

Eesti-Soome maavõistlus - 2012

Ülesanne 1. Asteroid (14 punkti)

Vaatleme hüpoteetilist asteroidi massiga m_a ja raadiusega r_a , mis liigub elliptilist orbiiti mööda ümber Päikese (mille mass on M_s), Maaga samas suunas. Eeldagem, et Maa orbiit on ringjoon raadiusega R_e (ignoreerides elliptilisust) ja et nimetatud kaks orbiiti on samas tasapinnas. Olgu asteroidi lühim kaugus Päikesest (perihelis) $R_{\min} = \frac{1}{2}R_e$ ja suurim kaugus (apoheelis) $R_{\max} = 1.51R_e \approx 1.5R_e$ (arvutuste lihtsustamiseks võite kasutada viimast ligikaudset väärtust). Maa orbitaalkiirus $v_0 = 30$ km/s. Võite kasutada samuti järgmisi arvvaartusi: Maa raadius $r_e = 6400$ km, vabalangemiskiirendus Maa pinnal $g = 9,81$ m/s², Päikese nurkläbimõõt Maalt vaadatuna $\alpha = 0,5^\circ$, Maa aasta kestus $T_0 = 365$ päeva, Päikese pinnatemperatuur $T_s = 6000$ K, vabalanemiskiirendus Päikese pinnal $g_s = 275$ m/s², Stefan Boltzmanni konstant $\sigma = 5,6704 \times 10^{-8}$ kg · s⁻³ · K⁻⁴, valguse kiirus vaakumis $c = 3 \times 10^8$ m/s. Asteroid on kerakujuline, raadius $r_a = 10$ m ja mass $m_a = 1 \times 10^7$ kg; nii Päikest kui asteroidi võib lugeda absoluutselt mustadeks kehadeks.

Osa A. Põrkumine Maaga (5 punkti)

i. (2 p) Oletagem, et asteroid põrkub Maaga ja on juba väga lähedal, kaugusel $l \ll R_e$ Maa pinnast; milline on asteroidi kiirus Maa suhtes eeldusel (a) $l \gg r_e$; (b) $l \ll r_e$.

ii. (2 p) Põrkeparameeter b on defineeritud Maa taustsüsteemis Maa kaugusena asteroidi trajektoori puutujast, mis on tõmmatud trajektoori piisavalt kaugest punktist (kaugusel l , kus $r_e \ll l \ll R_e$). Määrake põrkeparameetri selline maksimaalne väärtus b_{\max} , mille korral asteroid põrkub veel Maaga.

iii. (1 p) Arvutuste kohaselt toimub asteroidi tsentraalne põrge Maaga $N = 10$ orbitalperioodi järel. Vältimaks põrget on vaja muuta asteroidi tiirlemisperioodi; mitme sekundi võrra? (Eeldage lihtsustatult, et perioodi pikenemine ei muuda trajektooride löikepunktide asukohti.)

Osa B. Päikese tõmbejõu muutmine (9 punkti)

Teoreetiliselt on võimalik muuta asteroidi perioodi kasutades ära Päikese kiirgust. Uurigem, kui realistlik on selline projekt. Päike tõmbab asteroidi gravitatsioonijõuga $F_0 = GM_s m_a / R^2$, kus G on gravitatsioonikonstant ning R — Päikese ja asteroidi vahemaa vaadeldaval ajahetkel. Tähistagem $GM_s = \gamma_0$, nii et

$$F = \gamma_0 m_a / R^2.$$

Oletagem, et hetkel mil asteroid on perihelis, vähendatakse teguri γ_0 väärtust hetkeliselt uue väärtuseni γ_1 , mis jääb edasise liikumise käigus muutumatuks.

i. (2 p) Leidke asteroidi uus apoheeli kaugus R'_{\max} ; väljendage see suuruse $\kappa = (\gamma_0 - \gamma_1) / \gamma_0$ abil.

ii. (2 p) Leidke asteroidi orbitaalperioodi muutus eeldusel, et $\kappa \ll 1$ (avaldage see suuruse κ kaudu).

iii. (4 p) Eeldagem, et perihelis viibimise ajal kaetakse asteroid ideaalse helkurvärviga (mis suunab kogu pealelangeva valguse otse allikast tulekusuunas tagasi). Sellise helkurmaterjaliga katmine toob kaasa Päikese resultanttõmbejõu muutumise; leidke teguri κ vastav väärtus (tehke ka numbriline hinnang).

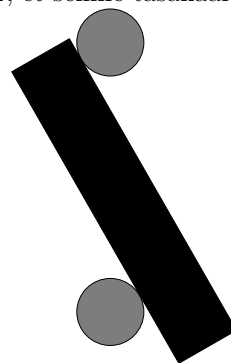
iv. (1 p) Hinnake, kui realistlik on projekt, mille kohaselt kasutatakse asteroidiga põrkumise vältimiseks asteroidi helkurmaterjaliga katmist.

