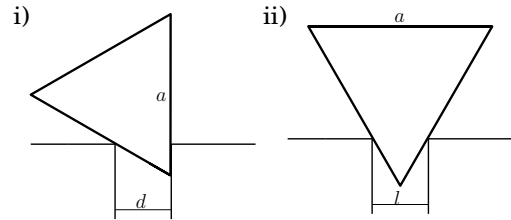


# Eesti-Soome olümpiaad 2013

## 1. PRISMA (8 punkti)

i) (4 punkti) Püstprisma kujuline homogeen-  
sest materjalist klots, mille põhjaks on võrd-  
külgne kolmnurk küljepikkusega  $a$ , asetata-  
kse kahe laua vahele jäävasse horisontaalse  
pilusse nii, et püstprisma üks külgtahk on  
vertikaalne. Kui pilu teha järjest kitsamaks,  
siis millisest laiusest  $d$  alates kukub prisma  
pilust välja? Prisma ja laudade vahel puudub  
hõõre; prisma on homogeenest materjalist.  
Pilu servad on üksteisega paralleelsed.

ii) (4 punkti) Nüüd asetatakse prisma pilus-  
se nii, et üks ta külgtahk on horisontaalne.  
Millisest pilu laiusest  $l$  alates muutub see  
asend ebastabiilseks?



2. MOBILIKAAMERA (6 punkti) Fotograaf  
tegi pildi, teravustades fotokaamera kaugu-  
sel  $L$  asuvale objektile, misjärel ilmnis, et  
terava kujutise andsid ka kõik sellest kaugemad objektid (kuni lõpmatu kauguseni),  
samuti olid teravad sellest lähemad objektid  
alates kaugusest  $s$ .

i) (4 punkti) Milline on minimaalne võimalik  
 $L$  väärtus?

ii) (2 punkti) Leidke sellele vastav  $s$ .

*Teadmiseks.* Punktobjektist digitaalse fo-  
tokaamera sensorile tekkinud kujutise loeme  
teravaks siis, kui kujutise suurus ei ületa  
ühele pikslile vastava sensorielemendi suu-  
rust, vastasel korral tekib udune pilt. Foto-  
kaamera objektiivi võime lihtsustatult vaa-  
delda kui kumerlääts. Teravustamisel muu-  
detakse sensori ja objektiivi vahekaugust.

*Parameetrid.* Vastus arvutage ühe tun-  
tud tootja mobiiltelefoni sisse ehitatud kaa-  
mera jaoks, mille objektiivi fookuskaugus on  
 $f = 4,3$  mm ning lääts läbimõõt  $D = 1,8$  mm.  
Sensori pikema külje pikkusele  $w = 4,6$  mm  
vastab  $N = 3264$  pikslit.

3. MISSIOON MARSILE (7 punkti) Mees-  
kond kosmonaute sõidab Marsi polaarpiir-  
konda otsima pinnasesse peitunud jääd. Nen-  
de kosmoselaev sõidab Maalt Marsile ellip-  
tilisel vaheorbiidil, mis on mõlema planeedi  
orbiidile puutujaks. Kuigi sel orbiidil on  
ka puudujääke, kasutatakse seda tänu kü-  
tusesäästlikkusele küllaltki tihti. Tulevased  
mehitatud marsimissioonid lendavad seetõ-  
ttu küllaltki tõenäoliselt just sedaviisi. Siin  
ülesandes uurime mõnd selle orbiidi aspekti.

Marsoriibi keskmine raadius  $R_a = 1,52$  AU; Maa orbiidi keskmine raadius  $R_g = 1$  AU = 149 600 000 km. Marsi keskmine raa-

dius  $r_a = 3397$  km ja raskuskiirendus Marsi  
pinnal  $g_a = 3,71$  m/s<sup>2</sup>. Maa keskmine raadius  
 $r_g = 6371$  km.

i) (1 punkt) Leidke Marsi orbitaalperiood  $T_a$   
ehk Marsi „aasta“ pikkus Maa aastates.

ii) (1,5 punkti) Kui kaua ( $t_t$ ) võtab üheotsa-  
reis Marsile aega?

iii) (1,5 punkti) Kosmoselaeva viib kirjel-  
datud orbiidile võimas rakett. Efektiivseim  
on põletada kütust lühiajalise purskena, kui  
kosmoselaev on veel Maa lähedal. Kui suu-  
re kiiruse muudu  $\Delta v_1$  peab rakett kosmose-  
laevale andma, et see jõuaks vaheorbiidile,  
alustades põhjapooluselt? Õhutakistust ärge  
arvestage.

iv) (1,5 punkti) Hinnake kiiruse muutu  $\Delta v_2$ ,  
mida on vaja, et siseneda ringorbiidile Marsi  
lähedal.

v) (1,5 punkti) Vähemalt kui kaua võtab  
aega reis Marsile ja tagasi?

