) اعمل رسم بياني يوضح كيف تتغير كفاءة المدخنة مع ارتفاعها.
- يبلغ ارتفاع مدخنة النموذج في مانزاناريس، إسبانيا، 195 m ، ونصف قطر 5 m . الجامع دائري بقطر 244 m . الحرارة النوعية للهواء تحت ظروف التشغيل النموذجية لنموذج مدخنة الطاقة الشمسية هي $1012 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ، كثافة الهواء الساخن حوالي 0.9 kg/m^3 ، ودرجة الحرارة النموذجية للغلاف الجوي $T_{air} = 295 \text{ K}$. في مانزاناريس تبلغ القدرة الشمسية لكل وحدة من السطح الأفقي عادة 150 W/m^2 خلال يوم مشمس.
- (g) ما هي كفاءة محطة توليد الطاقة الأولية؟ اكتب التقدير العددي.
- (h) ما مقدار القدرة التي يمكن إنتاجها في محطة توليد الطاقة الأولية؟
- (i) ما مقدار الطاقة التي يمكن لمحطة الطاقة إنتاجها خلال يوم مشمس نموذجي؟
- (j) ما مدى ارتفاع درجة حرارة الهواء عند دخول المدخنة (الهواء الدافئ) من الهواء المحيط (الهواء البارد)؟ اكتب الصيغة العامة وقم بتقييمها من أجل مدخنة النموذج الأولي.
- (k) ما هو معدل تدفق الهواء الكتلّي من خلال النظام؟

س. 82 يتم تخزين هواء (خليط من الأكسجين والنيتروجين) في حاوية مغلقة مزودة بمكبس في أحد الطرفين عند درجة حرارة $T = 77.4 \text{ K}$. ويحتل إجمالي كمية خليط الغاز حجم $V_0 = 1.00 \text{ l}$ ويكون ضغطه الأولي $p_0 = 0.500 \text{ atm}$. بمساعدة المكبس يتم ضغط خليط الغاز ببطء عند درجة حرارة ثابتة. باستخدام افتراضات معقولة، قم برسم ضغط النظام كدالة في حجمه حتى عُشر الحجم الأولي، إذا كانت نسبة عدد مولات الأكسجين إلى عدد مولات النيتروجين هي $n_{O_2} : n_{N_2} = 21 : 79$. اعثر على الضغط والحجم في نقاط مميزة من هذه المنحنيات الأيزوثيرمالية. يمكنك استخدام البيانات التالية: درجة غليان النيتروجين السائل عند $T_{N_2} = 77.4 \text{ K}$ ؛ $p_1 = 1 \text{ atm}$ ؛ نقطة غليان الأكسجين السائل عند $T_{O_2} = 90.2 \text{ K}$ ؛ $p_1 = 1 \text{ atm}$ ؛ حرارة تبخر الأكسجين: $\lambda_{O_2} = 213 \text{ J/g}$ (يمكن افتراض أن تكون ثابتة لـ $T_{N_2} \leq T \leq T_{O_2}$). أهمل ذوبان النيتروجين الغازي في الأكسجين السائل والعكس.

س. 83 الهروب الحراري في الغلاف الجوي هو عملية تصل فيها جزيئات الغاز الصغيرة إلى سرعات عالية بما يكفي للهروب من حقل الجاذبية للأرض والوصول إلى الفضاء الخارجي. ويعتقد أن هذه العملية، والمعروفة باسم هروب جينز، كانت مسؤولة عن فقدان المياه من الغلاف الجوي كوكب الزهرة والمريخ، وذلك بسبب انخفاض سرعة الهروب لهم. فيما يلي نفترض أن توزيع جزيئات الغلاف الجوي يعطيها توزيع ماكسويل. وبالتالي في أي درجة حرارة يمكن أن يكون هناك دائماً بعض الجزيئات التي تكون سرعتها أكبر من سرعة الهروب. إن الجزيء الموجود في الجزء السفلي من الغلاف الجوي لن يكون قادراً على الهروب إلى الفضاء الخارجي على الرغم من أن سرعته أكبر من السرعة القصوى لأنها ستصطدم قريباً بجزيئات أخرى، فتفقد جزءاً كبيراً من طاقتها. من أجل الهروب، يجب أن تكون هذه الجزيئات على ارتفاع معين: بحيث تكون الكثافة منخفضة جداً لدرجة أن احتمال اصطدامها لا يكاد يذكر. وتسمى

- المنطقة في الغلاف الجوي حيث تفي هذه الحالة بـ الإكسوسفير وحدودها الدنيا، التي تفصل المنطقة الكثيفة من الغلاف الخارجي، تسمى قاعدة الإكسو. قد تفترض أن درجة الحرارة بالقرب من قاعدة الإكسو هي تقريباً $T = 1000 K$ ؛ ثابت الغازات العام $R = 8.31 J / K \cdot mol$ ، تسارع السقوط الحر $g \approx 9.5 m / s^2$ ، عدد أفوجادرو $N_A = 6.02 \times 10^{23} 1 / mol$.
- (a) ارتفاع قاعدة الإكسو. يتم تعريف قاعدة الإكسو على أنه الارتفاع الذي سيعاني منه الجسم المتحرك من الخارج بشكل جذري أو أقل من تصادم مردود ارتدادي في المتوسط. وهذا يعني أن متوسط المسار الحر يجب أن يكون مساوياً لارتفاع المقياس H ، الذي يعرف بأنه زيادة الارتفاع مما يؤدي إلى انخفاض كثافة الهواء e من المرات. ما هو متوسط الكتلة المولية للغلاف الجوي للأرض في المنطقة الخارجية إذا كان $H = 60 km$ ؟
- (b) متوسط المسار الحر λ هو متوسط المسافة التي يغطيها الجسم المتحرك في الغاز بين تصادمين متتاليين ويمكن التعبير عن ذلك بالمساواة التالية:

