

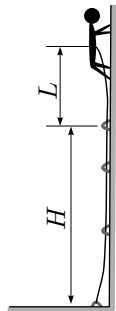
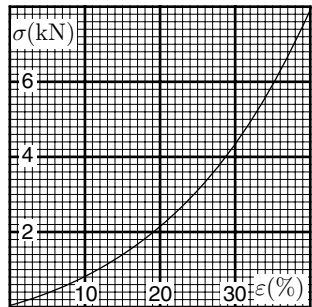
1. Kaljuronija (6 pts)

Kaljuronija massiga $m = 80$ kg ronib mööda vertikaalset kaljuseina. Julgestuseks kasutab ta järgmist meetodit. Elastse köie üks ots on fikseeritud maapinnal asuva kinnitusaasa külge. Köis läheb läbi libeda julgestusaasade (mis on kinnitatud kaljuseina külge; viimase aasa kõrgus on $H = 20$ m) ning läbi ronija vöö külge kinnitatud klambri. Klamber hoiab nõõri tugevasti kinni ning võimaldab nõõri rippuvat osa ronimise käigus pikemaks lasta (nii, et klambri ja kinnitusaasa vaheline nõõriosa on kogu aeg pingul). *Kukkumise korral ei tohi tema kiirendus ületada väärtust $a_{\max} = 5g$, sest see võib kahjustada tervist. Võite eeldada, et köis tuleb vertikaalselt otse alla, et kinnitusklambri ja kaljuronija massikeskme vahekaugus on väga väike ja et köie ning julgestusaasa vaheline hõõre on tühine. Köie pingesõltuvus suhtelisest venitusest on toodud juuresoleval joonisel.*

Oletagem, et ronija on jõudnud viimasest julgestusaasast kaugusele L , vt joonis.

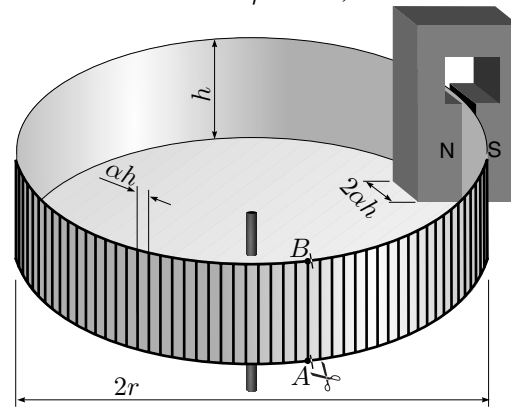
1) Kui ronija kukub, siis langeb ta viimasest julgestusaasast allapoole maksimaalsele kaugusele l (seejärel hakkab köie elastsus teda jälle kergitama). Millist võrratust peab rahuldama suurus l ? (1,5 p)

2) Milline on maksimaalne ohutu vaba köie osa pikkus L (misjärel peab ronija kinnitama uue julgestusaasa) (4,5 p)?



2. Magnetpidur (12 pts)

Foucault' voole saab kasutada liikuvate juhtivast materjalist esemete (nt pöörleva ketta) pidurdamiseks. Vaatleme selle meetodi illustreerimiseks järgmist mudelit. Olgu meil analüüsi lihtsustamiseks ketta asemel järgmise ehitusega "ringraudtee". Plastist "kilukarp" raadiusega $r = 15$ cm, massiga $m = 100$ g ja kõrgusega $h = 1$ cm koosneb kettakujulisest ühtlase paksusega põhjast ja hulga õhemast silinderjast külgpinnast; silindri servadeks on kaks traatringi ("raudtee relsid"), mis on ühendatud paralleelsete traadijuppidega ("liiprid"). Nii "relsid" kui "liiprid" on vasktraadist diameetriga $\delta = 0,2$ mm; "liiprite" vahekaugus on $L = \alpha h$, kus $\alpha = 0,3$. Kui süsteem pöörleb hõõrevalt ümber oma sümmeetriatelje siis pidurdamiseks kasutatakse püsिमagneti pooluste vahelises pilus olevat homogeenet magnetvälja induksiooniga $B = 1$ T nii, nagu näidatud joonisel. Lugege, et homogeenne magnetväli täidab ristküliku kujulise ristlõikega piirkonna, mis on sama suur kui kolme järjestikuse "liipri" vahele jääv ala (st küljepikkustega h ja $2\alpha h$) ning et väljaspool seda piirkonda on magnetväli tühiselt väike. Vase eritakistus $\rho = 1,724 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$.



Vaatleme olukorda, kus süsteem on paigal.

