

Estonian-Finnish Olympiad - 2009

1. Paat (9 punkti) Vaatleme paati efektiivse massiga m , mis liigub vees piki x -telge (horisontaalselt) ja millele mõjub vesi hõõrdjõuga $F_f = -\alpha v$, kus v on paadi kiirus. (Efektiivne mass on mõnevõrra suurem reaalsest massist, sest igasgune paadi kiiruse muutumine põhjustab ka paadi lähedaste vee piirkondade kiiruse muutumist; seega, paadi lähedal asuva vee inertts täiendab mõnevõrra paadi inertsi.)

i) Tõesta, et sellise liikumise korral

$$v + kx = \text{Const},$$

ja leia tegur k .

ii) Nüüd vaatleme olukorda, kus poiss massiga M liigub paadis edasi-tagasi kiirusega $u(t)$ (mis on samuti x -telje sihiline). Milline liidetav tuleb lisada seadusesse $v + kx = \text{Const}$, et kirjeldada seda uut olukorda?

iii) Seisku nüüd paat kalda lähedal stardivalmis. Poiss hüppab kaldalt paati, pöörab ennast ümber ning hüppab tagasi kaldale. Poisi kiiruse horisontaalkomponent esimese hüppe ajal oli u_1 ja teise hüppe ajal $-u_2$. Millise maksimaalse vahemaa s läbib paat? Ignoreerida vertikaalse liikumise mõju horisontaalsihis toimivale hõõrdjõule.

2. Nanokell (10 punkti)

Nanotehnoloogia võimaldab luua soovitud kujuga väga väikesi struktuure. Vaatleme tillukest homogeenelt laetud võru raadiusega R , mis kannab positiivset kogulaengut Q .

i) Leia elektriline potentsiaal φ punktis P , mis asub võru teljel, kaugusel z võru keskpunktist.

ii) Leia elektrivälja tugevus E punktis P .

iii) Näita, et sümmeetriatelge mööda liikuvale elektronile mõjuv jõud on võru keskpunkti läheduses ($|z| \ll R$) harmooniline (st sõltub z -st lineaarselt).

iv) Leia sellise elektroni võnkumiste sagedus. Kasuta numbrilisi väärtusi $R = 1\ \mu\text{m}$ ja $Q = 1.0 \times 10^{-13}\ \text{C}$. Elektroni laeng on $e = 1.6 \times 10^{-19}\ \text{C}$.

v) Nüüd vaatleme olukorda, kus elektron saab liikuda ka sümmeetriateljel mitte-lebavates suundades. Kas tema asukoht võru sümmetriakeskmes (teljel, $z = 0$) on stabiilne või ebastabiilne? Põhjenda vastust.

Vihje: Võid kasutada ligikaudset võrdust

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x + \frac{1}{2}\alpha(\alpha-1)x^2.$$

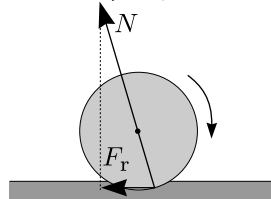
3. Kera (8 punkti) Homogeenne kera raadiusega R ja massiga m visatakse ajahetkel $t = 0$ horisontaalsele lauapinnale. Kera algkiirus on puhtalt horisontaalne ja võrdne v -ga; pöördliikumine puudub. Liughõõrdetegur laua ja kera vahel on μ .

i) Leia ajahetk t , mil kera lõpetab libisemise, st hakkab libisemata veerema.

ii) Arvuta kera nurkkiirus ω_* ja mehaaniline koguenergia E_* hetkel, mil libisemine lõpeb. Kas sama massi ja algkiirusega seest tühja kera puhul oleks energia E_* suurem või väiksem, kui antud (seest täis) kera puhul?

iii) Oletagem nüüd, et horisontaalne pind on töödeldud nii, et liughõõrdetegur sõltub horisontaalsest koordinaadist x kujul $\mu = a + b \cos x$ (kus $a > b$). Leia avaldis mehaanilise koguenergia lõppväärtuse E'_* jaoks selle uue juhtumi puhul.

iv) Naaskem nüüd konstantse liughõõrdeteguriga μ olukorra juurde. Erinevalt varasemast eeldame nüüd, et pind ei ole ideaalselt jäik (nt on kaetud vildiga). See põhjustab täiendava hõõrdjõu — veerehõõrdjõu $F_r = \mu_r mg$ tekke. Erinevalt liughõõrdjõust ei ole see jõud rakendatud kehade puutepunkti puutujasihiliselt. Seda jõudu võib hoopis interpreteerida pinna toereaktsiooni horisontaalkomponendina (toereaktsioon tervikuna on seejuures loomulikult pinnanornmaali sihiline), vt joonis. Leia avaldis kera mehaanilise lõppenergia E''_* jaoks antud juhtumil. Mis on olulisim (kvalitatiivne) erinevus E_* ja E''_* avaldiste vahel?



Vihje: Kera inertsimoment $I = \frac{2}{5}MR^2$.

