

Eesti-Soome olümpiaad 2015

Toimetajad: S. Ainsaar, M. Heidelberg

1. ANNIHILATSIOON (6 punkti) (L. Franti)

Elektron kineetilise energiaga 1 MeV liigub piki z -telge ja pörkub paigalseisva positroniga. Osakesed annihileeruvad kaheks ühesu-guse energiaga fotoniks A ja B.

i) (1,5 punkti) Leidke elektroni kiirus v_e laboratoorses taustsüsteemis.

ii) (0,5 punkti) Leidke footoni A energia E_γ laboratoorses süsteemis.

iii) (1 punkt) Leidke footoni A impulss p_γ laboratoorses süsteemis.

iv) (2 punkti) Leidke nurk α z -telje ja footoni A impulsi vahel laboratoorses süsteemis.

v) (1 punkt) Miks ei ole võimalik pörkeprot-
sess, kus tekib ainult üks foton?

Elektroni seisumass $m_e = 511 \text{ keV}/c^2$.
Võite vastused anda elektronvoltides ja nen-
dega seotud ühikutes.

2. HOLOGRAAFILINE LÄÄTS (7 punkti)

(J. Kalda) Monokromaatset valgust saab üh-
te punkti fokuseerida holograafilise läät-
suga (mida tuntakse rohkem *Fresnel'i tsoo-
niplaadina*). See on õhuke kile, millele on
kantud kontsentriliste läbipaistvate ja läbi-
paistmatute rõngaste süsteem: läbipaistma-
tud rõngad katavad kinni need valguslained,
mis jõuaksid fookusesse vastasfaasis (võrrel-
des läbipaistvaid rõngaid läbinud valguse-
ga). Järgnevas eeldagem, et läätse diamee-

ter ja fookuskagus on $d = f = 10 \text{ cm}$; monok-
romaatse pealelangeva valguse lainepikkus
 $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

i) (1,5 punkti) Alustades loendamist lätse
(läbipaistmatust) keskmest, mis raadiusega
on läbipaistev rõngas number m (täpsemalt,
tema keskjoon)?

ii) (1,5 punkti) Vaatleme ka klaaskläätse,
mil on sama fookuskaugus f ja diameeter d
ja mis koondab paralleelse valguskimbu täp-
selt oma fookusesse (on asfääriliste pindade-
ga). Milline on vähim võimalik sellise lätse
paksus, kui klaasi murdumisnäitaja $n = 1,5$?

iii) (2 punkti) Kui pealelangev valgusim-
pulss on väga lühike, käitub holograafiline
läätis hoopis teisiti kui klaaskläätis. Tõesti, kui
me ignoreerime klaasi dispersiooni (n sõltu-
vust lainepikkusest), siis on impulsi pik-
kus klaaskläätse fookuses sama mis pealelan-
genudki impulsil. Samas, kui lasta lühike
valgusimpulss ($\tau = 3 \cdot 10^{-14} \text{ s}$) holograafilisele
lätsele, pikeneb selle kestus fookuses tundu-
valt. Visandage kvalitatiivselt valguse intensi-
ivsuse I käik holograafilise lätse fookuses
aja funktsioonina. Märkige mõõtkava aja t
teljele, I -teljel pole seda vaja. Valguse kiirus
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

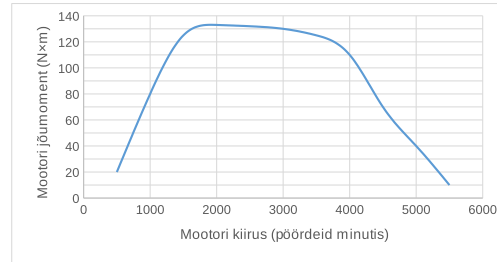
iv) (1 punkt) Isegi kui valgusallikaks on
ideaalselt monokromaatne ideaalne laser,
ei ole lühike valgusimpulss enam monokro-
maatne. Hinnake impulsis, mille kestus on τ ,
sisalduva lainepikkustevahemiku laiust.

v) (1 punkt) Hinnake selle impulsi kestust

klaaskläätse fookuses. Eeldage, et valguslaine
rühmakiirus v_g sõltub lainepikkusest kiiru-
suga $\frac{dv_g}{d\lambda} = 0,02 \times \frac{v_g}{\lambda}$ ja et antud lainepikkuse
jaoks on rühmakiirus võrdne faasikiirusega.