- 1) Leidke üksiku "liipri" takistus R (1 p).
- 2) Oletagem, et "relsid" lõigatakse läbi ühe "liipri"

otspunktide A ja B vahetus naabruses. Tõestage, et sellisel juhul on punktide A ja B vaheline takistus ligikaudu võrdne väärtusega $R_0 = R[\sqrt{\alpha(\alpha+2)} - \alpha]$ (2 p).

Nüüd vaatleme olukorda, kus süsteem pöörleb nurkkiirusega $\omega = 1$ rad/s ja "relsid" on terved (ilma lõigeteta).

3) Joonistage välja niisugune alalisvoolu ekvivalentskeem, mille puhul voolutugevused takistites on võrdsed vastavate voolutugevustega "liiprites" ja "relsilõikudes" ("relsilõiguks" nimetame seda osa "relsist", mis jääb kahe naaberliipri vahele). (2 p)

4) Kasutades küsimuste 1–3 tulemusi tõestage, et süsteemis eralduv (Joule'i) soojusvõimsus avaldub valemiga $P = kB^2\omega^2/R$ ning leidke teguri k väärtus. (3 p)

5) Millise jõumomendiga M pidurdab magnet süsteemi? (2 p)

6) Tõestage, et süsteemi nurkkiirus sõltub ajast kujul $\omega = \omega_0 e^{-t/\tau}$ ning leidke karakterse aja τ väärtus. (2 p)

3. Ballistiline rakett (8 p)

Maa pooluselt lastakse õhku rakett esimese kosmilise kiirusega nii, et see maandub ekvaatoril. Maa raadius $R = 6400$ km.

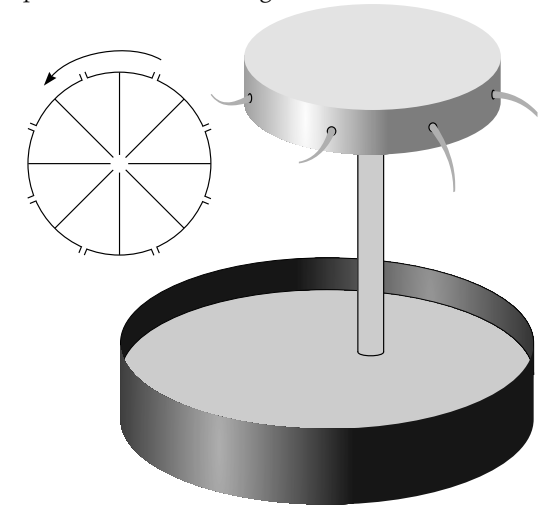
- 1) Leidke raketi orbiidi pikem pooltelg a (1,5 p).
- 2) Milline on raketi maksimaalne lennukõrgus h (maapinna suhtes) (3,5 p)?
- 3) Milline on raketi lennuaeg τ (3 p)?

Märkus: Elliptilisel orbiidil ümber tähe liikuva planeedi koguenergia avaldub valemiga $E = -GMm/2a$, kus G on gravitatsioonikonstant, M – tähe mass, m – planeedi mass ja a – orbiidi pikem pooltelg (potentsiaalne energia on loetud nulliks lõpmatu eemaldumuse korral). Ellipsi pindala $S = \pi ab$, kus b on lühem pooltelg.

4. Veepump (10 p)

Vaadeldgem järgmise konstruktsiooniga veepumpa. Kaaneta veeanumast (reservuaarist) viib ver-

tikaalne avatud otstega vett täis toru (ristlõike pindalaga S_1) pöörlevasse silindrilisse anumasse, mis on samuti vett täis, mille raadius on r ja mille välispinnal (perimeetril) on rida auke summaarse ristlõikepindalaga S_2 (avanevad pumba töörežiimis). Pöörleva anuma kõrgus alumise reservuaari vabast veepinnast on h (anum ise on madal). Elektrimootor pöörab ülemist anumad nurkkiirusega ω . Vee tihedus on ρ , välisrõhk p_0 ja küllastunud auru rõhk p_k . Vedeliku voolamine lageda laminaarseks (st vekeeriste energia on tühine) ja hõõre väikeseks. Ülemises anumal on radiaalsed metallplaadid, mis sunnivad vett pöörlema koos silindriga.



1) Arvutage rõhk p_2 pöörleva silindri välispinna juures, kui kõik augud on suletud (2 p).

2) Olgu edaspidi kõik augud avatud. Leidke aukudest väljavoolavate veejugade kiirus v_2 maa suhtes (2 p).

3) Kui ülemine silinder panna liiga kiiresti pöörlema, siis pumba efektiivsus langeb, sest toimub kaviteerumine: vesi hakkab pumba teatud piirkonnas "keema". Milline on maksimaalne kaviteerumisvaba pöörlemiskiirus v_{\max} (3 p)?