4. Must kast (9 punkti) Katsevahendid: elektriline must kast kolme väljundklemmiga, patarei, voltmeeter. On teada, et must kast sisaldab teatud viisil ühendatud kolme takistit ning et nendest kolmest takistusest kõige väiksem on $R_1 = 100\ \Omega$. Leida suurim takistus. Mida võib öelda keskmise takistuse väärtuse kohta? Hinda katsemääramatusi.

5. Pliiats (6 points) Katsevahendid: pliiats, paber, joonlaud.

Määra hõõrdetegur paberi ja grafiidi vahel. Hinda katsemääramatust.

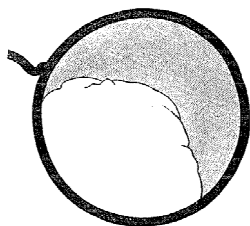
6. Vedru (7 points) Katsevahendid: heeliksvedru tuntud massiga $m = 19 \pm 0.5$ g, mõõdulint, tundmatu massiga koormis.

Määra koormise mass ja hinda katsemääramatust.

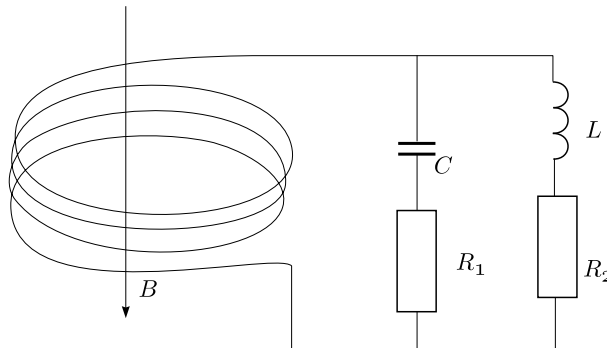
7. Seebikile (6 points)

Lord Rayleigh pidas 1891. aastal loengu füüsikaliste protsesside fotografeerimisest, muuhulgas esitles ta ka fotot rõngale toetunud purunevast seebikilest (pilt lisatud). Väklambi asemel kasutas ta valgustamiseks lühiajalist elektrisädet (elektrisädemel põhinevad tegelikult ka tänapäevased väklambid). Hinda, kui täpselt pidi Lord Rayleigh selle sädeme tekkimise ajastama - teisisõnu, hinnake seebikile purunemisele kuluvat aega. Seebikile paksus olgu $h = 1$ μm , rõnga diameeter $D = 10$ cm ning seebivee pindpinevustegur $\sigma = 0.025$ N/m.

Vihje: kasutage mudelit, mille kohaselt juba purunenud seebikile osa koondub ühtseks frondiks ning hakkab ühtselt liikuma purunemata osa poole.



8. Magnetimpulss (7 points) Vaatleme elektriskeemi, mis koosneb tühise induktiivsusega poolist, milles on $N = 10$ keerdu ja mille iga keerd moodustab silmuse pindalaga $S = 10$ cm^2 , takistitest $R_1 = R_2 = 3$ Ω , mahtuvusest $C = 0.2$ F ja induktiivsusest $L = 1$ H; need kõik on kokku ühendatud joonisel näidatud viisil. Ajahetkel $t = 0$ Lülitatakse sisse magnetväli, mis on paralleelne pooli teljega. Selle magnetvälja induksioon hakkab kasvama lineaarselt ajas, alustades väärtusest $B = 0$ kuni hetkeni $t = 10$ ms, mil saavutatakse maksimaalne väärtus $B = 1$ T. Seejärel jääb magnetväli konstantseks (ja võrdseks 1 T -ga).



- i) Leia vool läbi takistite R_1 ja R_2 ajahetkel $t_1 = 5$ ms.
- ii) Leia vool läbi takistite R_1 ja R_2 ajahetkel $t_2 = 15$ ms.
- iii) Milline kogulaeng läbib takistit R_2 ?

9. Stratostaat (5 points)

i) Näita, et isotermilise gaasi (molaarmass μ) rõhk kõrgusel z avaldub kujul $p = p_0 e^{-\alpha z}$, kus p_0 on rõhk koordinaatide alguspunktis ja z on kõrgus. Leia konstant α . Vabalangemise kiirendus on g , temperatuur on T .

ii) Vaadelgem stratostaati, mille kest kujutab endast vabalt deformeeritavat venimatut kotti ja mis on täidetud maapinnal heeliumiga ruumalani, mis moodustab $\beta = 10\%$ täis stratostaadi ruumalast. Millisel kõrgusel h paisub heelium sedavõrd, et täidab stratostaadi kesta täielikult? Õhu ja heeliumi molaarmassid on vastavalt $\mu_a = 29$ g/mol ja $\mu_{He} = 4$ g/mol. Atmosfääri temperatuuri muutusi võib ignoreerida ja kasutada väärtust $T = 250$ K.

10. Kiil (5 points) Kiilu massiga M hoitakse paigal horisontaalsel tasapinnal ning klotsi massiga m hoitakse kiilul kõrgusel h horisontaalpinnast. Kiilu nurk on α , vt joonist. Nii kiilu ja horisontaalpinna kui ka kiilu ja klotsi vahelise hõõrdejõu võib lugeda tühiselt väikseks. Süsteem lastakse vabalt liikuma. Leia ajavahemik t , mis kulub klotsil horisontaalpinnani jõudmiseks.