$$\lambda = (\sigma n)^{-1},$$

- حيث σ هي مساحة المقطع العرضي الفعالة؛ $0.2 nm^2 = \sigma$ لتصادمات ذرة الهيدروجين مع جزيئات الهواء (مع التركيب الجزيئي المقابل لقاعدة الأكسو)، و n هو عدد الجزيئات لكل وحدة حجم. نحن نعلم أنه على ارتفاع $h_0 = 250 km$ ، يكون الضغط $p_0 = 21 \mu Pa$ ، ويمكن افتراض أن تكون درجة الحرارة ثابتة بين قاعدة الإكسو والارتفاع المرجعي h_0 . حدد متوسط المسار الحر لذرات الهيدروجين عند الارتفاع h_0 .
- (c) حدد ارتفاع قاعدة الإكسو h_{EB} .
- (d) الهروب من الغلاف الجوي. الجزيئات في قاعدة الإكسو مع سرعة كافية للخارج للهروب من الجاذبية. بافتراض توزيع ماكسويل، حدد احتمال أن ذرة الهيدروجين لها سرعة أكبر من سرعة الهروب في قاعدة الإكسو.
- (e) حدد تدفق ذرات الهيدروجين (عدد الجسيمات لكل وحدة مساحة ووحدة زمنية) التي ستفلت من الغلاف الجوي، مع العلم أن تركيز ذرات الهيدروجين في قاعدة الإكسو هو $n_H = 1 \times 10^{11} m^{-3}$. قد تفترض أن الهيدروجين في حالة أحادية الذرة: عندما تصل الجزيئات الجوية إلى ارتفاع معين أقل من h_{EB} ، تنقسم إلى ذرات بسبب أشعة الشمس.
- الحسابات التالية سوف تظهر أن الهروب الحراري في الغلاف الجوي لا يمكن أن يكون العملية الوحيدة التي تفسر وجود بعض الغازات في الغلاف الجوي وبعضها الآخر غير موجود.
- (f) مع العلم أن متوسط الكتلة المولية الحالية للغلاف الجوي هو $M_{Atm} = 29 gr / mol$ ، والضغط الجوي $P_0 = 1 \times 10^5 Pa$ ، ونسبة $\chi_H = 5.5e - 7$ من جزيئات الغلاف الجوي هي جزيئات الهيدروجين، قدر عدد ذرات الهيدروجين التي في الغلاف الجوي للأرض. أهمل وجود جزيئات أخرى تحتوي على الهيدروجين.
- (g) دعونا نفترض نموذجاً غير دقيقاً ونفترض أن تركيز ذرات الهيدروجين في قاعدة الإكسو يبقى ثابتاً بمرور الزمن. اكتشف كم من الوقت يستغرق نصف ذرات الهيدروجين للهروب من الغلاف الجوي للأرض.
- (h) الآن دعونا ننظر في ذرات الهيليوم. حالياً، تركيزها في قاعدة الإكسو هو $n_{He} = 2.5 \times 10^{12} m^{-3}$ ، وتصنع $\chi_{He} = 5 \times 10^{-6}$ من جزيئات الغلاف الجوي. دعونا نستخدم الآن نموذجاً أكثر واقعية ونفترض أن تركيزها في قاعدة الإكسو يتناسب مع تركيزها في الطبقة السفلى من الغلاف الجوي.
- (i) اقترح سبباً، لماذا لا يزال يوجد حالياً بعض الهيدروجين في الغلاف الجوي للأرض.

- س. 84.** دعونا نمذج تشكيل نجم على النحو التالي. تبدأ سحابة كروية من الغاز النجمي المتناثر، في البداية ساكنة، في الانهيار بسبب جاذبيتها. نصف القطر الأولي للكرة هو r_0 والكتلة m . درجة الحرارة في المناطق المحيطة بها (أقل بكثير من الغاز) ودرجة الحرارة الأولية للغاز بشكل موحد T_0 . قد تفترض أن الغاز مثالي. الكتلة المولية المتوسطة للغاز هي μ والأس الأديباتي مؤشر هو $\gamma > 4/3$. افترض أن $G \frac{m\mu}{r_0} \gg RT_0$.
- (a) حيث R هو ثابت الغازات العام و G ثابت الجاذبية. خلال معظم الانهيار، يكون الغاز شفافاً إلى درجة أن أي حرارة متولدة تشع مباشرة بعيداً، أي أن الكرة تبقى في اتزان حراري ديناميكي مع محيطها. كم عدد المرات (n) التي يزداد فيها الضغط بينما نصف القطر هو النصف ($r_1 = 0.5r_0$)؟ نفترض أن كثافة الغاز تبقى منتظمة.
- (b) في بعض أنصاف القطر $r_3 \ll r_0$ ، يصبح الغاز كثيفاً بما فيه الكفاية ليصبح معتماً على الإشعاع الحراري. احسب كمية الحرارة Q المشعة بعيداً أثناء الانهيار من نصف قطر r_0 إلى r_3 . نفترض أن كثافة الغاز تبقى منتظمة.
- (c) لأنصاف أقطار أصغر من r_3 قد تهمل الإشعاع الحراري. حدد كيف تعتمد درجة الحرارة T للكرة على نصف قطرها $r < r_3$.
- (d) في النهاية لا يمكننا إهمال تأثير الضغط على ديناميكيات الغاز ويتوقف الانهيار عند $r = r_4$ (مع $r_4 \ll r_3$). ومع ذلك، لا يزال بالإمكان إهمال الإشعاع ودرجة الحرارة ليست عالية بما يكفي لإشعاع الاندماج النووي. لم يعد ضغط مثل هذا البروتوستار متجانساً بعد الآن، ولكن لا يزال من الممكن إجراء تقديرات تقريبية باستخدام عناصر سابقة رقمية غير دقيقة. قدر نصف القطر النهائي r_4 ودرجة الحرارة المعنية T_4 .

