1. Johdin (7 p)

Johdin koostuu sylinterimäisestä kuparikeskuksesta, jonka halkaisija on $a = 2{,}5$ mm, ja sen ympärillä olevasta samankeskisestä sylinterimäisestä alumiinikuoresta. Johtimen koko halkaisija on näin $b = 4$ mm. Johtimessa kulkee virta $I = 2{,}4$ A. Kuparin resistiivisyys on $\rho_c = 0{,}0168 \cdot 10^{-6}\Omega{\cdot}\mathrm{m}$ ja alumiinin $\rho_a = 0{,}028 \cdot 10^{-6}\Omega{\cdot}\mathrm{m}$.

1) Määritä virrantiheys j johtimen eri osissa (virrantiheys = virta/poikkipinta-ala).

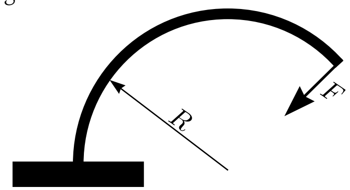
2) Mikä on magneettivuon tiheys B_1 etäisyydellä $c = 1$ cm johtimen akselista?

3) Mikä on magneettivuon tiheys B_2 kuparin ja alumiinin välisellä pinnalla?

Huom. Kannattaa käyttää Gaussin teoreemaa: $\int \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I$, missä integraali on otettu pitkin suljettua käyrää (silmukkaa) ja I on silmukan läpi kulkeva nettovirta; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H·m^{-1}. Tämä yhtälö on analoginen yhtälön kanssa, joka antaa voiman tekemän työn pitkin käyrää: $\vec{F}$, $A = \int \vec{F} \cdot \vec{dl}$.

2. Heiluri (7 p)

Tarkastellaan kimmoisaa tankoa, jonka puristuvuus (muutos pituudessa) on niin pieni, ettei sitä tarvitse tässä tehtävässä ottaa huomioon. Oletetaan, että kun tangon toinen pää on on tukevasti kiinni ja toisessa päässä olevaan pisteeseen kohdistuu voima F kohtisuoraan tankoa vastaan, tanko kääntyy ympärisegmentin muotoiseksi. Ympyrän säde on kääntäen verrannollinen voimaan $R = k/F$, missä kerroin k on tangolle ominainen vakio.



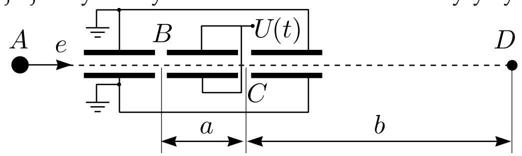
1) Tanko on kiinnitetty pystyasentoon alapäästään ja pallo, jonka massa on m on kiinnitetty sen yläpäähän. Määritä pallon pienten värähtelyjen heilahdusaika, kun tunnetaan kerroin k, tangon pituus l ja putoamiskiihtyvyys g. Tässä tehtävässä voidaan olettaa, että $gml \ll k$.

2) Kuinka massiivista, suurin massa M, palloa voidaan stabiilisti pitää kyseisen tangon päässä?

Huom: Voit käyttää approksimaatioita $\sin x \approx x - x^3/6$ ja $\cos x \approx 1 - x^2/2$ (kun $x \ll 1$).

3. Ajallinen fokusointi (10 p)

Oletetaan, että pisteessä A on termisten elektronien lähde. Termisiä elektroneja, joiden terminen energia on siis mitätön, kiihdytetään aluksi jännitteellä $U_0 = 36$ V vaakasuoraan suuntaan (katso kuva). Elektronien radalla on kaksi mitättömän kokoista jänniteaukkoa B ja C etäisyydellä a toisistaan. Näihin aukkoihin tulee jännitesignaali $U_B(t) = -U_A(t) \equiv U(t)$ aaltogeneraattorista. Oletetaan, että $|U(t)| \ll U_0$. Eri ajanhetkillä lähtevät elektronit kootaan yhteen (fokusoidaan) ilmaisimeen D, joka on etäisyydellä b aukosta C. Tämän järjestelyn analysoimiseksi vastaa seuraaviin kysymyksiin.



1) Kuinka kauan kestää elektroneilta kulkea aukolta B ilmaisimeen D, kun oletetaan, että $U(t) \equiv 0$?

