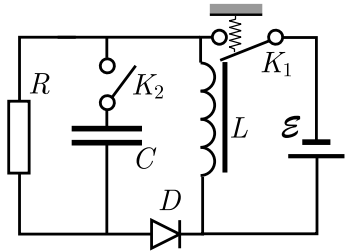


Eesti-Soome olümpiaad 2014

1. ALALISPINGEMUUNDUR (8 punkti) Et patareist saada kõrgema pingele allikat, võib kasutada järgnevat skeemi.



Elektromagnetiline lüliti K_1 ühendab patarei, mille elektromotoorjõud on \mathcal{E} , induktoriga, mille induktiivsus on L : lüliti on (tänu vedrule) suletud, kui induktoris puudub vool, ja avaneb (tänu induktori magnetväljale), kui vool induktoris ületab kriitilise väärtuse I_0 . Lüliti on inertne, mistõttu avatud lüliti sulgumiseks kulub lõplik aeg τ_K , isegi kui vool langeb nulli.

Diode D kohta võite eeldada, et vool temas on null nii vastupinge ($V_D < 0$) kui ka avanemispingest V_0 väiksema päripinge korral (kui $0 < V_D < V_0$). Suvalise nullist erineva pärivoolu korral jääb diode pingele V_D võrdselt avanemispingega V_0 .

Oma vastused avaldage L , \mathcal{E} , I_0 , V_0 ja mahtuvuse C (vt joonist) kaudu.

i) (1 punkt) Algul olgu lüliti K_2 avatud. Kui algne induktorivool on null, siis kui pika aega τ_L möödudes avaneb lüliti K_1 ?

ii) (1 punkt) Eeldades (siin ja järgnevas), et $L/R \ll \tau_K \ll \tau_L$, kujutage graafikult induktorivoolu sõltuvus ajast t (piirkonnas $0 \leq t < 3\tau_L$).

iii) (1 punkt) Mis on suurim pingele V_{\max} takistil R ?

iv) (2 punkti) Eeldades, et $V_{\max} \gg V_0$, leidke keskmine diodil eralduv võimsus.

v) (2 punkti) Nüüd olgu lüliti K_2 suletud. Eeldame lihtsustavalt, et $V = 0$, ja veel, et $RC \gg \tau_L$ ja $\tau_K > \pi\sqrt{LC}$. Olgu seade töötanud juba väga pikka aega. Leidke keskmine pingele takistil.

vi) (1 punkt) Leidke takisti pingele muutumise amplituud.

2. JÄÄTMEPROJEKT (8 punkti) Aastal 2114 otsustas Europarlament, et kõik radioaktiivsed jäätmehoidurid tuleb saata Päikesesse, vältimaks Maa ja Päikesesüsteemi saastamist. Edasises saates kasutatakse järgnevat arvandmeid: aasta kestus $T = 365,25$ päeva, Maa orbitaalkiirus $v_0 = 29,8$ km/s, Päikesenurkläbimõõt Maalt vaadates $\alpha = 0,5^\circ$, Maa raadius $R = 6400$ km, vabalangemise kiirus Maal $g = 9,81$ m/s².

Projekt näeb ette, et jäätmehoidurid saadetakse Päikesesse ballistiliste kosmoselaevadega: mootor töötab üksnes lühikese aja vältel, mille jooksul laev läbib palju lühema tee kui Maa raadius. Maa taustsüsteemis saab laev algkiiruse, mis on vastassuunaline Maa orbitaalkiirusele Päikesesüsteemis. Edasi liigub laev ballistilise trajektooriga kuni Päikeseni. Trajektoor valitakse selline, et kütusekulu oleks vähim.

i) (1 punkt) Visandage kosmoselaeva trajektoori.