- س. 85.** ظاهرة الضيائية الصوتية تحدث عندما تضع الموجات الصوتية القوية فقاعات صغيرة داخل السائل (مثل الماء) إلى حركة متذبذبة. قد تؤدي فقاعات الانهيار إلى تسخين الغاز إلى درجة أنه سيبعث إشعاع الجسم الأسود في مدى مرئي من الأطوال الموجية.
- في جميع أنحاء المسألة، يمكنك استخدام النموذج التالي. في جميع الأزمنة t ، الفقاعة نصف قطرها $R = R(t)$ وتكون كروية ويظل مركزها ثابتاً في ماء بكثافة $\rho_0 = 1.0 \times 10^3 kg / m^3$. تكون كثافة الغاز ρ ضغط P ، ودرجة الحرارة T منتظمة دائماً داخل الفقاعة مع اختزال حجمها. يفترض أن السائل المحتوي على الفقاعة يكون متمائل، غير لزج، غير قابل للضغط، وأكبر بكثير في الحجم من الفقاعة. وهذا يعني أنه يمكننا اعتبار كرة ماء وهمية مع نصف قطر $R \gg r$ متمركزة حول الفقاعة، وسوف تنكمش بشكل متناظر أثناء انكماش الفقاعة. يمكن إهمال التبادل الحراري بين الغاز والماء المحيط. يتم إهمال جميع التأثيرات الناجمة عن الجاذبية وتوتر السطح لأي زمن t ، الضغط

داخل السائل هو دالة في r فقط: $P = P(r)$ $r > R$ قد تفترض أن الضغط المحيط $P_0 = P(r \rightarrow \infty) = 1.01 \times 10^5 Pa$ ودرجة حرارة الماء $T_0 = 300$ تظل ثابتة في الزمن. في البداية، الفقاعة نصف قطرها $R_i = 7R_0$ درجة حرارة الغاز $T = T_0$ ، والمياه المحيطة غير متحركة (أي $\frac{dR}{dt} = 0$)؛ هنا $R_0 = 5.00 \mu m$ يدل على نصف قطر الاتزان للفقاعة التي عندها يكون للغاز ضغط P_0 مع $T = T_0$. نسبة الحرارة النوعية عند الضغط الثابت إلى الحجم الثابت للغاز هي $\gamma = 5/3$.

قد تجد أنه من المفيد معرفة أن الطاقة الحركية للمياه المحيطة يمكن التعبير عنها من حيث تقلص سرعة الفقاعة R كما يلي

$$Ek_k = 2\pi\rho_0 R^3 \dot{R}^2.$$

(a) اعثر على الحد الأدنى من نصف قطرها R_m ودرجة الحرارة العظمى T_m للفقاعة خلال عملية التقلص.

(b) اعثر على نصف القطر R_f للفقاعة في اللحظة t_f عندما تكون سرعة انكماش الفقاعة عظمى.

(c) ينبعث معظم الإشعاع الحراري بين $t = t_f$ واللحظة عند الوصول إلى نصف القطر الأدنى. قدر المدة الإجمالية لفترة الإشعاع.

(d) لكي يبقى نموذجنا صالحاً، يجب أن يكون فقدان الحرارة Q بسبب الإشعاع أصغر بكثير من الطاقة الداخلية للغاز U ؛ دعونا نطلب أن $Q \leq \frac{1}{5} U$. وهذا يعني أنه إذا أخذنا في الاعتبار الغاز ككرة نصف قطرها R تشع حرارياً عند الانبعاثية a ، فإن الانبعاثية يجب ألا تكون كبيرة جداً، $a \leq a_0$. قدر قيمة a_0 . ثابت ستيفان-بولتزمان $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} J/s \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$.

س. 86

(a) بالنسبة لمعدن في حالة اتزان حراري، فإن الطاقة المتوسطة للإلكترونات التوصيل تسهم مساهمة معينة في الحرارة النوعية. وفقاً للفيزياء الكلاسيكية، فإن إلكترونات التوصيل في المعادن تشكل غاز إلكترون حر محاصر في حجم المعدن، ويمكن اعتبار هذا الغاز مثالياً. أوجد متوسط مساهمة كل إلكترون في الحرارة النوعية عند الحجم الثابت (c_V) باستخدام النموذج الكلاسيكي.

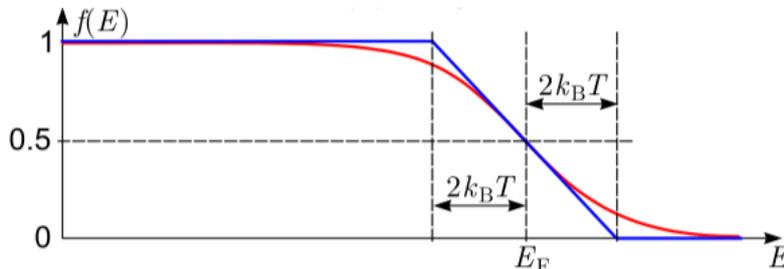
(b) وقد تبين من الناحية التجريبية أن الحرارة النوعية إلكترونات التوصيل عند حجم ثابت في المعادن تعتمد على درجة الحرارة، والقيمة التجريبية في درجة حرارة الغرفة هي أقل بدرجة مقدار من نظيرتها الكلاسيكية. هذا لأن الإلكترونات تمتلك للإحصائيات الكمومية بدلاً من الإحصائيات الكلاسيكية. وفقاً للنظرية الكمية، بالنسبة إلى مادة معدنية، تتناسب كثافة حالات إلكترونات التوصيل (عدد الحالات الإلكترونية لكل وحدة حجم وطاقة وحدة) مع الجذر التربيعي لطاقة الإلكترون E ، ثم عدد الحالات داخل مدى الطاقة dE لمعدن حجم V يمكن كتابتها كـ

$$dS = CV \sqrt{E} dE$$

حيث C ثابت التسوية، يحدده العدد الكلي للإلكترونات في النظام. يدعى احتمال أن حالة الطاقة E يشغلها الإلكترون توزيع فيرمي،

$$f(E) = \left[1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) \right]^{-1}$$