2) Paljonko aikaa kuluu, kun oletetaan, että jännite $U(t) \equiv U \ll U_0$ on vakio (lausekkeesi tulisi olla lineaarinen funktio jännitteestä U).

3) Nyt täytyisi löytää sellainen aaltomuoto $U_R F(t) \ll U_0$ joka fokusoisi samanaikaisesti kaikki positronit pisteeseen D. Mikä on aaltomuodon $U(t)$ yhtälö, kun kaikki elektronit fokusoituvat ilmaisimeen D. Ratkaise tämä yhtälö olettaen, että $a \ll b$ ja $|U(t)| \ll U_0$.

4) Aaltogeneraattori tuottaa signaalia, jonka jaksonaika on T. Signaalia tuotetaan seuraamalla profiilia tiettyyn maksimiarvoon U_m; jonka jälkeen jännite putoaa välittömästi nollaan ja prosessi lähtee toistumaan alusta. Kuinka suuri osa elektroneista ei osu aikafokusointiin?

4. Kitkakerroin (12 p)

Välineet: puupala, pallo, alusta ja viivotin (puupalan ja pallon massojen suhde annetaan).

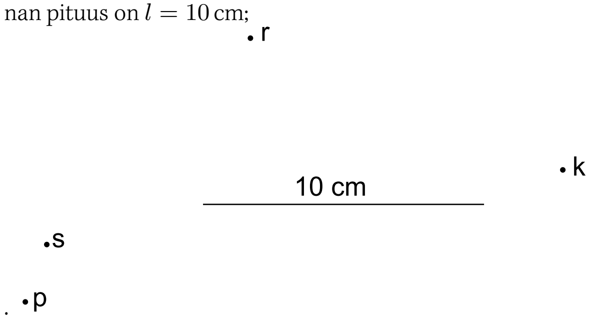
1) Määritä alustan ja puupalan välinen lepokitkakerroin.

2) Määritä pallon ja puupalan välinen lepokitkakerroin.

5. Pyörivä levy (7 p)

Levy liikkuu (liukuu) pyörien jäällä. Levyn reunaan on kiinnitetty lamppu. Lamppu lähettää valopulsseja: pulssien kesto on mitättömän lyhyt ja kahden pulssin välinen aika on $\tau = 100\,\mathrm{ms}$. Ensimmäinen pulssi on väriltään oranssia valoa, seuraava on sinistä, ja seuraavat punaista, vihreää ja keltaista, jonka jälkeen taas oranssia (prosessi alkaa toistua jaksottaisesti). Levyn liike valokuvataan käyttäen niin pitkää valotusaikaa, että tasan neljä pulssia tulee valokuvaan (katso kuva). Koska pulssit ovat lyhyitä ja lamppu pieni kooltaan, jokainen pulssi vastaa valokuvassa värillistä pistettä. Pisteiden värit on annettu kirjaimilla: O— oranssi, S — sininen, P —punainen, R — vihreä, ja K — keltainen). Levyyn kohdistuvia kitkavoimia ei tarvitse ottaa huomioon.

1) Merkitse kuvaan numeroilla (1–4) pulssien järjestys (pisteet). Perustele vastauksesi! Mitä voit sanoa valotusajasta? **2)** Määritä annetun kuvan avulla levyn säde R, levyn keskipisteen nopeus v ja kulmanopeus ω (tiedetään, että $\omega < 60\,\mathrm{rad/s}$). Kuvan skaalan saat janan kuvasta. Janan pituus on $l = 10\,\mathrm{cm}$;



6. Trukki (7 p)

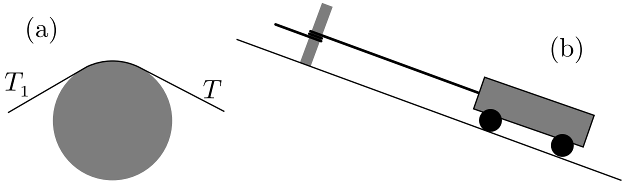
1) Tangon yli on pantu köysi niin, että köyden taso on kohtisuorassa tangon akselia vastaan ja sen köyden osuuden pituus, joka koskettaa tankoa on l, paljon lyhyempi kuin tangon säde R, katso kuva (a). Köyden toiseen päähän kohdistuu voima T; köyden liukuminen voidaan estää kohdistamalla voima T_1 köyden toiseen päähän. Lausu suhde T_1/T suureiden l, R, ja μ avulla, μ on köyden ja tangon välinen kitkakerroin.