3. KÄIGUVAHETUS (3 punkti) (K.A.Šaar)

Auto mootori maksimaalne jõumoment sõltub
mootori pöörlemiskiirusest (vt allolevat
joonist, suuremalt lisalehel).



Mootori pöörded kantakse üle auto ratastele
käigukasti abil. Kui auto sõidab esimese
käiguga, on ülekandearv mootorist ratasteni
14:1, teise käiguga sõites on ülekandearv 7:1.

i) (2 punkti) Millisel auto kiirusel peab vahe-
tama esimeselt käigult teisele, et auto kesk-
mine kiirendus oleks maksimaalne?

ii) (1 punkt) Milline on auto kiirendus vahe-
tult enne ja pärast käiguvahetust?

Takistusjõududega mitte arvestada. Au-
to mass $m = 1400 \text{ kg}$, auto ratta läbimõõt
 $d = 60 \text{ cm}$.

4. TÄHTEDE SÕDA (8 punkti) (J. Kalda)

Uurime, mis ruumpiirides asuvatele siht-
märkidele saaksime pihta planeetidevaheli-

se ballistilise raketiga. Raketi laskeplatvorm
asub punktis P ja on paigal tähe inertsiaal-
ses taustsüsteemis. Tähe keskpunkt on punk-
tis S . Ballistilise raketi stardikiirus v_0 nagu
ka laskeplatvormi kaugus tähest $|SP| = R$
jäävad fikseerituks kogu ülesande ulatuses.
Tähe mass on M ja gravitatsioonikonstant
 G . *Vihje:* elliptilisel orbiidil liikuva raketi ko-
guenergia $E = -GMm/(2a)$, kus m on raketi
mass ja a on ta orbiidi pikem pooltelg.

i) (2 punkti) Rakett lastakse ülalkirjeldatud
ja suvalises suunas. Mis perioodiga on raketi
elliptiline orbiit?

ii) (2 punkti) Vastavalt Kepleri I seadusele,
on raketi orbiit ellips, mille üks fookus asub
punktis S . Teise fookuse F asukoht sõltub
laskesuunast. Kui laskesuunda muuta, siis
fookus F liigub mööda kindlat joont; mis joon
see on? Määrake selle joone geomeetrilised
mõõtmed.

iii) (1 punkt) Vaatleme sellist punkti Q
raketi trajektooriga, mille kaugus tähest on
 $|SQ| = r$. Määrake kaugus $|QF|$.

iv) (1 punkt) Punkti Q (eelmises osas kirjeldatud)
asukoht sõltub laskenurgast. Samuti sõltub
laskenurgast kaugus $|PQ|$. Mis on suurim
võimalik kaugus $|PQ|$ kõikide võimalike
punkti Q asukohtade hulgas?

v) (2 punkti) Osade iii ja iv jaoks eeldasime,
et kaugus r on fikseeritud. Nüüd vaatame
 r -i kui vaba parameetrit; punkti Q võimalik
asukoht on nii r -i kui laskenurga funktsioon.
Mis ala sees punkt Q võib paikneda?

5. RADIAATOR (8 punkti) (*M. Heidelberg*)

Mõõtke alumiiniumprofili ja keskkonna soojusvahetustegur h . $h = \frac{p}{T - T_0}$, kus p on soojusvoog profiilist keskkonda pikkusühiku kohta; T ja T_0 on vastavalt alumiiniumi ja keskkonna temperatuur. Mõõtmiste ajal hoidke alumiiniumprofili lapiti laua pinnal, et piirata turbulentsi poolt tekkivaid mittelineaar-seid efekte. Alumiiniumi soojusjuhtivus on $k = 205 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$ ja profiili ristlõikepindala $A = 36 \text{ mm}^2$.

Vihje: statsionaarset temperatuurijaotust pikki latti saab kirjeldada ühedimensionaalse Helmholtz'i võrrandiga $T'''(x) = \frac{h(T(x) - T_0)}{kA}$, mille üldlahend on

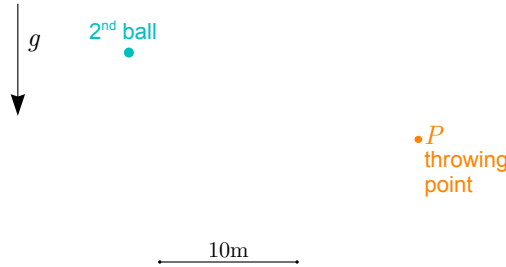
$$T(x) = T_0 + C_1 e^{x\sqrt{\frac{h}{kA}}} + C_2 e^{-x\sqrt{\frac{h}{kA}}},$$

kus C_1 ja C_2 on integreerimiskonstandid.