4. MAGNETDIPOOLID (7 punkti) Vaadel-  
gem järgnevat magnetdipooli mudelit. Väike  
takistuseta traat on painutatud ruuduks kül-  
jepikkusega  $a$ . Mingis traadi punktis asub  
pisike ideaalne vooluallikas, mis hoiab traadi  
püsivalt voolu  $I$ . Tasapinnalise voolurin-  
gi magnetmoment  $m$  defineeritakse seosega  
 $m = IA$ , kusjuures vektor  $\vec{m}$  osutab voolu-  
ringi normaali sihis parema käe reegli järgi  
( $A$  on vooluringi poolt piiratud pindala).

i) (3 punkti) Dipool paigutatakse homogeen-  
sesse magnetvälja  $\vec{B}$  nii, et nurk  $\vec{m}$  ja  $\vec{B}$  vahel  
on  $\theta$ . Leidke nurgad  $\theta_s$  ja  $\theta_u$ , mis iseloomusta-  
vad vastavalt stabiilset ja ebastabiilset tasa-  
kaaluasendit. Arvutage töö  $w$ , mis tuleb teha,  
keeramaks dipooli asendist  $\theta_s$  asendisse  $\theta_u$ .  
Vastus avaldage  $m$  ja  $B$  kaudu.

Kirjeldatud mudelit saab kasutada paar-  
dumata elektrone sisaldavate materjalide  
magnetomaduste arvutamiseks, kui elektro-  
nide omavaheline vastasmõju on tühine. Ol-  
gu meil materjalitükk, kus on  $n$  sellist paar-  
dumata elektroni igas ühikruumalas, paigu-  
tatud homogeenesse magnetvälja  $\vec{B}$ . Spini  
tõttu käitub iga paardumata elektron kui  
väike magnetdipool. Elektroni kvantloomu-  
sest tingituna saab ta magnetmomenti pro-  
jektsioon  $\vec{B}$  sihile olla aga ainult kas  $\mu_B$  või  
 $-\mu_B$ ; konstanti  $\mu_B$  nimetatakse Bohri mag-  
netoniks.

ii) (4 punkti) Arvutage uuritava materja-  
li magnetmoment ruumalaühiku kohta ( $M$ )  
temperatuuril  $T$  välises magnetväljas  $B$ .

5. NÖÖRI HÕÕRE (8 punkti) Mõõtke liuge-  
hõõrdetegur  $\mu_1$  pastapliiatsi ja nööri vahel.  
Hinnake mõõtemääramatust. Võib abiks ol-  
la, et liugehõõrdetegur pliiatsi ja sama nööri  
vahel mõõdeti ja saadi  $\mu_2 = 0,20 \pm 0,01$ .

*Katsevahendid:* dünamomeeter, nöör, pas-  
tapliiats, pliiats ja raskus.

## Eesti-Soome olümpiaad 2013

**6. KERA JA SILINDER (7 punkti)** Kaldpinnal nurgaga  $\alpha$  lebavad kera ja silinder, kummagi mass on  $m$  ning raadius  $r$ . Kehad lastakse lahti võrdsele algkõrgusele  $H$ . Kera ja silindri inertsimomendid on vastavalt  $I_{\text{sph}} = \frac{2}{5}mr^2$  ja  $I_{\text{cyl}} = \frac{1}{2}mr^2$ . Kaldpinna ja kehade vaheline hõõrdetegur on  $\mu$ .

**i) (2 punkti)** Kumb keha jõuab varem alla? Milline on teise keha suhteline hiline mine  $\gamma = (t_2 - t_1)/t_1$ ? Ajad  $t_1$  ja  $t_2$  tähistavad vastavalt esimesena ja teisena alla jõudnud kehade liikumise aegu. Eeldage, et veeremine toimub ilma libisemata.