2) Mikä on suhde, jos l ei ole pieni ts. ilman oletusta $l \ll R$)? Huomioi, että

$$\lim_{x\to 0}(1+nx)^{1/x} = e^n.$$

3) Köysi on kierretty täsmälleen $n = 2$ kierrosta tangon ympäri. Köyden toinen pää on kiinnitetty kaltevalla liuskalla olevaan trukkiin (kaltevuuskulma $\phi = 10^\circ$); trukin massa $m = 20$ t, katso kuva (b). Määritä voima F, mikä täytyy kohdistaa köyden toiseen päähän, jotta trukki pysyisi paikallaan. Käytä numeerista arvoa $\mu = 0{,}3$. Kaikki muut trukkiin vaikuttavat kitkavoimat voidaan jättää ottamatta huomioon.

4) Miten vastaus muuttuu, jos tangon poikkileikkaus ei ole ympyrä vaan soikio, munan muotoinen?



7. Marsiin (10 p)

Tässä tehtävässä tutkitaan lentoa Marsiin. Ensimmäisessä vaiheessa avaruusalus kytkee moottorit päälle ja saa alkunopeuden v_0. Voit olettaa, että ensimmäisen vaiheen aikana avaruusaluksen korkeus (Maan pinnasta) on paljon pienempi kuin Maan säde $R_0 = 6400\,\mathrm{km}$. Toisessa vaiheessa avaruusalus suorittaa ballistista liikettä Maan vetovoimakentässä ja saavuttaa etäisyyden, joka on paljon suurempi kuin Maan säde R_0, mutta paljon pienempi kuin Maan radan säde $R_e = 1.5 \cdot 10^8\,\mathrm{km}$.

1) Määritä aluksen jäännösnopeus v_1 Maahan nähden toisen vaiheen lopussa ja suureet v_0, R_0, sekä gravitaatiokiihtyvyys Maan pinnalla g (kysymyksissä voit käyttää numeerista arvoa $g \approx 9.8\,\mathrm{m/s^2}$).

Kolmannessa vaiheessa avaruusalus suorittaa ballistista liikettä Auringon gravitaatiokentässä aina siihen asti, kun se saapuu Marsin välittömään läheisyyteen. Rata on valittu minimoimalla jäännöslähtönopeus v_1 (mikä tarvitaan Marsiin pääsemiseksi). **2)** Hahmottele rata.

3) Määritä lentoaika T. Voit käyttää seuraavia numeerisia arvoja: Maan ratanopeus $v_e = 30\,\mathrm{km/s}$, Marsin radan säde $R_m = 2.3 \cdot 10^8\,\mathrm{km}$.

4) Määritä avaruusaluksen lähtönopeus v_0 ja loppunopeus v_t Marsiin nähden (siis kolmannen vaiheen lopussa).

5) Tarvittavan polttoaineen massa M saadaan kaavasta $v = u\ln[(M + m)/m]$, missä u on kaasun nopeus sen poistuessa koneesta (avaruusaluksen suhteen), ja m on aluksen massa (kun kaikki polttoaine on käytetty). Voit olettaa, että $m \ll M$ ja käyttää numeerista arvoa $u = 1\,\mathrm{km/s}$. Kuinka paljon enemmän polttoainetta tarvitaan lentoon Marsiin kuin jos yksinkertaisesti vain poistuttaisiin Maan vetovoimakentästä? Avaruusaluksen massa on sama kummassakin tapauksessa.

8. Laser (12 p)

Välineet: Laseri (aallonpituus $\lambda = 650\,\mathrm{nm}$), viivotin, statiivi, pala heijastavaa materiaalia, paperi, jossa on ympyränmuotoinen reikä, lyijykynä.

Heijastava materiaali koostuu tiheästi pakatuista pienen pienistä samankokoisista lasipalloista.

1) Lasersäde kohdistetaan heijastavaan materiaaliin. Kuvaile syntyvän difraktiokuvan asennetta ja muotoa! Kokeile eri kohtauskulmia.

2) Anna kvalitatiivinen (likimääräinen)selitys näkemällesi.

3) Määritä näiden lasipallojen halkaisija.