Esimeses lähenduses saab eirata Päikesenurkläbimõõtu (võttes $\alpha \approx 0^\circ$); võite seda lähendust kasutada kahe järgneva punkti juures.

ii) (1,5 punkti) Kui kaua kulub kosmoselaeva aega, et jõuda Maalt Päikeseni?

iii) (1,5 punkti) Mis on kosmoselaeva kiirus Maal taustsüsteemis suhtes siin, kui selle kaugus Maalt on juba palju suurem kui Maa raadius, aga siiski palju väiksem kui kaugus Päikesest?

iv) (2,5 punkti) Vastake eelmisele küsimusele ilma eeldamata, et $\alpha \approx 0^\circ$.

v) (1,5 punkti) Leidke kosmoselaeva kiirus Maal taustsüsteemis siin, kui selle kaugus Maalt on veel palju väiksem kui Maa raadius.

3. MAGNETID (6 punkti) Kahe väikese magneti vahel mõjuva jõu uurimiseks korraldatakse järgmine katse. Üks magnetitest riputatakse $l = 1$ m pikkuse niidi külge. Teist magnetit hakatakse aeglaselt esimesele magnetile lähemale nihutama nii, et magnetite teljed püsivad kogu aeg samal horisontaalsel joonel. Sel hetkel, kui magnetitevaheline kaugus on saavutanud väärtuse $d_1 = 4$ cm ja riputatud magnet on $x_1 = 1$ cm võrra eemaldunud algasendist, tasakaal kaob ning magnetid tõmbuvad kokku. Oletades, et magnetite vahel mõjuv tõmbejõud F_m sõltub magnetitevahelisest kaugusest d vastavalt seosele $F_m \propto d^{-n}$, leidke astmenäitaja n väärtus.

4. SUPERPALLID (5 punkti) Täpselt üksteise kohal, üksteist peaaegu puudutavana, kukutatakse $n + 1$ elastset palli. Alumine massiga m_0 , selle kohal $f m_0$, selle kohal $f^2 m_0$ jne kuni kõige ülemise pallini massiga $f^n m_0$ kus $f < 1$. Hetkel, mil kõige alumine pall jõuab maapinnani, võib kõigi pallide kiiruseks lugeda v .

i) (1 punkt) Milline on pärast alt esimese ja

teise palli põrget teise palli kiirus v_1 ?

ii) (3 punkti) Milline on pärast põrkeid kõige ülemise palli kiirus v_n ?

iii) (1 punkt) Mitu korda kõrgemale lendaks see pall võrreldes esialgse kukkumise kõrgusega h , kui $f = 0,5$ ja $n = 10$?

Kasulikaks võib osutuda teadmine, et jada $a_0 = 1$, $a_{k+1} = a_k \alpha + \beta$ üldliige avaldub $a_n = \alpha^n + \beta \frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1}$, kus α ja β on konstandid.

5. PLANCKI KONSTANT (8 punkti) Lihtsustatud mudelis juhib valgusdiode voolu ainult põledes ja siin on sel konstantne pingelang $V_t = \frac{E}{e}$. Siin $E = hf$ on kiiratud valguse kvandi energia ning $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C on elementaarlaeng. Valguse kiirus vaakumis $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s.

Teil on mitu valgusdiode numbritega 1–6, ühendatud jadamisi $R = 680 \Omega$ takistiga. Andmelehtedest on teada, et nende diode kiirgusmaksimumile vastavad lainepikkused on 940 nm, 620 nm, 590 nm, 525 nm, 470 nm ja 450 nm.

i) (2 punkti) Määrake, millisele lainepikkusele vastab milline diode.

ii) (4 punkti) Mõõtkite Plancki konstant h , mis vastab meie lihtsustatud mudelile. See ei pea kokku langema Plancki konstandi tegeliku väärtusega.

iii) (2 punkti) Hinnake mõõtemääramatust.

Mõõtevahendid: teadmata pingega pingallikas (patareid), ampermeeter, valgusdiodeid jadamisi takistiga. Palun ärge lühistage patareid ampermeetriga. Võite ignoreerida patareid ja ampermeetri sisetakistusi.