4) Kui elektrimootori võimsus on P , siis milline on pumba tootlikkuse (pumbatud vee ruumala ajaühiku kohta) teoreetiline ülempiir μ_{\max} (3 p)?

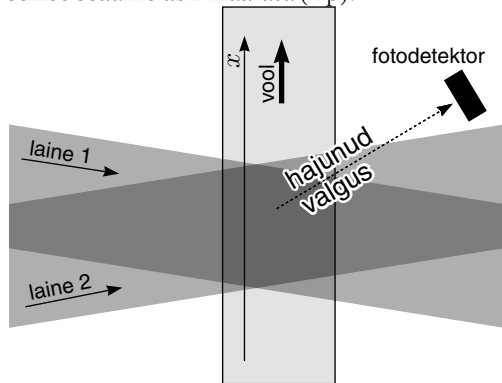
5. Anemomeeter (6 punkti)

Anemomeeter on gaasi või vedeliku voolukiirust mõõtev seade. Vaadelgem lihtsa laseranemomeetri ehitust. Õhukeste klaasseintega ristküliku kujulise ristlõikega torus voolab vedelik (murdumisnäitaja $n = 1,3$), mis sisaldab valgust hajutavaid osakesi. Kaks koherentset tasalainet lainepikkusega $\lambda = 515 \text{ nm}$, mille lainevektorite vaheline nurk on $\alpha = 4^\circ$, langevad plaadile nii, et (a) lainevektorite vahelise nurga poolitaja on toru ühe seina pinnanormaaliks ja (b) toru on paralleelne lainevektorite poolt määratud tasandiga. Teiselpool toru on fotodetektor, mis mõõdab osakestelt hajunud valguse intensiivsuse ajalise muutumise sagedust.

1) Kui pika (ruumilise) perioodiga Δ interferentsmuster tekib piki x -telge (vt joonist; 2 p)?

2) Olgu fotomeetri signaali kõikumise sagedus $\nu = 50 \text{ kHz}$. Milline on vedeliku kiirus v ? Mida on võimalik öelda vedeliku liikumise suuna kohta (2 p)?

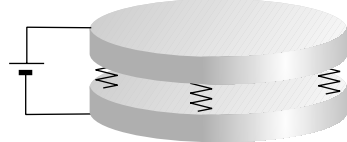
3) Vaadelgem juhtu, kus kahe tasalaine lainepikkused erinevad $\delta\lambda = 4,4 \text{ fm}$ võrra ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$). Millist signaali kõikumise sagedust võib oodata nüüd (vedeliku kiirus on sama, mis eelmise küsimuse puhul)? Kas voolu suunda on sellise seadme abil määrata (2 p)?



6. Mehano-elektriline ostsillaator (7 punkti)

Mehaanilised ja elektrilised protsessid on mõnikord tihedalt seostatud, väga oluliseks näi-

teks on piesoelektrikuid sisaldavad süsteemid, nt kvartsresonaator. Siinkohal vaatleme mõnevõrra lihtsamat olukorda. Olgu meil kaks metallplaati pindalaga S ja massiga m , mida hoiavad üktseise kohal isoleerivast materjalist vedrud summaarse jäikusega k . Alumine plaat on fikseeritud jäigale alusele. Plaatide tasakaaluline vahemaa on X_0



1) Vaatleme plaadi väikest vertikaalset nihet tasakaaluasendist x . Avaldage nihke x kiirenduse \ddot{x} sõltuvus süsteemi parameetritest ja nihkest x . Milline on ülemise plaadi väikeste vertikaalsete võnkumiste ringsagedus ω_0 (1 p)?

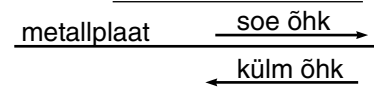
2) Plaadid ühendatakse konstantse kõrgepingega allikaga nii, et nad moodustavad kondensaatori. Plaatidevaheline elektrostaatiline jõud põhjustab ülemise plaadi täiendava nihke; nüüd on plaatide vaheline tasakaaluline kaugus X_1 . Avaldage elektriline tõmbejõud F_e ja plaatidele rakendatud pinge U suuruste X_0 , X_1 , S , m ja k kaudu (2 p).

3) Hoides pinget U konstantsena pannakse süsteem jälle võnkuma. Tähistagu x endiselt nihet tasakaaluasendist. Avaldage nihke x kiirenduse \ddot{x} sõltuvus suurustest X_0 , X_1 , S , m ja k ja nihkest x . Milline on ülemise plaadi väikeste vertikaalsete võnkumiste ringsagedus ω_1 (2 p)?

