

Eestonian-Finnish Olympiad - 2009

1. Vene (9 points) Vene, jonka efektiivinen massa on m , liikuu pitkin tyyntä vaakasuoraa vedenpintaa x -akselin suuntaan. Veden veneeseen kohdistama vastusvoima on muotoa $F_f = -\alpha v$, missä v on veneen nopeus. (Efektiivinen massa on hiukan veneen todellista massaa suurempi, koska veneen mukana liikkuu pieni määrä ympäröivää vettä.)

i) Osoita, että liikkeen aikana pätee

$$v + kx = \text{vakio}$$

ja etsi kerroin k .

ii) Poika, jonka massa on M , kävelee veneessä edestakaisin x -akselin suuntaisesti nopeudella $u(t)$. Millainen termi tulee tässä tapauksessa lisätä säilymlakiin $v + kx = \text{vakio}$?

iii) Edellä kuvatun kaltainen vene kelluu vapaasti rannan tuntumassa. Poika hyppää rannalta veneeseen, kääntyy ympäri, ja hypää takaisin rannalle. Pojan vaakasuuntainen nopeus rannalta hypäessä oli u_1 ja veneestä rannalle hypäessä $-u_2$. Mikä on maksimi matka, jonka vene voi liukua? Jätä huomiotta hypyn aiheuttama pystysuuntainen liike.

2. Nanokello (10 points) Nanoteknologiassa voidaan valmistaa hallitusti hyvin pieniä rakenteita. Tarkastellaan pientä ohutta R säteistä rengasta jolla on positiivinen kokonaisvaraus Q . i) Määritä potentiaali φ pisteessä P , renkaan tasoa vastaan kohtisuoralla, renkaan keskipisteen kautta kulkevalla akselilla. etäisyydellä z renkaan keskipisteestä.

ii) Määritä sähkökenttä E pisteessä P .

iii) Osoita, että elektroniin kohdistuu harmoninen (linearisesti z -koordinaatista riippuva) voima, sen liikkua lähellä positiivisesti varatun renkaan keskipistettä ($|z| \ll R$).

iv) Mikä on elektronin värähtelytaajuus renkaan keskellä, jonka halkaisija on $R = 1 \mu\text{m}$ ja varaus $Q = 1.0 \times 10^{-13} \text{ C}$. Elektronin varaus on $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$. v) Oletetaan nyt, että elektroni voi liikkua myös sivusuunnassa akseliin nähden. Onko symmetriakeskipisteessä oleva paikka (akselilla, $z = 0$) elektronille stabiili? Perustele.

Vihje: Allaolevasta arviosta saattaa olla apua

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x + \frac{1}{2}\alpha(\alpha-1)x^2.$$

3. Kuula (8 points) Pyörimätön homogeeninen kuula, jonka säde on R ja massa m heitetään vaakasuoraan pöydälle ajanhetkellä $t = 0$. Sen alkunopeus ennen kosketusta on puhtaasti vaakasuuntainen ja suuruudeltaan v . Liikekitkerroin pallon ja pöydän välillä on μ .

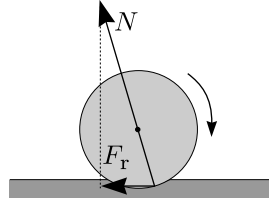
i) Ajanhetkellä t kuula alkaa vieriä liukumatta. Etsi t .

ii) Laske pallon kulmanopeus ω_* ja sen kokonaisenergia E_* hetkellä t . Olisiko energia E_* pienempi vai suurempi, jos kuula oli-

si ontto? Vihje: Homogeenisen pallon hitausmomentti voidaan määrittää kaavalla: $I = \frac{2}{5}MR^2$.

iii) Oletetaan, että vaakasuora pinta on paikoitellen erilaista ainetta ja liikekitkerroin riippuu koordinaatista x yhtälön $\mu = a + b \cos x$ mukaisesti. ($a > b$). Etsi pallon mekaaninen energia E'_* tässä tapauksessa.

iv) Palataan jälleen tilanteeseen, jossa liikekitkerroin μ on vakio. Oletetaan lisäksi, että pöydän pinta on pehmeä, esim huopakankaalla päällystetty. Tämä aiheuttaa vierintäkitkavoiman $F_r = \mu_r mg$. Toisin kuin liikekitka, tämä ei ole tangentialinen pallon ja pöydän kosketuspisteessä. Voima voidaan kuitenkin tulkita pinnan tukivoiman horisontaaliseksi komponentiksi. (tukivoima on kokonaisuutena kuitenkin kohtisuorassa pintaa vastaan, katso kuva.) Laske mekaaninen energia E''_* tässä tapauksessa. Mikä on energioiden E_* and E''_* lausekkeiden tärkein kvalitatiivinen ero?