Eesti-Soome olümpiaad 2014

6. JÄÄJOOKS (4 punkti) Poiss jookseb suures jääväljakul kiirusega $v = 5 \text{ m/s}$ põhja suunas. Hõõrdetegur jalgade ja jää vahel on $\mu = 0,1$. Lugege lihtsustavalt, et poisi ja jää vaheline toereaktsioon püsib ajas konstantne (reaalselt see hüpleb vastavalt jalgadega tõukamisele, kuid ülaltoodud lihtsustust õigus- tab asjaolu, et üle ühe sammu keskmistatud väärtus püsib konstantne).

i) (2 punkti) Milline on vähim aeg, mille jooksul tal on võimalik muuta oma jooksusuund idasuunaliseks nii, et lõppkiirus oleks samuti $v = 5 \text{ m/s}$?

ii) (2 punkti) Kuidas nimetatakse tema optimaalse liikumistrajektoori kuju?

7. SPINNISÜSTEEM (8 punkti) Vaadeldagem N iseseisvast magnetdipoolist (spinnist) koosnevat süsteemi magnetväljas B temperatuuril T . Meie eesmärk on avaldada mõned selle süsteemi omadused, kasutades statistilist mehaanikat. On teada, et üksiku spinni energia on $E = \epsilon m$, kus $m = \pm \frac{1}{2} \epsilon$ ja $\epsilon = \alpha B$.

i) (2 punkti) Milline on üksiku spinni tõenäosus p_1 olla ergastunud olekus, s.t positiivse energiaga?

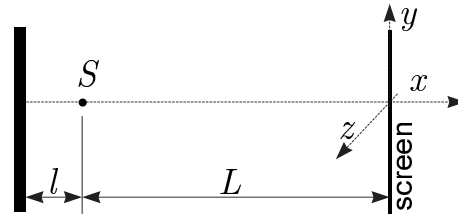
ii) (2 punkti) Mis on spinnisüsteemi keskmine koguenergia E_s funktsioonina B -st ja T -st?

iii) (2 punkti) Kasutades kõrge temperatuuri lähendust $T \gg \frac{\alpha B m}{k}$, lihtsustage E_s avaldist.

iv) (2 punkti) Kasutades sedasama kõrge temperatuuri lähendust $T \gg \frac{\alpha B m}{k}$, leidke spinnisüsteemi soojusmahtuvus C .

8. INTERFERENTS PEEGLIST (5 punkti) Punktallikas S kiirgab koherentset valgust lainepikkusega λ isotroopselt kõigis suun-

dades; lainefronnid on seega kontsentriselised sfäärid. Lained peegelduvad dielektriliselt pinnalt, mis asub kaugusel $l = N\lambda$ valgusallikast (N on suur täisarv). Ekraanil, mis asetseb valgusallikast kaugusel $L \gg l$ (vt joonist), on näha interferentsipilti.



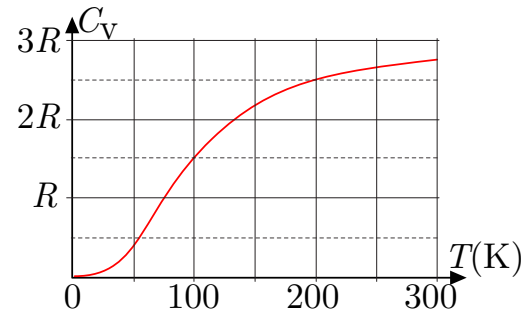
Järgnevas kasutame x -, y - ja z -koordinaate nii, nagu määratletud joonisel. Ekraan on peegli- ja paralleelne ja asub $y-z$ -tasandil.

i) (2 punkti) Milliste y -koordinaadi väärtuste juures (kui $z = 0$) on ekraanil näha interferentsimaksimume? Võite eeldada, et $y \ll L$.

ii) (1 punkti) Visandage mõne väikseima interferentsimaksimumi kuju ekraanil ($y-z$ -tasandil).

iii) (2 punkti) Tasapinnalise ekraani asemel pannakse sfääriline ekraan raadiusega L , mille keskmeks on seesama valgusallikas. Mitut interferentsimaksimumi on näha?

