

1 Проволока (7 баллов)

Проводящая проволока образована цилиндрической медной сердцевиной диаметра $a = 2,5$ мм, которая покрыта концентрической цилиндрической алюминиевой оболочкой. Общий диаметр проволоки составляет $b = 4$ мм. По проволоке течёт ток силы $I = 2,4$ А. Удельное сопротивление меди составляет $\rho_c = 0,0168 \cdot 10^{-6}$ Ом·м, алюминия -- $\rho_a = 0,028 \cdot 10^{-6}$ Ом·м.

1) Чему равны плотности токов j в различных частях проволоки (плотность тока определяется как ток на единицу площади сечения)?

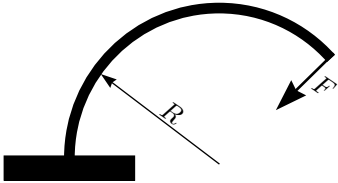
2) Чему равна магнитная индукция B_1 на расстоянии $c = 1$ см от оси проволоки?

3) Чему равна магнитная индукция B_1 на разделительной поверхности между медью и алюминием?

Замечание Может оказаться полезным знание теоремы о циркуляции: $\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$, где интеграл берётся вдоль замкнутой траектории (контура в форме петли), а I -- суммарный ток, проходящий сквозь контур; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн·м⁻¹. Эта формула полностью аналогична формуле работы силы \vec{F} , совершаемой вдоль траектории: $A = \int \vec{F} \cdot d\vec{l}$.

2 Маятник (7 баллов)

Рассмотрим упругий прут, массой и сжимаемостью которого (т.е. изменением длины) можно в данной задаче пренебречь. Можно считать, что если один из концов прута неподвижно закреплён, а сила F прикладывается к другому концу прута, перпендикулярно к пруту в точке приложения, то прут принимает форму элемента окружности. Радиус этой окружности обратно пропорционален силе, $R = k/F$, где коэффициент k является характеристикой прута.



1) Пусть прут зафиксирован вертикально своим нижним концом, а к его верхнему концу прикреплен шарик массой m . Зная коэффициент k , длину прута l и ускорение свободного падения g , найти период малых колебаний шарика. В этом вопросе можно предполагать, что $gml \ll k$.

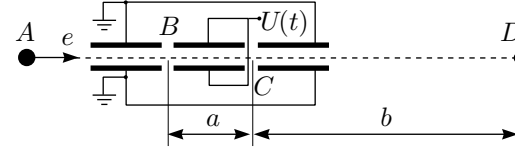
2) Чему равна максимальная масса M шарика, при которой прут может ещё стабильно находиться в вертикальном положении?

Замечание Можете использовать приближения $\sin x \approx x - x^3/6$ и $\cos x \approx 1 - x^2/2$ (for $x \ll 1$).

3 Временная фокусировка (10 баллов)

Предположим, что в точке A находится источник термических электронов (с пренебрежимо малой термической энергией), которым придаётся напряжением $U_0 = 36$ В некоторая начальная

скорость в горизонтальном направлении (см. рисунок). Заряд электрона e , масса m . На пути электронов находятся два коротких интервала напряжения B и C (размеры считать пренебрежимо малыми), на расстоянии a друг от друга. Эти интервалы получают сигнал напряжения $U_B(t) = -U_A(t) \equiv U(t)$ от генератора колебаний с регулируемым профилем. Можем предполагать, что $|U(t)| \ll U_0$. Задачей является собрать (сфокусировать) электроны, стартующие в разные моменты времени, в один и тот же момент времени на детектор D , расположенный на расстоянии b от интервала напряжения C . Для анализа данного устройства ответьте на следующие вопросы.



1) Предполагая, что $U(t) \equiv 0$, найти время, необходимое электронам для передвижения от интервала напряжения B до детектора D .

2) Найти это же время, предполагая, что напряжение $U(t) \equiv U \ll U_0$ константно (полученное в результате упрощения выражение должно быть линейной функцией от U).

3) Какому функциональному уравнению должна удовлетворять временная зависимость напряжения $U(t)$, подаваемого на интервалы напряжений генератором колебаний, чтобы все электроны одновременно достигли детектора D ? Решить это уравнение предполагая, что $a \ll b$ и $|U(t)| \ll U_0$.

4) Генератор колебаний испускает периодический сигнал периода T таким образом, что оптимальный профиль $U(t)$ следует вплоть до достижения некоторого максимального напряжения U_m ; после этого напряжение мгновенно падает до 0, и процесс начинает повторяться. Какая часть электронов не попадает во временной фокус у детектора D ?

4 Коэффициент трения (12 баллов)

Оборудование: деревянный брусок, сферический шарик, доска и линейка (отношение масс бруска и шарика дано).

1) Определить коэффициент трения покоя между доской и бруском.

2) Определить коэффициент трения покоя между шариком и бруском.