4. Mustalaatikko (9 points) Välineet: sähköinen mustalaatikko, jossa on kolme liitintä, paristo, jännitemittari.

Tiedämme, että laatikossa on kolme vastusta (jotenkin toisiinsa kytkettynä). Pienimmän vastuksista resistanssi on $R_1 = 100 \Omega$. Mikä on suurimman vastuksen resistanssi R_3 . Mitä saadaan selville keskimmäisestä resistanssista R_2 ? Arvioi mittaustulostesi virheet.

5. Lyijykynä (6 points) Välineet: lyijykynä, paperi, viivoitin.

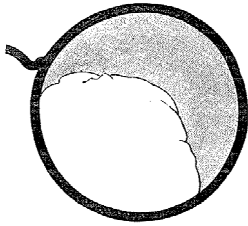
Määritä kynän ytimen muodostavan grafiitin ja paperin välinen kitkakerroin. Arvioi virhe.

6. Jousi (7 points) Välineet: kierrejousi, jonka massa $m = 19 \pm 0.5$ g, rullamitta, viivoitin, kappale, jonka massaa ei tunneta.

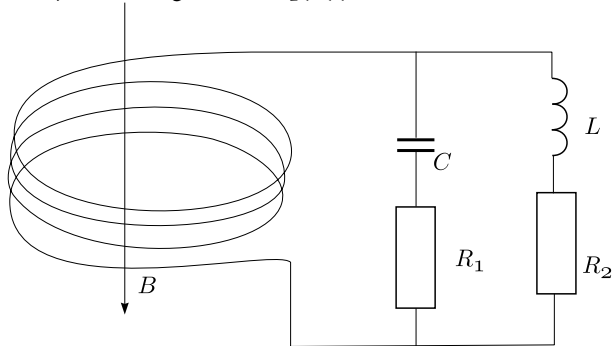
Määritä kappaleen massa. Arvioi virhe.

7. Saippuakalvo (6 points) Lordi Rayleigh luennoi 1891 fysiikan prosessin valokuvauksesta. Silloin hän mm. näytti kuvan luhistuvasta saippuakalvosta (kuva). Salamavalona hän käytti sähkökipinää (nykyäänhän salamavalot perustuvat kipinöihin). Arvioi, kuinka tarkka ajoituksen tulee olla s.o. arvioi aika, jonka kuluessa saippuakalvo luhistuu. Olkoon kalvon paksuus $h = 1$ μm , renkaan halkaisija $D = 10$ cm ja pintajännitys $\sigma = 0.025$ N/m.

Vihje: voit käyttää mallia, jossa rikkoutunut osa kalvoa kertyy rintamana kohti toistaiseksi ehjää kalvoa.



8. Magneettinen pulssi (7 points) Tarkastellaan kuvan kytkentää, jossa on kela (induktanssi hyvin pieni, $N = 10$ kierrosta, silmukan pinta-ala $S = 10$ cm²), vastuksia $R_1 = R_2 = 3 \Omega$, ja kondensaattori $C = 0.2$ F ja induktanssi $L = 1$ H. Ajanhetkellä $t = 0$, kelan akselin suuntainen magneettikenttä kytketään päälle. Magneettivuo alkaa kasvaa lineaarisesti alkaen nolasta $B = 0$ kunnes maksimiarvo $B = 1$ T saavutetaan ajassa $t = 0.1$ s. Tämän jälkeen magneettivuo pysyy vakiona.



i) Määritä vastuksissa kulkeva virta ajanhetkellä $t_1 = 5$ ms.

ii) Määritä vastuksissa kulkeva virta ajanhetkellä $t_1 = 15$ ms.

iii) Kuinka suuri kokonaisvaraus kaiken kaikkiaan kulkee vastuksen R_2 läpi?

9. Stratostaatti (5 points)

i) Osoita, että isotermissä kaasun (moolimassa μ) paine muuttuu korkeuden funktiona yhtälön $p = p_0 e^{-\alpha z}$ mukaisesti. Yhtälössä p_0 on paine maan pinnalla ja z on korkeus. Määritä vakio α . Painovoimakiihtyvyyden on g . Ilman ja heliumin moolimassat ovat $\mu_a = 29$ g/mol ja $\mu_{He} = 4$ g/mol. Ilman lämpötila voidaan olettaa vakioksi $T = 250$ K.

ii) Käsitellään stratostaattia (vapaasti muotoutuva venymätön säkki), joka on täytetty maanpinnalla kymmenesosaan tilavuudestaan, eli täyttöaste $\beta = 10\%$. Millä korkeudella h helium laajenee niin paljon, että se täyttää koko stratostaatin tilavuuden?

10. Kiila (5 points) Kiila, jonka massa on M on paikallaan vaakasuoralla alustalla, ja sen päällä on palikka, jonka massa on m aluksi paikallaan korkeudella h alustasta mitattuna. Kiilan kulma on α (kuva). Kiilan ja alustan ja kiilan ja palikan välillä ei ole kummasakaan kitkaa. Systeemi vapautetaan liikkumaan vapaasti. Kuinka pitkän ajan t kuluttua palikka osuu alustaan?