حيث $k_B = 1.381 \times 10^{-23} J/K$ هو ثابت بولتزمان و T هي درجة الحرارة المطلقة، بينما يسمى E_F مستوى فيرمي. عادة في درجة حرارة الغرفة E_F تكون حول عدة eVs للمواد المعدنية ($1 eV = 1.602 \times 10^{-19} J$) وبالتالي $k_B T \ll E_F$ في هذه الحالة يتصرف توزيع فيرمي كما هو موضح في الشكل بمنحنى أحمر؛ يسمح لك لتقريبه عن طريق دالة خطي-قطعة كما هو مبين في الخط الأزرق. بالإضافة إلى ذلك، قد تهمل اعتماد مستوى فيرمي على درجة الحرارة بحيث يمكن التعبير عن قيمته من حيث العدد الكلي للإلكترونات عن طريق وضع $T = 0$.



عبر عن متوسط مساهمة كل إلكترون في الحرارة النوعية عند حجم ثابت من حيث k_B و E_F و T باستخدام النموذج الميكانيكي الكمومي. أعط تفسيراً نوعياً لانحراف النتيجة الكلاسيكية عن نظرية الكم.

س. 87. دعونا نفكر في نظام مكون من N ثنائيات القطب المغناطيسي المستقلة (تدور مغزلياً) في المجال المغناطيسي B ودرجة الحرارة T . كل دوران له حالتين: الدوران للأعلى، والدوران لأسفل؛ يأخذ المكون x من عزم ثنائي القطب قيمه $\pm \mu_B \equiv \frac{e\hbar}{2m}$ ، على التوالي (x هو محور ثابت).

(a) ما هي القيمة المتوسطة للطاقة الكلية E_s من الدوران المغزلي النظام كدالة T و B ؟

(b) عند حد درجة الحرارة المرتفعة $T \gg \frac{\alpha B m}{k}$ ، ما هي السعة الحرارية C لهذا النظام الدوار؟

س. 88. لتخزين $1 mol$ من الغاز المثالي في درجة حرارة T_0 ، يتم استخدام وعاء مصنوع من الفولاذ (الكثافة ρ). افترض أن جدران الوعاء أرق بكثير من الأبعاد الخطية للوعاء. وفقاً للمواصفات، يجب أن يكون الإجهاد الميكانيكي في الجدران (القوة لكل مساحة عرضية) في كل مكان (ولأي اتجاه) لا يزيد عن σ_0 . ما هو الحد الأدنى من كتلة الوعاء؟

ملحق 1: تحفيز لقانون بولتزمان

السبب الذي يجعل احتمالية الاستحواذ على مستوى طاقة يضمحل أسيا مع الطاقة يقع في حقيقة أنه في حالة الخزان الحراري الذي يفترض أن يتضمن عددا كبيرا من الأنظمة الفرعية، سينمو عدد الحالات الميكانيكية الكمية أسيا مع الطاقة الكاملة E_{tot} . لنعتبر بشكل مبسط جسما لديه عدد من مستويات الطاقة متساوية البعد، $E_0 + \epsilon, E_0 + 2\epsilon, \dots, E_0 + n\epsilon = E_n$. ليكن كذلك الخزان الحراري مصنوعا من عدد كبير $N \gg n$ من الجسيمات المتطابقة، وكل منها لديه مستويا طاقة، 0 (المستوى الأرضي) و ϵ (الحالة المثارة)، وليكن العدد الكامل للجسيمات عند الحالة المثارة M (مع $M, N - M \gg n$). الآن قمنا بجعل الجسم متصلا بالخزان؛ ولنفترض أنه طاقته ستصبح $n\epsilon$. بسبب قانون حفظ الطاقة، هذا سيقفل عدد الجسيمات المثارة داخل الخزان الحراري n . بالتالي، عدد الأجسام المثارة هو $M - n$ ؛ عدد الحالات المختلفة للخزان الحراري الذي يحقق هذا الشرط سيساوي عدد الطرق المختلفة لاختيار $M - n$ جسيم من مجموعة الـ N جسيم، وهو

$$\binom{N}{M-n} = \frac{N!}{(M-n)!(N-M+n)!}$$

كما أنه للمستوى الأرضي للجسم، عدد حالات الخزان الحراري سيعطى بشكل مشابه بـ

$$\binom{N}{M} = \frac{N!}{M!(N-M)!}$$

بما أن كل هذه الحالات مفضلة بنفس المقدار، ستكون النسبة بين احتمال كون الجسم في الحالة المثارة الـ n وكونه في الحالة الأرضية ستعطى بالنسبة بين عدد الحالات،

$$\frac{p_n}{p_0} = \frac{N!}{(M-n)!(N-M+n)!} \frac{M!(N-M)!}{N!} = \frac{M!}{(M-n+1)(M-n+2)\dots M} \frac{N!}{(N-M+n)!} \approx \left(\frac{M}{N-M}\right)^n$$

هنا، رقم يعبر عن حالة الخزان الحراري؛ يمكننا تعريف المعامل $\beta = -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{N}{M} - 1\right)$ الذي سيقودنا إلى قانون بولتزمان

$$\frac{p_n}{p_0} = e^{-\beta E_n}$$

هذا "البرهان" لن يكون غالبا مرضيا للقارئ الرياضي، لأننا قمنا بوضع افتراضات محدودة جدا لجسيمات الخزان الحراري. لبرهان أكثر عمومية، يمكن للمرء تعريف كثافة مستويات الطاقة $g(E)$ للـ "جسيمات" التي تكون الخزان الحراري، التعبير عن كثافة مستويات الطاقة لكامل الخزان كالتفاف $convolution$ الـ $N!$ مع نفسها، حسابها في فضاء فورييه (لأن تحويل فورييه للتفاف هو فحسب ضرب تحويلات فورييه)، أخذ تحويل فورييه العكسي وتقديره ($N \rightarrow \infty$) باستخدام طريقة نقطة السرج *saddle point*—هذه التقنيات بعيدة كل البعد عن مستوى هذا الكتيب.