Mõõtevahendid: Alumiiniumprofiil, juhe (kuumutamiseks), alalispingeallikas, infrapunatermomeeter, joonlaud.

Hoidke juhtme temperatuur alla 150°C , kuna nii laud kui juhe hakkavad sellest kuumemaks minnes suitsema!

6. KAKS PALLI (5 punkti) (*J. Kalda*) Järgnev hetküesvõte (suuremalt lisalehel) kujutab kaht palli, mis visati samaaegselt ja sama algkiirusega, ent eri suundades välja punktist P . Millise algkiirusega? Kasutage $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



• 1st ball

• P
throwing
point

7. PÕRKEPALL (5 punkti) (*J. Toots*) Homogeenne elastne pall raadiusega R põrkas vertikaalsest seinast tagasi samas suunas, kust ta tuli. Palli kiirus enne põrget on v ja see on vertikaali suhtes nurga α all. Pallil on enne põrget nurkkiirus ω . Palli kontaktpunkt seinaga ei libisenud põrke ajal, aga ärge eeldage, et $\omega R = v \cos \alpha$. Põrge oli täiesti elastne, st kogu kineetiline energia jäi alles, samuti jäi samaks kiiruse horisontaalse komponendi suurus. Homogeense palli intertsimoment on $I = \frac{2}{5} m R^2$.

i) (1 punkt) Leidke palli nurkkiirus ω_2 pärast põrget.

ii) (2 punkti) Leidke palli esialgne nurkkiirus ω (avaldage v , α ja R abil).

iii) (2 punkti) Milline on minimaalne väärtus hõõrdetegurile μ , et selline põrge saaks toimuda?

8. ELEKTRIVÄLI (6 punkti) (*L. Franti*) Juhtivas rõngas raadiusega R voolab suur vool I . Rõngas lebab paigal xy -tasandis, tema keskpunkt on $(0,0,0)$. Vaatleja läheneb rõngale z -teljega paralleelselt kiirusega v ja mõõdab elektrivälja kaugusel r teljest. Eeldage, et $v \ll c$ ja $r \ll R$.

i) (2 punkti) Leidke z -teljel magnetinduktsiooni suurus $B(z)$ ja suund paigalseisvas taustsüsteemis.

ii) (4 punkti) Hinnake elektrivälja $E(z,r)$ suurust ja suunda, mida mõõdab me vaatleja kaugusel z rõnga tasandist.

9. SOLENOIDID (8 punkti) (*S. Ainsaar*). Tihedalt keritud jäik solenoidpool on osaliselt pistetud teise samasuguse sisse. Nad on ühendatud konstantse voolu allikaga, mis hoiab mõlemas voolu I ; nad tekitavad magnetvälja samas suunas. Mõlemal solenoidil on N kerdu, nende pikkus on l ja ristlõikepindalad on A_1 ja A_2 . Võib eeldada, et $A_1 \& A_2 \ll l^2$. Kasu võib olla teadmisesest, et magnetinduktsioon ühe eraldivoetud solenoidi keskmis on $B = \mu_0 I N / l$, kus μ_0 on vaakumi magnetiline läbitavus.