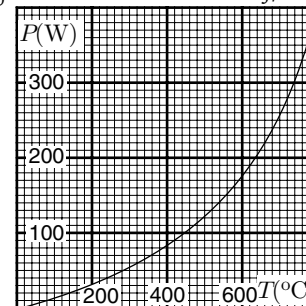
4) Modifitseerigem eelmise küsimuse olukorda, lülitades pingeaallika ja kondensaatoriga järjestikku veel induktiivsuse L . Kirjeldame süsteemi olekut plaadi nihkega x ning kondensaatori laenguga q . Avaldage nihke ja laengu muutumise kiirendused \ddot{x} ning \ddot{q} suuruste X_0 , X_1 , S , m , k , x ja q kaudu. Millise ringsagedusega harmoonilised võnkumised on võimalikud sellises süsteemis (2 p)?

7. Soojusvahetus (8 punkti)

1) Vaatleme maja ventileerimissüsteemi lihtsustatud mudelit, mis kasutab passiivset soojusvahetit. Soojusvaheti koosneb metallplaadist pikusega x ja laiusel y ning paksusega d , mis jagab õhukanali kaheks pooleks: ühes liigub sisse tulev õhk, teises — välja minev. Mõlema kanali pkasus on h , õhuvoolu kiirus on v vt joonis. Metallil soojusjuhtivus on σ (metallplaadi pindalaühikult ajaühikus läbiv soojusvoog juhul, kui temperatuur langeb ühe kraadi võrra ühe paksusühiku kohta). Õhu erisoojus konstantsel rõhul on c_p , õhu tihedus on ρ (ignoreerida selle sõltuvust temperatuurist). Võite eeldada, et õhk kanalis seguneb turbulentselt, nõnda et nii siseneva kui ka väljuva õhu temperatuurid T_{in} ja T_{out} sõltuvad ainult x -koordinaadist (x -telg on võetud voolu kiirusvektoriga paralleelseks), st $T_{in} \equiv T_{in}(x)$ ja $T_{out} \equiv T_{out}(x)$. Eeldades, et sise- ja välistemperatuurid on vastavalt T_0 ja T_1 , leidke tupp siseneva õhu temperatuur T_2 (4 p).



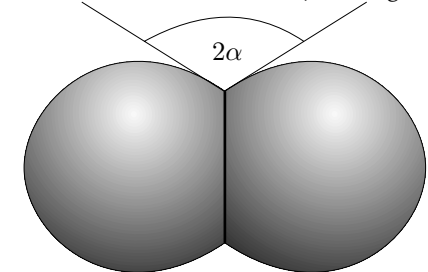
2) Juuresoleval graafikul on toodud elektrisoojendi kütetraadi soojusvahetusvõimsuse P sõltuvus traadi temperatuurist T (eeldusel, et toa temperatuur on $T_0 = 20^\circ\text{C}$). Kütetraadi töötemperatuur on $T_1 = 800^\circ\text{C}$. Soojendi lülitatakse välja; leida, millise ajavahemiku jooksul jõuab traat jahtuda temperatuurini $T_2 = 100^\circ\text{C}$. Traadi soojusmahtuvus on $C = 10 \text{ J/K}$ (4 pts).



8. Pall (8 punkti)

Leida palli mass (koos seal sees oleva gaasi massiga). Katseriistad: pall (hõljub õhus), digitaalkaalud, nõör, mõõtelint, nõöri kinnitusklaamid, dünamomeeter, paberilehed voltimiseks ja nurga ligikaudseks mõõtmiseks, 100-grammine kaaluviht, niit.

Märkus: Kasulikuks võib osutada nõöri pinget T ja palli sisemuse ülerõhku Δp siduv valem $\Delta p = T \tan \alpha / R^2$, mis kehtib siis, kui nõör on tõmmatud ümber palli. Siinjuures tähistab 2α palli pinna puutujate vahelist nurka nõöri juures (mis on keskmistatud üle perimeetri); on eeldatud, et nõör moodustab ringikujulise aasa raadiusega R , Universaalne gaasikonstant $R = 8.31 \text{ J/K}\cdot\text{mol}$, õhu molaarmass $\mu = 29 \text{ g/mol}$.



9. Mehaaniline must kast (7 punkti)

“Musta kasti” sees on mingi väike ese. Leidke selle eseme mass ning eseme ja kasti sisepinna vaheline hõõrdetegur. Katseriistad: must kast, joonlaud, puust laud, stopper, kaalud.