ملحق 2: إيجاد متوسط الطاقة الحركية من قانون ماكسويل

باستخدام قاعدة التعويض،

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x = v_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

التكامل هو جوهرها عبارة عن أخذ مجموع، ونحن نعرف أن مشتقة مجموع هي مجموع المشتقات. بالتالي، يمكننا أخذ مشتقة كلا طرفي هذه المساواة بالنسبة لـ v_0 ؛ الطرف الأيسر سيعطي

$$\frac{d}{dv_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dv_0} e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x = 2v_0^{-3} \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x$$

والطرف الأيمن سيعطي

$$\frac{d}{dv_0} v_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

هذا يعني أن

$$\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x = \frac{1}{2} v_0^3 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

لنتذكر أن $f(v_x) = e^{-v_x^2/v_0^2} / \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x$. إذن يمكننا إعادة كتابة تعبير جذر المتوسط التربيعي كالتالي

$$\bar{v}_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x / \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x = \frac{1}{2} v_0^2$$

الآن، إذا عوضنا من جديد $v_0 = \sqrt{2k_B T/m}$ (المرتبطة بتوزع ماكسويل)، سنحصل في النهاية على

$$m\bar{v}_x^2 = k_B T$$

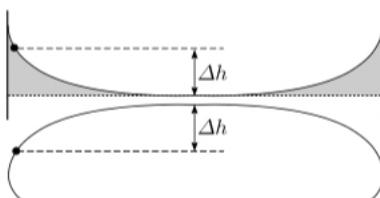
التلميحات

1. عبر عن قدرة التسخين الثابتة بـ $P = \frac{dQ}{dt}$ وعوض $dQ = C_p dT$ ؛ هذا يسمح لنا بالعثور على C_p كدالة في الزمن t ؛ تخلص من t باستخدام الاعتمادية المعطاة $T = T(t)$.
2. بعض التلميحات أعطيت بالفعل بعد المسألة؛ حدد قدرة التسخين الكلية عند متوسط درجة حرارة تسخين الثلج $72^\circ\text{C} \approx T_2$ بمقارنة مماسات المنحنى $T(t)$ عند $T = T_2$ (ارجع الحقيقة 6) و $T = T_2$.
3. في المتوسط، تساوي طاقة التسخين الكهربائية طاقة التبريد بسبب فقدان الحرارة. تذبذبات الحرارة هي صغيرة، وبالتالي (وفقاً للفكرة 2) فإن طاقة التبريد ثابتة تقريباً؛ وفي الوقت نفسه، تتأرجح طاقة التسخين بين القيمة القصوى U_1^2 / R والصفر وفقاً لموجة مستطيلة. وهنا، يمكن التعبير عن مقاومة السلك R من حيث طول السلك ومساحة المقطع العرضي S (لا تعطى قيمة الأخير ولكن قد نأمل أن تلغى من الإجابة النهائية). الآن يمكننا التعبير عن الطاقة الحرارية المسحوبة من السلك لكنتا الفترتين، وإيجاد اتساع درجات الحرارة من القانون الأول للديناميكا الحرارية.
4. بناءً على الحقيقة 6، حدد عدد النسب المئوية التي أدت إلى زيادة التدفق الحراري إلى البيئة، واستخدم هذا لإبرام، كم نسبة زادت من الحرارة معدل الانتاج داخل المنزل.
5. اتبع الفكرة 3؛ يتم حساب المقاومة الحرارية للوحة النحاسية بنفس طريقة المقاومة الكهربائية، $R_T = \rho d / s$.
22. تذكر الفكرة 7: للعمليات الديناميكية، في البداية، يتم التوصل إلى الاتزان الميكانيكي، مما يعني المساواة في الضغوط، الاتزان الأخرى (على سبيل المثال الحرارية) ستكون قد وصلت في وقت لاحق (إذا كان في أي وقت ضمن إطار زمني معقول). في على وجه الخصوص، وهذا يعني أنه إذا كان هناك تبخر من سطح الماء، وبسبب ذلك، على مقربة من سطح الماء، هناك تركيز أعلى من أبخرة الماء، ثم يجب أن يكون هناك تركيز أقل من جزيئات الهواء. في الواقع، بينما بسبب الاتزان الميكانيكي، يجب أن يظل الضغط الكلي مساوياً للضغط الجوي، أيضاً يساوي مجموع ضغط البخار وضغط الهواء 13. يمكن القول على حد سواء أن ضغط الهواء يساوي الضغط الجوي ناقص ضغط البخار. إذا أصبح ضغط التشبع $p_s(T)$ أكبر من الضغط الجوي p_{atm} ثم الاتزان الميكانيكي لم يعد ممكناً: كما علمنا في وقت سابق، بالقرب جداً من سطح الماء، هناك شبه اتزان حراري و $r = 100\%$ وبالتالي، في تلك الطبقة، ضغط البخار $p_v = p_s(T)$. الضغط الكلي في تلك الطبقة هو مجموع ضغط البخار وضغط الهواء، وبالتالي $p \geq p_v > p_{atm}$ لذلك، سيكون للأبخرة في سطح السائل ضغط أكبر من ضغط الغلاف الجوي، والمحيط سيدفع الهواء بعيداً. علاوة على ذلك، إذا كان هناك فقاعة صغيرة داخل السائل، سيكون لها أيضاً ضغط أعلى من الأبخرة في الداخل أكثر من ضغط المناطق المحيطة، وبالتالي ستبدأ الفقاعة في النمو. يجب ملاحظة ذلك أن هناك دائماً إما فقاعات مجهرية أو شوائب أخرى داخل السائل والتي يمكن أن تكون بمثابة مراكز التبخير.
25. طبق نفس الأسلوب الذي تم استخدامه لاشتقاق تعبير زاوية الاتصال من حيث التوتر السطحي، ولكن ضع في اعتبارك أن منطقة الاتصال الصلبة والسائلة هي الآن أصغر.
26. لدينا سطح الماء المنحني كما هو موضح في الشكل، ونفصل جزءاً من الماء (بصور بالون الرمادي) بواسطة مستوى أفقي وهمي يمر في القاع المسطح للسطح المنحني، واعتبر اتزان القوى بالنسبة للحجم الرمادي. في مستوى الفصل داخل السائل، يساوي الضغط الهيدروستاتيكي للضغط الجوي. في الواقع، في الجزء السفلي من مستوى الماء المنحني، من خلال السطح الهوائي-المائي، لا يوجد ضغط شعري، ومن ثم يجب أن يكون ضغط مقياس الهيدروستاتيكي صفراً؛ داخل السائل، يكون الضغط الهيدروستاتيكي دالة في الارتفاع فقط، لذلك يبقى الضغط مساوياً للضغط الجوي من خلال المستوى الأفقي. لذا، فإن الحجم الموضح بالرمادي في الشكل محاط بضغط جوي، بمعنى أنه لا توجد قوة صافية إضافية تعمل عليه بسبب الضغط.