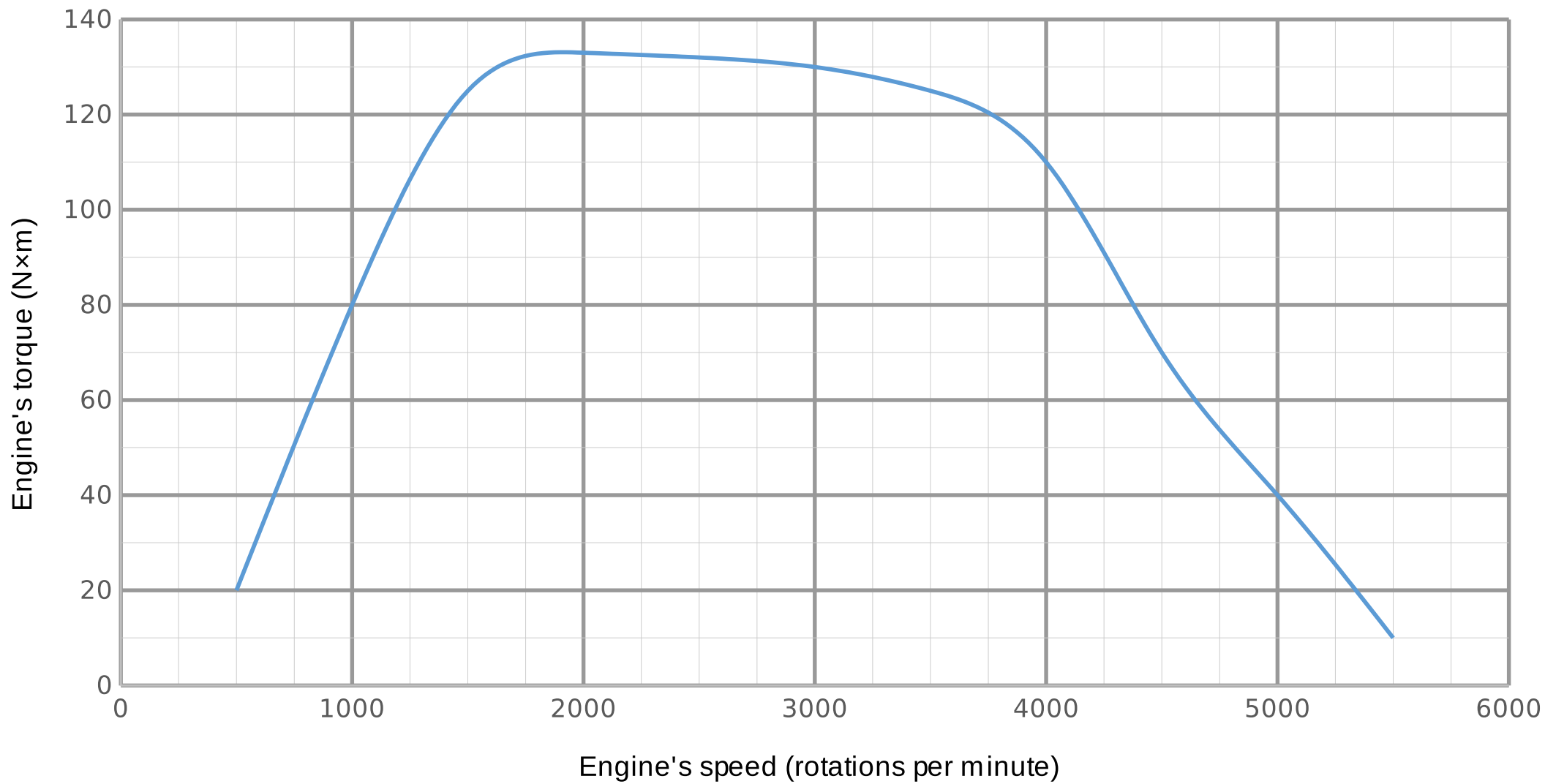
i) (2 punkti) Solenoidide keskmis on teineteisest kaugusel $x < l$ piki nende ühist telge $[A_1, A_2 \ll (x - l)^2, x^2]$. Leidke magnetvälja koenergia E_m selles süsteemis.

ii) (4 punkti) Leidke elektromotoorjõud \mathcal{E}_1 ja \mathcal{E}_2 , mis genereeritakse poolidel, kui üht tõmmatakse välja kiirusega v .

iii) (2 punkti) Leidke jõud F , mida on vaja, et tõmmata üht pooli väljapoole.

10. AURURÕHK (8 punkti) (*J. Kalda, M. Heidelberg, E. Uustalu*) Mõõtke süstlas oleva tundmatu vedeliku küllastunud auru rõhk toatemperatuuril. Pudeli ruumala on $V = 0,50 \ell$, toru sisediaameeter on $d = 6,0 \text{ mm}$. Praegune õhurõhk p_0 ja toatemperatuur T_0 on kirjas tahvlil. Edukat katset pole vaja korjata, kuna pudeli tühjendamine aurudest võtab aega. Hinnake mõõtemääramatust.

Vahendid: süstal tundmatu vedelikuga, süstal veega, pudel, paindub toru, joonlaud, kork, statiiv, kleeplint.



● 1st ball

2nd ball
●



● P
throwing
point

10m

A horizontal black line segment with small black dots at each end, positioned below the text "10m".