Ülesanne 2. Termodünaamiline tsükkel (5 punkti)

Arvutage sellise soojusmasina kasutegur, mille töötssükkel koosneb teatud koguse ideaalse gaasi kahest isotermist temperatuuridel T_1 ja T_2 ning kahest isohoorist. (Isohoo on konstantsel ruumalal toimuv protsess.) Masin on ehitatud selliselt, et jahutavas isohoorses protsessis eralduvat soojust kasutatakse soojendava isohoorse protsessi jaoks.

Ülesanne 3. Torud ja pulk (5 punkti)

Kaks paralleelset horisontaalset silindrilist toru diameetriga d on fikseeritud üksteise kohale nii, et nende telgede vahemaa on $4d$. Torude vahele asetatakse silindriline pulk diameetriga d nii nagu näidatud joonisel (tegemist on süsteemi vertikaalse ristlõikega). Torude ja pulga vaheline hõõrdetegur on $\mu = \frac{1}{2}$. Kui pulk on piisavalt pikk, siis see jääb torude vahele joonisel näidatud asendisse püsima. Milline on pulga minimaalne vajalik pikkus L , et selline tasakaal oleks võimalik?



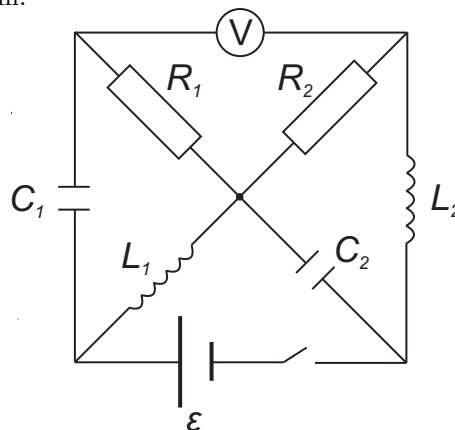
Ülesanne 4. RLC-ahel (5 punkti)

Joonisel näidatud skeemil, $R_1 = 3R$, $R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$ ja $L_1 = L_2 = L$; patarei elektromotoorjõud \mathcal{E} . Alguses on skeemi lüliti suletud ning süsteem on saavutanud statsionaarse režiimi.

i. (1 p) Milline on voltmetri näit sellises statsionaarses režiimis.

ii. (2 p) Nüüd avatakse lüliti. Milline on voltmetri näit vahetult peale lüliti avamist?

iii. (2 p) Leidke kummalgi takistil dissipeeruv soojushulk, mis eralduv lüliti avamise hetkest kuni uue statsionaarse oleku saavutamiseni.



Ülesanne 5. Difraktsioonivõre (7 punkti)

Määrake peegeldava difraktsioonivõre samm (st naaberjoonte vahemaa); hinnake mõõtemääramatust. Vahendid: peegeldav difraktsioonivõre, roheline laser ($\lambda = 532$ nm), joonlaud, statiiv laseri hoidmiseks.

Eesti-Soome maavõistlus - 2012

Ülesanne 6. Uraani lagunemine (7 punkti)

Looduslik uraan koosneb 99,3% U^{238} -st ning selle ülesande juures võime ignoreerida ülejäänud isotoopide olemasolu. U^{238} laguneb lehekülje lõpus oleva tabeli kohaselt, kus iga isotoop laguneb paremas naaberruudus toodud isotoobiks ja isotoobi lagunemisel vabanev energia on näidatud alumises naaberruudus megaelektronvoltides (MeV), $1 \text{ MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$; viimases reas on vastavate sekudites väljendatud poolestusaegade kümnendlogaritmid, $\log_{10} \tau_{\frac{1}{2}}$ (nii et 17,15 isotoop U^{238} juures tähendab, et U^{238} poolestusaeg on $10^{17,15} \text{ s} \approx 1,41 \times 10^{17} \text{ s}$).

Te võite samuti kasutada Avogadro arvu arvvaartust $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ning järgmisi uraani iseloomustavaid füüsikalisi konstante: sulamistemperatuur $T_0 = 1408 \text{ K}$, tihedus $\rho = 1,89 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$, soojusjuhtivustegur $\kappa = 27,5 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, molaarmass $\mu = 0,238 \text{ kg/mol}$. Võib eeldada, et radoon, mis tekib ühes tuumalagunemiste ahela vaheetapis, ei pääse välja ümbritsevast uraanist. Märkus: soojusjuhtivustegur on võrdetegur soojusvootiheduse (W/m^2) ja dT/dx (temperatuuri ruummuutimiskiirus) vahel.