29. لاحظ أن حجم الماء ثابت: إذا كانت سماكة الطبقة صغيرة، فإن طاقة الجاذبية ستكون صغيرة، ولكن الطاقة السطحية ستكون كبيرة (على العكس أيضاً). عبر عن الطاقة الإجمالية لكمية ثابتة من السائل.

30. استخدم الحقيقة 17 والفكرة 19 لاستنتاج أن شكل المقطع العرضي لسطح الماء المنحني متطابق مع تجمع السائل على المكتب (انظر المسألة رقم (29)). في الواقع، يعتمد انحناء السطح فقط على التوتر السطحي وضغط القياسي، والذي يمكن مقارنته في حالة سطح الماء المنحني والبركة كما هو موضح في الشكل.



32. على افتراض العكس، فكر في محركين حراريين بكفاءات مختلفة. إن دورة كارنو عكوسة، لذلك سنستخدم المحرك مع الكفاءة الأعلى

كمضخة حرارية (مع دورة كارنو العكوسة): فهي تأخذ الحرارة من جسم درجة حرارته منخفضة وتعطيها إلى جسم درجة حرارته أعلى. يجب القيام بعمل ميكانيكي كلي لتشغيل المضخة الحرارية. بين أنه إذا تم استخدام الشغل الذي قام به المحرك الحراري ذو الكفاءة الأقل لدفع مضخة الحرارة ذات الكفاءة الأعلى، فإن النتيجة للنظام بأكمله ستكون انتهاك للقانون الثاني للديناميكا الحرارية.

46. خلال فترة التبريد، خلال عدد الأيام ΔN التي تبقى درجة الحرارة فيها في نطاق (صغير) بين T و $T + \Delta T$ ، يكون فقد الحرارة $T = T_0$ ، ومن ثم فإن الخسارة الكلية للحرارة ترتبط بالمنطقة الواقعة بين الرسم البياني والخط الرأسي $T = T_0$.

$$T_3 \approx 1.4T_2 \approx 3.5T_1.38$$

$$T = \frac{V_0}{l_0 R_0} T_0 = 2650K.39$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{4V_0 I_0 \rho_0}{\pi^2 R_0 \kappa \sigma T^4}}$$

$$l = \frac{R_0 d^2 \pi}{4\rho_0}$$

$$d_2 = \frac{1}{11} d_1.41$$

$$T = \frac{V_1 + V_2}{\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2}}.42$$

$$T_2 = T_0 + \frac{\Delta s(p_0 \pi r^2 + mg)}{nR} = 322K (a.43)$$

$$p = p_0 + \frac{mg}{\pi r^2} = 102.32kPa$$

$$W = (mg + p_0 \pi r^2) \Delta s = 24.1J (b)$$

$$Q = (mg + p_0 \pi r^2) \Delta s \left(\frac{C_V}{R} + 1 \right) = 84J (c)$$

$$P = (mg + p_0 \pi r^2) \frac{\Delta s}{\Delta t} \left(\frac{C_V}{R} + 1 \right) = 8.4W (d)$$

$$\dot{n} = P \frac{\lambda}{hc} = 2.2 \times 10^{19} s^{-1}$$

$$\eta = \frac{1}{\left(1 + \frac{p_0 \pi r^2}{mg}\right) \left(\frac{C_V}{R} + 1\right)} = 2.8 \times 10^{-3} (e)$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 321K (f)$$

$$T_1 = 3^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_0 \approx 400K.44$$

$$\eta = 1 - k^{1-\gamma} = 0.602.45$$

$$a = 290EUR.46$$

$$\rho_{20} \rho_{el} c l^2 (T_1 - T_r) / U_0^2 = 25ms (a.47)$$

$$\rho_{20} \rho_{el} c l^2 \int \rho_{el} dT / U_0^2 = 1.5ms (b)$$

$$T_2 = \frac{x\sigma T_0 + \rho h h c_p v d T_1}{x\sigma + \rho h h c_p v d} (a.48)$$

$$t = -C \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{P(T)} \approx 120s (b)$$

