

XXX Rahvusvaheline Füüsika Olümpiaad

Padova, Itaalia

Teoreetiline voor

Neljapäev, 22. juuli 1999

Loe esmalt seda:

1. Kogu 3 ülesande lahendamiseks kasutada olev aeg on 5 tundi.
2. Kasutage ainult korraldajate antud kirjutusvahendit.
3. Kasutage ainult antud **lehtede esipoolt**.
4. Lisaks ülesannete tekstidele, mis sisaldavad vastava ülesande jaoks spetsiifilisi andmeid, on antud leht, mis sisaldab rea üldisi füüsikalisi konstante, mis võivad osutada kasulikuks ülesannete lahendamisel.
5. Iga ülesande lahendus tuleb esitada eri lehtedel.
6. Lisaks "valgetele" lehtedele, kuhu Te võite vabalt kirjutada, on iga ülesande jaoks antud nn. *vastuste leht*, kus Te **peate** kokku võtma saadud tulemused. Numbrilised tulemused tuleb esitada sobiva arvu tüvenumbritega, ärge unustage ühikuid.
7. Kirjutage "valgetele" lehtedele kõik, mida peate oluliseks ülesande lahendamiseks ja hindamisvääriliseks. Kasutage seejuures aga peaaesjalikult võrrandeid, numbreid, sümboleid, jooniseid ja nii vähe teksti kui võimalik.
8. **On kategooriliselt nõutav**, et Te kirjutaksite iga kasutatud lehe päisesse: **oma nime** ("**NAME**"), oma maa ("**TEAM**" = **ESTONIA**), oma **õpilaskoodi** ("**CODE**") nii nagu kantud Teile antud kollasele isikukaardile ja kasutatud "valgetele" lehtedele lisaks sellele veel: ülesande numbri ("**Problem**"), lehe järjekorranumbri (1 kuni N , "**Page n.**") ja kasutatud lehtede koguarvu N ("**Page total**"). Samuti on soovitatav kirjutada vastava küsimuse number lõigu ette, kus seda käsitletakse. Kui olete kasutanud mõningaid lehti märkmete jaoks, mida Te ei soovi lasta hinnata, kriipsutage vastavad lehed läbi suure diagonaalristiga ja ärge neid nummerda (kuid lisage siiski äraantavate lehtede pakki).
9. Kui olete lõpetanud, järjestage kõik lehed (esmalt vastuste lehed, siis kasutatud "valged" lehed õiges järjekorras, kasutamata lehed ja kõige lõpuks ülesande tekst), pange nad ümbrikusse kust võtsite ja jätke kõik oma lauale. Te ei tohi midagi ruumist välja viia.

See ülesannete komplekt sisaldab 12 lehte (kaasa arvatud käesolev leht, vastuste lehed ja leht füüsikaliste konstantidega).

Ülesande autorid: Scientific Committee of the 30th IPhO, including professors at the Universities of Bologna, Naples, Turin and Trieste.

Füüsikalised konstandid ja üldandmed

Lisaks üksikute ülesannete tekstis antud arvulistele andmetele, võib osutada vajalikuks mõnede üldandmete ja füüsikaliste konstantide teadmine. Need leiata alljärgnevast nimestikust. Väärtused on toodud enamasti parima teadaoleva täpsusega ja sisaldavad seega suure arvu tüvenumbreid. Teie esitage oma vastused aga iga ülesande jaoks kohase tüvenumbrite arvuga.

Valguse kiirus vaakumis: $c = 299792458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Vaakumi magnetiline läbitavus: $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$

Vaakumi dielektriline läbitavus: $\epsilon_0 = 8.8541878 \text{ pF}\cdot\text{m}^{-1}$

Gravitatsioonikonstant: $G = 6.67259\cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg}\cdot\text{s}^2)$

Universaalne gaasikonstant: $R = 8.314510 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$

Boltzmanni konstant: $k = 1.380658\cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$

Stefan-Boltzmanni konstant: $\sigma = 56.703 \text{ nW}/(\text{m}^2\cdot\text{K}^4)$

Protoni laeng: $e = 1.60217733\cdot 10^{-19} \text{ C}$

Elektroni mass: $m_e = 9.1093897\cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Plancki konstant: $h = 6.6260755\cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Celsiuse temperatuuriskaala nullpunkt: $T_K = 273.15 \text{ K}$

Päikese mass: $M_S = 1.991\cdot 10^{30} \text{ kg}$

Maa mass: $M_E = 5.979\cdot 10^{24} \text{ kg}$

Maa keskmine raadius: $r_E = 6.373 \text{ Mm}$

Maa orbiidi pikem pooltelg: $R_E = 1.4957\cdot 10^{11} \text{ m}$

Sideerilise päeva kestus: $d_S = 86.16406 \text{ ks}$

Aasta kestus: $y = 31.558150 \text{ Ms}$

Vabalangemiskiirenduse standardväärtus Maa pinna juures: $g = 9.80665 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

Atmosfääri rõhu standardväärtus mere pinnal: $p_0 = 101325 \text{ Pa}$

Nähtava valguse murdumistegur õhu jaoks normaalrõhu ja $15 \text{ }^\circ\text{C}$ juures: $n_{\text{air}} = 1.000277$

Päikese kiirguse intensiivsus: $S = 1355 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