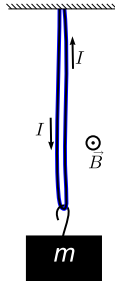
i. (2 p) Eeldades, et U^{234} ainsaks looduslikuks allikaks on U^{238} lagunemisel tehke kindlaks U^{234} protsentuaalne sisaldus looduslikus uraanimaagis.

ii. (2 p) Milline on loodusliku uraani tuumalagunemisest põhjustatud soojusvõimsuse vabanemise ruumtihedus w (vattides kuupmeetri kohta)?

iii. (3 p) Kui uraanist tehtud kera raadius on piisavalt suur, siis see hakkab keskelt sulama. Milline on selliseks sulamiseks vajalik vähim raadius R_0 , kui ümbritseva keskkonna temperatuur on $T_a = 300 \text{ K}$?

Ülesanne 7. Voolu abil tõstmine (7 punkti)

Vaadeldagem vabalt deformeeritavat isolatsiooniga elektrijuht pikkusega $2l$, mille mõlemad otsad on kinnitatud lähestikku lakke, vt joonist. Koormis massiga m on kinnitatud traadi keskpunkti külge (traadi mass on tühine). Süsteem asub horisontaalses homogeenises magnetväljas induksiooniga B ; vabalangemise kiirendus on g . Traadist lastakse läbi vool I .



i. (2 p) Visandage traadi kuju.

U^{238}	Th^{234}	Pa^{234}	U^{234}	Th^{230}	Ra^{226}	Rn^{222}	Po^{218}	Pb^{214}	Bi^{214}	Po^{214}	Pb^{210}	Bi^{210}	Po^{210}	Pb^{206}
4,27	0,27	2,27	4,86	4,77	4,87	5,59	6,12	1,02	3,27	7,88	0,06	1,43	5,41	–
17,15	6,32	4,38	12,89	12,38	10,70	5,52	2,27	3,21	3,08	-3,78	8,85	5,64	7,08	stabiilne

ii. (2 p) Millise maksimaalse vahemaa võrra saab sellisel viisil koormist kergitada (suurendades vajadusel voolutugevust)?

iii. (2 p) Kirjutage võrrand, millest on võimalik leida koormise kerkimiskõrgus Δh .

iv. (1 p) Milline voolutugevus I_0 on vajalik selleks, et kergitada koormist vahemaa $\Delta h_0 = l(1 - \frac{3}{\pi})$ võrra?

Ülesanne 8. Elastne põrge (7 punkti)

Vaatleme kahe kera absoluutselt elastset põrget. Liikugu kera massiga M kiirusega v teise kera suunas. Teine kera omab massi $m \leq M$ ja on algselt liikumatu. Põrge ei pruugi olla tsentraalne. Kerade pinnad on libedad ja seetõttu kerad pöörlema ei hakka.

i. (1 p) Leidke kummagi kera impulsid sellises taustsüsteemis, kus süsteemi massikeske on paigal.

ii. (3 p) Millised on kerade impulsside moodulid peale põrget süsteemi massikeskme taustsüsteemis?

iii. (3 p) Millise maksimaalse nurga α võrra saab algselt liikunud kera liikumissuund põrke tulemusel muutuda võrreldes esialgse liikumissuunaga?

Ülesanne 9. Elektriliin (7 punkti)

i. (2 p) Vaadeldagem nõõri joontihedusega σ (mass pikkusühiku kohta), mida venitatakse nii, et nõõris püsiks mehaaniline pinge T . Näidake, et sellist nõõri mööda saavad levida häiritused (nt lained) kiirusega $k\sqrt{T/\sigma}$ ning leidke konstant k .

ii. (2 p) Nüüd uurime elektrijuht, mis on kinnitatud kahe elektriposti vahele; postide vahekaugus on L ja traadi joontihedus on σ . Traadi keskpunkt on vajunud traadi kinnituspunkte ühendavast horisontaaljoonest vahemaa d võrra allapoole. Leidke mehaaniline pinge T traadis eeldusel, et $d \ll L$. Vihje: kasutage jõumomentide tasakaalutingimust ühe traadi poole jaoks.

iii. (3 p) Leidke elektrijuhtme väikeste võnkumiste vähim omavõnkesagedus f_0 (võnkumiste amplituud on nii väike, et mehaaniline pinge juhtmes püsib faktiliselt muutumatu).

Ülesanne 10. Must kast (8 punkti)

Määrake mustas kastis olev elektriskeem. On teada, et peale juhtmete ja kahe takisti on elektriskeemis neli komponenti. Töövahendid: nelja väljundklemmiga must kast, üks elektrijuhe.