

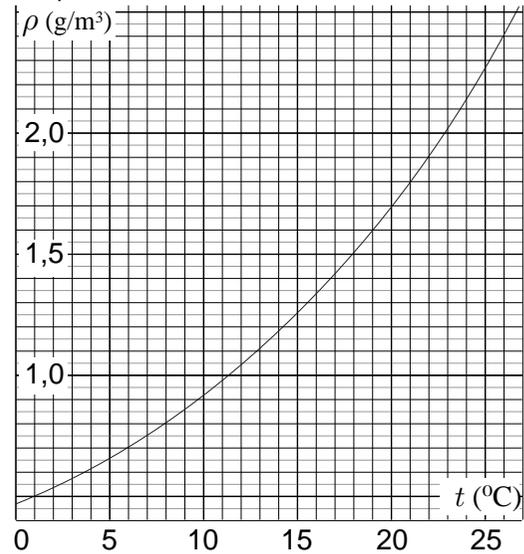
### 1 Сушка (12 баллов)

Согласно распространенному мнению, во время сушки белья окно следует держать открытым даже тогда, когда снаружи на улице относительная влажность воздуха 100%, так как температура попавшего в комнату уличного воздуха повышется, и относительная влажность падает. Рассмотрим, выполняется ли это рассуждение также тогда, когда отопление в комнате выключено.

Предположим, что в комнате перемешиваются  $V_1 = 20 \text{ м}^3$  комнатного воздуха при температуре  $t_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  с  $V_2 = 10 \text{ м}^3$  уличного воздуха при температуре  $t_2 = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ . Удельную теплоемкость воздуха (при постоянном давлении)  $c_p = 1005 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$  считать в данном температурном промежутке постоянной, тепловым обменом с внешней средой пренебречь. Сперва игнорировать возможность, что часть водяного пара может конденсировать. Считать, что все последующие процессы происходят при нормальном давлении  $p_0$ .

1) Докажите, что при смешивании воздуха суммарный объем не изменится, т.е. объем смеси холодного и теплого воздуха равен  $V = V_1 + V_2$ .

2) Чему равна температура  $T$  смешанного воздуха?



3) На графике приведена зависимость

плотности насыщенного пара от температуры. Перед смешиванием относительная влажность как комнатного, так и уличного воздуха составляла 100%. Чему равна относительная влажность смешанного воздуха  $r$  (если она должна увеличиться, то предположим, что сперва образуется перенасыщенный пар, т.е.  $r > 100\%$ )?

4) Если получили результат  $r > 100\%$ , то перенасыщенный пар быстро разлагается и образуется туман. Чему в этом случае равна масса  $m$  сконденсировавшейся в туман воды? Можете взять плотность воздуха  $\rho_0 = 1,189 \text{ кг/м}^3$ ; теплота парообразования воды  $q = 2500 \text{ кДж/кг}$ .

### 2 Фотографирование (7 баллов)

Используя находящуюся на отдельном листке фотографию, найдите диаметр объектива, использовавшегося при фотографировании. Объектив --- это линза при помощи которой создают изображение на пленку или на фотосенсор; можете его рассматривать как идеальную тонкую линзу.

### 3 Втягивание (7 баллов)

В большом сосуде находится несжимаемая диэлектрическая жидкость ( $\epsilon \approx 1$ ), плотность которой  $\rho_m$  и которая несет в себе однородный пространственный заряд. В дальнейшем будет измерять все высоты как расстояния до поверхности жидкости в ее исходном состоянии. Объемная плотность заряда (заряд на единицу объема)  $\rho_e$  все же настолько мала, что созданное им электрическое поле  $E_0$  можно не учитывать:  $E_0\rho_e \ll g\rho_m$ , где  $g$  --- ускорение свободного падения. Также можно не учитывать поверхностное натяжение. К жидкости приближают заряд противоположного знака  $-q$  до высоты  $H$ , в результате этого на поверхности жидкости образуется бугорок.

1) Найдите высоту бугорка  $a$ .

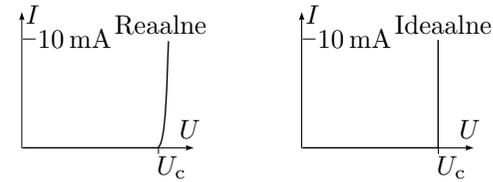
2) Заряд приближают еще, при какой высоте заряда  $h$  жидкость начнет течь к точечному заряду?