9. SOOJUSLIK KIIRENDAMINE (9 punkti) Olgu meil alumiiniumist kuup küljepikkusega $a = 1 \text{ cm}$, tihedusega $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$ ja molaarmassiga $M_A = 23 \text{ g/mol}$. Ühe mooli alumiiniumi soojusmahtuvus on temperatuuri funktsioonina kujutatud graafikul. Valguse kiirus $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, universaalne gaasikontant $R = 8,31 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$.



i) (1 punkt) Mis on kuubi soojuslik koguenergia temperatuuril $T_0 = 300 \text{ K}$?

ii) (3 punkti) Nüüd on kuubi viis tahku värvitud valgeks (peegeldavad kõiki asjassepuutuvaid lainepikkusi) ja üks tahk värvitud mustaks (neelab kõiki neid lainepikkusi). Kuup on väga madala temperatuuriga vaakumis (absoluutse nulli lähedal); raskusjõudu pole. Algul on kuup paigal; jahtudes paneb soojuskiirus tema aeglaselt liikuma. Hinnake tema lõppkiirust v_1 .

iii) (2 punkti) Väga madalal temperatuuril on alumiiniumi soojusmahtuvus võrdeline temperatuuri T kuubiga T^3 . Milline funktsioon $f(t)$ kirjeldab temperatuuri sõltuvust ajast [$T = A \cdot f(Bt)$, kus A ja B on konstandid] sellistel väga madalatel temperatuuridel, eeldades sama, mida eelmises küsimuses?

iv) (3 punkti) Seekord on kuubi viis tahku kaetud soojusisolatsioonikihiga (sealtkaudu soojusülekanne puudub). Üks tahk on katmata. Kuup on väga madala temperatuuriga vesinikukeskkonnas (vesinikumolekulide molaarmass $M_H = 2 \text{ g/mol}$). Kuup hakkab jahutama läbi soojusvahetuse ümbritseva gaasiga; võite ignoreerida soojuskiirgust. Algul on kuup paigal; jahtudes hakkab see aeglaselt liikuma. Hinnake selle lõppkiiruse v_2 suurusjärku. Eeldage, et gaas on nii hõre, et kesk-

mine vaba tee pikkus selles on palju suurem kui a . Eeldage veel, et $v_2 \ll c_s$, kus c_s on heli kiirus kuupi ümbritsevas atmosfääris.

10. KUMMI YOUNGI MOODUL (12 punkti) Elastsest materjalist nööri jaoks kehtib lineaarne Hooke'i seadus vaid väikese suhtelise pikenemise $\epsilon = x/L$ jaoks, kus L on nööri algne pikkus ja x selle muut. Kui ϵ saab liiga suureks, ei ole jõu ja pikenemise vaheline seos $F = kx$ enam lineaarne; mis on „liiga suur“, sõltub materjalist. Väga elastse materjali puhul, mis kannatavad ka ühest palju suuremat suhtelist pikenemist, võib juhtuda, et ehkki lineaarne Hooke'i seadus (konstantse k -ga) ei kehti, kehtib siiski mittelineaarne Hooke'i seadus, kus $k = ES/L$. See võtab arvesse muutuse nööri ristlõikepindalal S . Konstanti E nimetatakse elastse materjali Youngi mooduliks. Siis võib öelda, et ikkagi kehtib lineaarne sõltuvus mehaanilise pinge ja suhtelise pikenemise vahel, $\sigma = E \cdot \epsilon$, kus mehaaniline ping $\sigma = F/S$.

i) (7 punkti) Mõõtke kumminiidi mehaanilise ping σ sõltuvus suhtelisest pikenemisest ϵ . Konstrueerige graafik.

ii) (5 punkti) Määrake leitud graafikult Youngi moodul E koos mõõtemääramatusega ja suhtelise pikenemise maksimumväärtus ϵ_m , milleni see kehtib.

Pange tähele: niidi läbimõõdu mõõtmiseks kasutage laserivalguse difraktsiooni.

Mõõtevahendid: kumminiit, statiiv, mõõdulint, 15 teadaoleva massiga mutrit, kilekott mutrite riputamiseks niidi otsa, roheline laser ($\lambda = 532 \text{ nm}$), ekraan.

HOIATUS! SELLISE INTENSIIVSUSEGA LASERIKIIR VÕIB SILMA SATTUDES SILMA OLULISELT KAHJUSTADA!