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R (a.49)$$

$$\rho = \frac{p_0 M}{RT} (b)$$

$$p = P_0 \frac{w}{w - v \alpha (T - T_0)} \frac{T}{T_0}.50$$

$$p \approx 56KPa.51$$

$$T_1 = T_0 \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}} = 279K (a.52)$$

$$h_1 = \frac{2}{g \rho_0} \frac{p_0 - p_1}{1 + \frac{p_1 T_0}{p_0 T_1}} = 1410m (b)$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}} = 271K (c)$$

$$h = 35mm (d)$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}} = 300K (e)$$

الأجوبة

$$4PT^3 / aT_0^4.1$$

$$(Q = 500W \cdot 37s) m = Q / (L + c\Delta T) \approx 28g.2$$

$$\Delta T = \frac{u_1^2 T}{8\rho_e \rho c l^2} \approx 34K.3$$

$$P' = P \frac{t_2 - t_1}{t_1 - t_0} \approx 53^\circ C.4$$

$$Q = (T_1 - T_2) S / \int \rho dx \approx \Delta T = P \rho d / s \approx 11.7K.5$$

$$18mW$$

$$T = T_\odot \sqrt{R_\odot / 2L} \approx 290K.6$$

$$N + 1.7$$

$$T_{max} = (\sqrt{3}I / \sigma)^{1/4}, T_{min} = (I / \sigma)^{1/4}.8$$

$$v \approx \frac{m}{M} \sqrt{\frac{RT}{\mu}}.9$$

$$N \approx 162.10$$

$$\Phi \approx \frac{3}{2} nRT_1 \sqrt{\frac{RT_2}{M}}.11$$

$$\Delta m = \left(\frac{1}{T_{air}} - \frac{1}{T_1}\right) \frac{p_0 V_0}{R} (\mu_{air} - \mu_H).13$$

$$T = 1.4T_0.14$$

$$\gamma = \frac{4}{3} \text{ ستقل مرتين؛}.15$$

$$\Delta T = \frac{\rho_0 T_0 g \Delta h \gamma - 1}{p_0 \gamma} = 2.1^\circ C.16$$

$$v_p \approx 23m/s (أ).18$$

$$v_{crit} \approx 23m/s (ج) \text{ الأقل؛}$$

$$\sqrt{2.5}.20$$

$$a = \frac{p_0 S}{M} (ب)؛ a = \frac{p_0 S}{M} (أ).21$$

$$\Delta T \approx 1.5^\circ C (أ).22$$

$$\Delta T \approx 6.5^\circ C (ب)$$

$$\Delta T = 12.1(1 - r) (ج)$$

$$\approx 4 (د)$$

$$\kappa = \frac{T - T_{100^\circ C}}{\lambda} c = 0.154.23$$

$$T_B = 100K T_A = 350K (أ).24$$

$$\frac{m_A}{m_B} \approx 22 t_2 = 100^\circ C t_1 \approx 67^\circ C (ب)$$

$$175^\circ.25$$

$$\Delta V = \frac{2\pi}{\rho} \sqrt{\frac{V\pi}{h}} = 5.79ml^3.26$$

$$13.3cm.27$$

$$h = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho g} (1 + \cos\alpha)}.29$$

$$h = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}.30$$

$$\Delta P = \frac{T_0 - T_1}{T_0^2} \frac{p_0 \mu L}{R} \approx 350Pa؛ \frac{dp_s}{dT} = p_s \frac{\lambda \mu}{RT^2}.35$$

$$U = L / \mu N_A \text{ سالب طاقة الوضع لجزيء في الحالة السائلة}.36$$

$$m = \frac{l^2 R t T_2}{(T_1 - T_2) \lambda} \approx 1.5g.37$$

(Ciii) بين 5°C عند G و -7°C (أهمل الحرارة الكامنة للتكثيف)؛
(Civ) الحرارة المنطلقة من التكثيف؛ (Di) 3.8؛ (Dii) الإغلاق.

$$\gamma = \rho_0 z_0 g / p_0 = 5.5 \quad (Aii) ; F_B = M_A n g \frac{p}{p + \Delta p} \quad (Ai) .74$$

$$\Delta P = \frac{4\kappa RT}{r_0} (\lambda^{-1} - \lambda^{-7})$$

$$a = 0.110$$

$$z_f = 11km, \lambda_f = 2.1$$

$$T_{\odot} = \sqrt{R_{\odot}} 2L \approx 289K.75$$

$$W_{max} = C(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2})^2 .76$$

$$T_2 = \frac{T_0 \kappa}{\kappa + I\alpha} \approx 288K.77$$

$$T_0 \approx 212K.78$$

$$1.2352kg/m^3 .80$$

$$v = \sqrt{2gh \frac{T_{air}}{\Delta T}} \quad (ج) 45m ; (ب) h \geq \frac{B^2}{A^2} \frac{1}{2g} \frac{L}{\Delta T} \quad (أ) 1.81$$

$$\eta = (p = p_0 - (\rho_{air} - \rho_{smoke})gh - \rho_{smoke}gz) \quad (د)$$

$$360kWh \quad (ف) 45kW \quad (ع) 0.64\% \quad (ط) خطية؛ (ص) $\frac{gh}{cT_{air}}$$$

$$\Delta T = \left(\frac{G^2 S^2 T_{air}}{A^2 c^2 \rho_{hot}^2 \cdot 2gh} \right)^{1/3} \quad (ن) 8h \quad \text{مع}$$

$$p_2 = , V_2 = 0.395l ; p_1 = 1.06atm ; V_1 = 0.472l .82$$

$$p_f = 1.22atm ; V_f = 0.100l , 1.22atm$$

$$420km \quad (ج) 3.3km \quad (ب) 14g/mol \quad (أ) 83$$

$$1.2 \times 10^{38} \quad (س) 7.5 \times 10^{11} 1/m^2 s \quad (د) 2.6 \times 10^{-3}$$

$$(ص) 4500 \text{ سنة؛ (ط) } 9.6 \times 10^{11} \text{ سنة؛ (ف) الزيادة القادمة من}$$