**ii) (2,5 punkti)** Leidke kaldenurga minimaalne väärtus  $\alpha_0$ , millest alates hakkab silinder lisaks veeremisele ka libisema.

**iii) (2,5 punkti)** Kui  $\alpha \rightarrow 90^\circ$ , siis kaotavad kehad mõistagi pinnaga kontakti ning jõuavad vabalt langedes võrdse ajaga alla. Milline on aga minimaalne kaldenurk  $\alpha_m$ , mille puhul nii kera kui silinder võrdse ajaga alla jõuavad?

**7. LÄÄTSEGA PÕLETAMINE (7 punkti)** Päikesevalgus fokuseeritakse läätse abil, mille diameeter  $d = 10$  cm ja fookuskaugus  $f = 7$  cm, õhukesele mustale plaadile. Plaadi taga on peegel. Päikese nurkläbimõõt  $\alpha = 32'$  ja päikesevalguse intensiivsus Maa pinnal  $I = 1000 \text{ W/m}^2$ , Stefan-Boltzmanni konstant  $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$ .

**i) (4 punkti)** Leidke plaadi kuumutatava laigu temperatuur.

**ii) (3 punkti)** Kasutades termodünaamikaargumente, hinnake suurimat läätse diameetrit, millega see mudel on veel kasutatav.

**8. STABILITRON (7 punkti)** Induktiivsus  $L$  ja mahtuvus  $C$  on ühendatud järjestikku lülitiga. Algul on lüliti avatud ja kondensaatorile antakse laeng  $q_0$ . Seejärel lüliti suletakse.

**i) (1 punkt)** Kuidas sõltuvad kondensaatori laeng  $q$  ja vooluringi vool  $I$  ajast? Joonistage süsteemi faasidiagramm — süsteemi areng  $I - q$ -teljestikus — ja pange kirja joonistatud kõverate parameetrid. Märkige süsteemi arengu suund nool(t)ega.

*Stabilitron* ehk *Zeneri diood* on mitteliineaarne skeemielement, mis töötab kahesuunalise dioodina: see juhib voolu positiivses suunas, kui päripinge ületab kindla läve, ent juhib ka negatiivses suunas, kui stabilitronile on rakendatud piisavalt suur negatiivne pinge (vastupinge). Tavaliselt on need pingepiirkonnad küllaltki erinevad, kuid meie siin kasutame järgnevate omadustega Zeneri dioodi: päri voolu puhul on pinge dioodil  $V_d$ , vastu voolu puhul  $-V_d$ , nullvoolu puhul on pinge vahemikus  $-V_d < V < V_d$ .

Nüüd ühendame induktiivsuse  $L$ , kondensaatori  $C$ , lüliti ja stabilitroni kõik järjestikku. Algul on lüliti lahti. Jälle antakse kondensaatorile laeng  $q_0 > CV_d$ , misjärel lü-

liti suletakse.

**ii) (2 punkti)** Joonistage süsteemi faasidiagramm. Märkige süsteemi arengu suund nool(t)ega.

**iii) (2 punkti)** Kas süsteemi areng peatub tingimata olekus, kus  $q = 0$ ? Leidke  $q$  vahemik, kust alustades süsteemi areng paratamatult peatub.

**iv) (2 punkti)** Leidke ühe täisvõnke järel kondensaatori laengu  $q$  positiivse maksimumväärtuse vähenemine  $\Delta q$ . Kui kaua läheb aega, enne kui võnkumine peatub?

**9. KLAASSILINDER (7 punkti)** Juuresoleval pildil on klaasist poolsilinder, mis on asetatud joonelisele paberile (naaberjoonte vahemaa on kõikjal sama). Mis on klaasi murdumisnäitaja?

**10. TAKISTUSLIK SOOJENEMINE (8 punkti)** Mõõtke takisti takistus. Mõõtemääramatust hinnata ei ole vaja.

*Vahendid:* takisti, pingeallikas (patareid), ampermeeter, kalorimeeter, termomeeter, stopper.

Kalorimeeteris on  $V = 0,80$  dl vett ja  $m_a = 27$  g of alumiiniumi, vee erisoojus  $c_w = 4,2 \text{ J/(K}\cdot\text{g)}$  ja alumiiniumi erisoojus  $c_a = 0,90 \text{ J/(K}\cdot\text{g)}$ . Patareide sisetakistus on muutlik. Patareid võivad tühjaks saada, varupatareid on saadaval.