### 4 Электрический эксперимент (12 баллов)

Найти емкость неизвестного конденсатора и оценить погрешность. Оборудование: красный световой диод, три резистора, сопротивление

одного из которых  $R_1 = 1.5 \text{ кОм}$ , другого  $R_2 = 2.6 \text{ кОм}$ , а сопротивление еще одного неизвестно, источник постоянного напряжения с неизвестным эдс (внутреннее сопротивление менее  $500 \text{ Ом}$ ), соединительные провода, секундомер, конденсатор неизвестной емкости.

Примечания: На графике приведена типичная вольт-амперная характеристика светового диода; при планировании данного опыта можете считать световой диод идеальным, см. график. Значение порогового напряжения  $U_c$  диода неизвестно. Диод светится тогда, когда через него идет ток.



Если конденсатор емкостью  $C$ , резистор  $R$  и электродвижущая сила  $E$  соединены последовательно в замкнутый контур, то приближение напряжения конденсатора к равновесному значению происходит экспоненциально:  $U = E \pm U_0 e^{-t/RC}$ .

### 5 Пустой мешок (12 баллов)

Из свободно деформирующегося нерастяжимого воздухо непроницаемого материала поверхностной плотностью  $\sigma$  изготовлен мешок, периметр  $L$  которого на много меньше его длины  $l$ . Таким образом надутый мешок напоминает цилиндрическую колбасу. Мешок расстилают на гладкий (коэффициент трения  $\mu = 0$ ) пол, и надувают воздухом до тех пор, пока разность между внутренним и внешним давлением не станет равна  $p$ . Ускорение свободного падения  $g$ . Плотность воздуха считать пренебрежимо малой.

1) Найдите ширину  $c$  контактной поверхности пола и мешка.

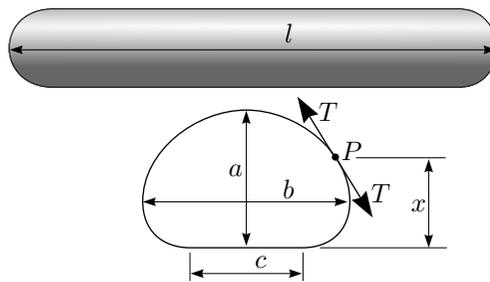
2) Докажите, что натяжение в материале мешка выражается в виде  $T = \alpha x + \beta$ , где  $x$  --- высота над полом рассматриваемой точки  $P$  материала мешка, и найдите константу  $\alpha$ . *Замечание:* натяжение в материале, говоря коротко, сила на единицу длины. Если более подробно, то это несколько более сложное понятие, чем натяжение в нити, поскольку вектор силы, лежащий в плоскости материала, характеризует и направление. В данном случае материал натягивают в направлении оси "колбасы" так слабо, что это можно не учитывать. Поэтому в данном случае можем натяжение охарактеризовать одним единственным числом --- силой  $T$ , с которой в случае мысленного горизонтального разреза единичной длины часть материала, находящаяся с одной стороны разреза, тянет часть материала, находящуюся с другой стороны разреза.

*Совет:* Можете рассмотреть равновесие сил, действующих на маленький кусочек материала (в вертикальном сечении на рисунке).

3) Пусть высота наивысшей точки мешка над полом  $a$ . Чему равно натяжение  $T_1$  материала мешка в наивысшей точке? Ответ дайте при помощи величин  $a$ ,  $\sigma$  и  $p$  (или  $\alpha$ , если вы не решили предыдущий пункт).

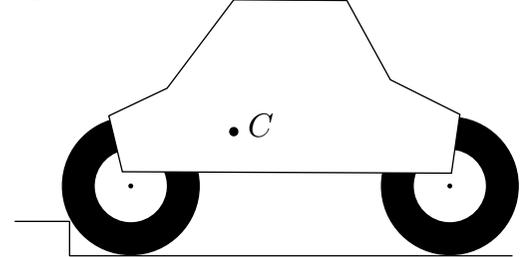
*Совет:* Можете рассмотреть равновесие сил, действующих на одну мысленную половину мешка.

4) Если  $p \gg \sigma g$ , то чему равна степень "сплюснутости" мешка  $\varepsilon = \frac{b-a}{b+a}$ , где  $b$  --- ширина мешка?