المحيطات كـ H_2O .

$$(د) $T_0 \left(\frac{r_3}{r}\right)^{3\gamma-3}$ (ج) $\frac{3mRT_0}{\mu} \ln \frac{r_0}{r_3}$ (ب) 8 (أ) 84$$

$$T_4 \approx T_0 \left(\frac{RT_0 r_3}{\mu m G}\right)^{\frac{3\gamma-3}{4-3\gamma}}, r_4 \approx r_3 \left(\frac{RT_0 r_3}{\mu m G}\right)^{\frac{1}{3\gamma-4}}$$

$$R_f = (ب) $T_m = 6.86 \times 10^4 K$, $R_m = 2.31\mu m$ (أ) 85$$

$$a_0 \sim 0.01 \quad (د) $\tau \sim 3 \times 10^{-9} s$ (ج) 2.98 $\mu m$$$

$$(أ) $\frac{3}{2} k_B T$ (ب) $\frac{3^2}{k_B} T/E_F$ مع زيادة درجة الحرارة، طاقة معظم$$

الإلكترونات ستظل غير متغيرة.

$$N(\mu_B B)^2 / k_B T \quad (ب) $-N\mu_B B \tanh\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right)$ (أ) 87$$

$$(إثبات أنها قيمة دنيا مطلوب) $m = 1.5RT\nu\rho/\sigma$.88$$

$$L = \frac{1}{2} \frac{m^2 RT}{M \mu} + \left(t - \frac{1}{pS} \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}\right) \frac{m}{M} \sqrt{\frac{RT}{2\mu}} .53$$

$$t \approx 160s$$

$$t \sim \frac{1}{100} s .54$$

$$P; D/F > 2T = \sqrt{\frac{d}{\sigma f} \sqrt{\frac{l}{\sigma}}} .56$$

$$1900m .57$$

$$a) C = 4R; b) \omega = r^{-1} \sqrt{8\sigma/\rho h} .58$$

$$a) p_E > p_A > p_D > p_B > .59$$

$$p_C; b) 195K; c) 220hpa; d) $W_{net} = R(T_H -$$$

$$T_C) \ln(P_D/P_A), Q_{loss} = RT_C \ln(p_D/p_C); e) $\epsilon_i = 0.35$; g) II&III.$$

$$a) R = .60$$

$$b) T = T_0 + \frac{P_0 \cos(\omega t + \arcsin(C\omega/\sqrt{C^2\omega^2 + R^{-2}}))}{\sqrt{C^2\omega^2 + R^{-2}}}; c) \omega =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2CR}}; d) \omega_c = \kappa/c_p$$

$$a) P = Q_{di} - Q_{do} = \frac{\epsilon\sigma 4\pi R_1^2 (T_2^4 - T_1^4)}{1 + (1-\epsilon)R_1^2/R_2^2} \approx .61$$

$$1.78 W; b) \tau = \frac{4}{3} \pi \rho R^3 \lambda \mu / P \approx 36h.$$

$$; a) N = -\frac{\ln \beta}{\alpha} .62$$

$$b) A \approx N p_0 V \alpha = p_0 V |\ln \beta|;$$

$$c) T = T_0 \beta^{\frac{1}{\gamma}-1};$$

$$d) A = 2p_0 V.$$

$$a) C \approx \frac{P_r}{T_0 - T_1} = 350 J/^\circ C; -63$$

$$b) Q = CT_c \approx 46kJ.$$

$$4689K. -64$$

$$1 - \frac{T_1}{T_2} .65$$

$$a) Q = qv \approx 546J; -66$$

$$b) v = \frac{Q}{3\rho a^3 c} \approx \frac{0.22mm}{s} \quad (\text{جواب تقريبي})$$

$$c) T = A \cdot e^{-Bt};$$

$$d) v \sim \frac{Q}{\rho a^3} \sqrt{\frac{M_H}{RT}} \approx 180m/s.$$

135%

$$68- F = 7Sp_1 T_0 / T_1$$

$$69- T = T_0 - (1 - \gamma^{-1}) \frac{\mu g}{R}$$

$$70- a) \frac{dT}{T} = (1 - \gamma^{-1}) \frac{dp}{p}; b) dp =$$

$$- \frac{mgp}{k_B T} dz; c) T_{top} = 20.6^\circ C.$$

$$71- a) U = \mu \frac{4}{3} \pi R^3 C (T_c - T_0) = 16768J;$$

$$b) J = \kappa (T_1 - T_0) / R = 2458 W \cdot m^{-2};$$

$$\text{هذه (c) } P = 4\pi R^2 J = 19.3 W; d) \tau = U/P = 869 s$$

تقريبات، المعاملات العددية الأخرى مقبولة)

$$.72 \quad T > 22^\circ C \text{ إذا كانت } p = p_0 \frac{T}{T_0} \frac{\omega_0}{\omega_0 - \nu \alpha (T - T_0)}$$

$$(Aiii) P = P_0 - \rho g z \quad (Aii) \alpha = g M_{air} / RT_0 \quad (Ai) .73$$

$$88kPa$$

$$(Biv) r = r_G / \sqrt{1 - 2gz/v^2} \quad (Biii) v = v_G r_G / r \quad (Bii$$

تشبه الأنابيب

$$:76kPa \quad (Cii) v = v_G r / r_G \quad (Ci$$