5 Вращающийся диск (7 баллов)

Лампа прикреплена к краю вращающегося диска, который скользит по льду. Лампа испускает световые вспышки: продолжительность каждой вспышки пренебрежимо мала, интервал между двумя вспышками $\tau = 100$ мс. Первая вспышка оранжевая, следующая синяя, за которой следуют красная, зеленая, желтая и снова оранжевая (процесс начинает повторяться периодически). Движение диска сфотографировано сверху с использованием выдержки такой продолжительности, что ровно 4 импульса запечатлены на фотографии (см. рисунок). В связи с короткостью вспышек и маленьким размером лампы, каждая вспышка соответствует окрашенной точке на фотографии. Каждому цвету точек на рисунке соответствует буква: о -- оранжевый, s -- синий, р -- красный, г -- зеленый и к -- желтый. Силой трения, действующей на диск, можно пренебречь.

1) Отметьте на рисунке цифрами 1--4 очередность вспышек (точек). Ответ обоснуйте. Что можно сказать о значении времени выдержки?

2) Используя приведенный рисунок, найдите радиус диска R , скорость центра диска v и угловую скорость ω (известно, что $\omega < 60$ рад/с). Масштаб рисунка дан изображением линии длины $l = 10$ см;

• г

10 см

• к

• s

• р

6 Грузовик (7 баллов)

1) Веревка перекинута через жердь так, что плоскость веревки перпендикулярна оси жерди, а длина l части веревки, которая касается жерди, намного меньше радиуса R жерди, см. рисунок (а). К одному концу веревки приложена сила T ; скольжение веревки может быть предотвращено прикладыванием силы T_1 к другому концу веревки. Выразите отношение T_1/T через l , R и μ , где μ -- коэффициент трения между жердью и веревкой.

2) Ответьте на первый вопрос, если l не мало (т.е. без допущения $l \ll R$).

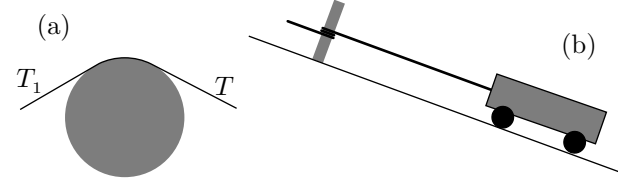
Замечание: можете использовать равенство

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + nx)^{1/x} = e^n.$$

3) Веревка делает ровно $n = 2$ витка вокруг жерди. Один конец веревки прикреплен к грузовику, стоящему на склоне с уклоном $\phi = 10^\circ$; масса грузовика $m = 20$ т. Найдите силу F , которую нужно приложить к другому концу веревки, чтобы грузовик

оставался на месте. Используйте численное значение $\mu = 0,3$. Всеми остальными силами трения, действующими на грузовик, можно пренебречь.

4) Как изменится ответ, если сечение жерди не круглое, а вместо этого яйцевидное? Ответ поясните.



7 На Марс (10 баллов)

В этой задаче мы рассмотрим проект полета на Марс. На первой стадии космический корабль включает ракетные двигатели и приобретает начальную скорость v_0 . Можно считать, что в ходе первой стадии высота космического корабля (от поверхности Земли) остается намного меньше радиуса Земли $R_0 = 6400$ км. На второй стадии корабль совершает баллистическое движение в гравитационном поле Земли, вплоть до достижения высоты, которая намного больше радиуса Земли R_0 , но намного меньше радиуса орбиты Земли $R_e = 1.5 \cdot 10^8$ км.

1) Найти соотношение между остаточной скоростью v_1 (относительно Земли) в конце второй стадии и величинами v_0 , R_0 и ускорением свободного падения g на поверхности Земли (в последующих вопросах можете использовать численное значение $g \approx 9.8$ м/с²).

На третьей стадии космический корабль осуществляет баллистическое движение в гравитационном поле Солнца, вплоть до достижения непосредственной близости Марса. Траектория выбирается такой, чтобы необходимая для достижения Марса остаточная скорость запуска v_1 была минимальной.

2) Изобразить схематично траекторию.

3) Найти время полета T . Можете использовать следующие числовые данные: орбитальная скорость Земли $v_e = 30$ км/с, радиус орбиты Марса $R_m = 2.3 \cdot 10^8$ км.

4) Найти ранее рассмотренную скорость запуска v_0 и конечную (т.е. в конце третьей стадии) скорость v_t космического корабля относительно Марса.

5) Необходимая масса топлива M может быть найдена из формулы $v = u \ln[(M + m)/m]$, где u -- скорость газа на выходе из двигателя (относительно космического корабля), а m -- полезная масса корабля (когда все топливо израсходовано). Можете принять, что $m \ll M$, и использовать численное значение $u = 1$ км/с. Найти, во сколько раз больше топлива потребуются для полета на Марс, чем для просто покидания гравитационного поля Земли, если полезная масса космического корабля в обоих случаях одинакова.

8 Лазер (12 баллов)

Оборудование: Лазер (длина волны $\lambda = 650$ нм), линейка, штатив, полоска отражающего материала, листок бумаги с круглым отверстием (в вашей пачке листов бумаги), карандаш. Предоставленный вам отражающий материал покрыт слоем плотно уложенных крошечных стеклянных сфер равного диаметра.

1) Опишите положение и геометрию дифракционной картины, которую можно наблюдать, когда лазерный луч падает на полоску отражающего материала; используйте различные углы падения.

2) Дайте примерное качественное объяснение наблюдаемого явления.

3) Оцените диаметр стеклянных сфер.