### 6 Автомобиль (7 баллов)

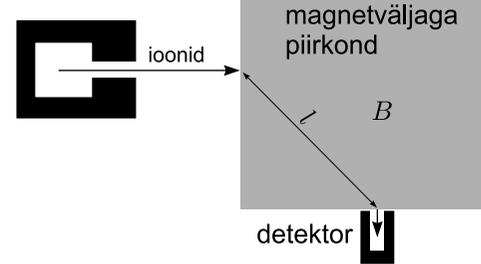
Машиной хотят переехать через бордюр, с места без разгона (см. рисунок). Диаметр колеса машины  $d = 1$  м, коэффициент трения между колёсами и поверхностью  $\mu = 1$ . На рисунке машина изображена в фиксированном масштабе и  $C$  обозначает место нахождения её центра масс; для высоты бордюра масштаб не действителен. Найти, при какой высоте бордюра машина сможет через него переехать, если в неведущей оси трение отсутствует (колёса вращаются свободно), а ведущей осью является



### 7 Масс-спектрометр (9 баллов)

На рисунке приведена принципиальная схема масс-спектрометра, который позволяет определить массы молекул, содержащихся в исследуемом веществе. Молекулы исследуемого вещества ионизируют однократно при помощи нити накаливания (доводят при этом до определенной температуры  $T$ ), и ускоряют образовавшиеся ионы при помощи напряжения  $U$ . Сперва будем считать температуру пренебрежимо малой ( $eU \gg kT$ , где  $e$  --- элементарный заряд, а  $k$  --- константа Больцманна). Узкий параллельный пучок ускоренных ионов входит в область магнитного

поля, которую будем для простоты считать прямоугольной, а магнитное поле внутри этого прямоугольника однородным. В зависимости от массы иона и ускоряющего напряжения, отклоненные магнитным полем ионы могут попасть в детектор. Будем считать, что попадающие в центр детектора ионы входят в область магнитного поля и выходят из неё перпендикулярно границе этой области, а расстояние между точками входа и выхода  $l$  (см. рисунок).



1) Выразите массу  $M$  попадающих в центр детектора ионов через величины  $B$ ,  $l$ ,  $U$  и  $e$ .

2) Если  $r$  --- радиус входного отверстия детектора, то в каком промежутке масс от  $M - \Delta M$  до  $M + \Delta M$  ионы ещё попадают в детектор (найти  $\Delta M$ )?

3) Чему равна ширина  $\Delta\varphi$  интервала углов вылета из магнитного поля ионов, рассмотренных в предыдущем пункте?

4) Будем теперь считать радиус входного отверстия детектора пренебрежимо малым, но учтём отличие температуры ионов от нуля (можете всё же использовать приближённый расчёт, полагая, что  $eU \gg kT$ ). Из за различий в энергии ионов, в детектор попадают ионы несколько различной массы (от  $M - \delta M$  до  $M + \delta M$ ). Оценить точность  $\delta M$  масс-спектрометра.

### 8 Оптический эксперимент (10 баллов)

*Оборудование:* Наполненная водой бутылка, измерительная лента.

1) Перед вами бутылка, которая наполнена водой и на которую наклеена бумага с миллиметровой шкалой так, что сторона бумаги с надписями прикреплена к поверхности бутылки. Определите, какой длины отрезок шкалы можно увидеть, если смотреть на неё через наполненную водой бутылку из какой-то фиксированной точки, которая находится в той же перпендикулярной оси бутылки плоскости,

что и шкала, а расстояние этой точки от бутылки намного больше радиуса бутылки.

2) При помощи результатов измерений предыдущего пункта определить угловой радиус дуги (угол между лучами, проведенными от наблюдателя к центру дуги и к дуге дуги).

*Примечание:* Радуга образуется благодаря тем световым лучам, которые входят в шарообразную каплю воды, отражаются однократно на её внутренней поверхности и выходят из капли после второго преломления (при этом на внутренней поверхности имеет место не полное внутреннее отражение, а лишь частичное: часть света преломляется наружу, часть отражается обратно внутрь), см. рисунок. У угла выхода  $\alpha$ , как функции от прицельного параметра входящего луча  $b$ , максимум. При этом угле и видна радуга [свет с интенсивностью  $I_0$  падает на каплю при всех возможных значениях  $b < r$ ; световая энергия, приходящаяся на промежуток значений  $\Delta b$ , равна  $2I_0\pi b\Delta b$ , и, следовательно, световая энергия, приходящаяся на промежуток угла выхода  $\Delta\alpha$ , равна  $\Delta I/\Delta\alpha = 2I_0\pi b\Delta b/\Delta\alpha = 2I_0\pi b(d\alpha/db)^{-1}$ ; это значение становится большим в точке, которая отвечает максимуму функции  $\alpha(b)$ .]