Jupiteri mass: $M = 1.901\cdot 10^{27} \text{ kg}$

Jupiteri ekvatoriaalne raadius: $R_B = 69.8 \text{ Mm}$

Jupiteri orbiidi keskmine raadius: $R = 7.783\cdot 10^{11} \text{ m}$

Jupiteri päeva kestus: $d_J = 35.6 \text{ ks}$

Jupiteri aasta kestus: $y_J = 374.32 \text{ Ms}$

π : 3.14159265

Ülesanne 1

Kiirguse neeldumine gaasis

Silindriline anum, mille telg on vertikaalne, sisaldab termodünaamilises tasakaalus olevat molekulaarset gaasi. Silindri ülemiseks põhjaks on silindris vabalt liikuv klaasplaat. Me eeldame, et puudub gaasi leke ja hõõrdumine klaasplaadi ja silindri seina vahel on piisav võnkumiste summutamiseks kuid ei põhjusta arvestamisväärset energiakadu. Algselt on gaas ümbritseva keskkonna temperatuuril. Gaasi võib heas lähenduses vaadelda ideaalsena. Eeldame, et silindri seinad (alused kaasa arvatud) on väga halva soojusjuhtivuse ja väga väikese soojusmahtuvusega. Seetõttu on soojusvahetus gaasi ja keskkonna vahel väga aeglane ja seda pole ülesande lahendamisel vaja arvestada.

Läbi klaasplaadi suunatakse silindrisse konstantse intensiivsusega laserkiirgus, mis läbib kadudeta õhku ja klaasplaati kuid neeldub täielikult silindris olevas gaasis. Laserkiirguse neeldumise tõttu lähevad molekulid ergastatud seisundisse. Sellest seisundist lähevad molekulid infrapunast kiirgust kiirates kiiresti tagasi põhiseisundisse. Infrapunast kiirgust neelavad omakorda teised molekulid; silindri seinad (klaasplaat kaasa arvatud) peegeldavad aga selle täielikult tagasi. Laserkiirguse energia muundub seega väga lühikese ajaga soojusliikumise energiaks (molekulaarne kaos) ja säilib sellisena gaasis piisavalt kaua.

Me täheldame, et sellise kiiritamise tagajärjel kerkib klaasplaat ülespoole. Mõne aja pärast lülitame me laseri välja ja mõõdame selle nihke.

1. Kasutades küsimustiku järel toodud andmeid ja vajadusel ka andmeid füüsikaliste konstantide tabelist, leidke gaasi temperatuur ja rõhk pärast kiiritamist. [2 punkti]
2. Leidke kiiritamise tagajärjel gaasi poolt tehtud mehaaniline töö. [1 punkt]
3. Leidke protsessi käigus neeldunud kiirgusenergia. [2 punkti]
4. Leidke laseri kiirgusvõimsus ning sellele vastav footonite arv (ja seega elementaarsete neeldumisaktide arv) ajaühikus. [1.5 punkti]
5. Leidke optilise energia klaasplaadi mehhaaniliseks potentsiaalseks energiaks konverteerimise protsessi kasutegur. [1 punkt]

Seejärel pööratakse silindri telge aeglaselt 90° võrra viies ta horisontaalseks. Soojusvahetust gaasi ja anuma vahel pole ka siin vaja arvestada.

6. Kas gaasi rõhk ja/või temperatuur muutub sellise pööramise tagajärjel ja kui, siis millised on nende suuruste uued väärtused [2.5 punkti].

Andmed

Õhurõhk toas $p_0 = 101.3 \text{ kPa}$

Ruumi temperatuur: $T_0 = 20.0^\circ\text{C}$

Silindri sisemine diameeter: $2r = 100 \text{ mm}$

Klaasplaadi mass: $m = 800 \text{ g}$

Silindris asuva gaasi kogus: $n = 0.100 \text{ mol}$

Ühe mooli gaasi soojusmahtuvus konstantse ruumala juures: $c_V = 20.8 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$

Laseri kiirguse lainepikkus: $\lambda = 514 \text{ nm}$

Kiiritamise kestus : $\Delta t = 10.0 \text{ s}$

Liikuva klaasplaadi nihe peale kiiritusprotsessi lõppu: $\Delta s = 30.0 \text{ mm}$

Vastuste leht

Selles ülesandes tuleb Teil esitada oma tulemused nii analüütiliste valemite kujul kui ka ühikutega varustatud arvuliste väärtustena, kirjutage esmalt valem ja seejärel vastav arvuline väärtus (näiteks, $A=bc=1.23 \text{ m}^2$).

1. Gaasi temperatuur pärast kiiritamist.....

 Gaasi rõhk pärast kiiritamist.....

2. Tehtud mehhaaniline töö

3. Gaasi poolt neelatud optiline koguenergia

4. Gaasi poolt neelatava laserkiirguse võimsus

 Footonite neelamise kiirus (ajahikus neelatud footonite arv)

5. Optilise energia plaadi potentsiaalseks mehhaaniliseks energiaks konverteerimise

 kasutegur

6. Kas temperatuur muutub silindri pööramise tõttu? JAH EI

 Kui jah, siis milline on ta uus väärtus?

 Kas rõhk muutub silindri pööramise tõttu? JAH EI

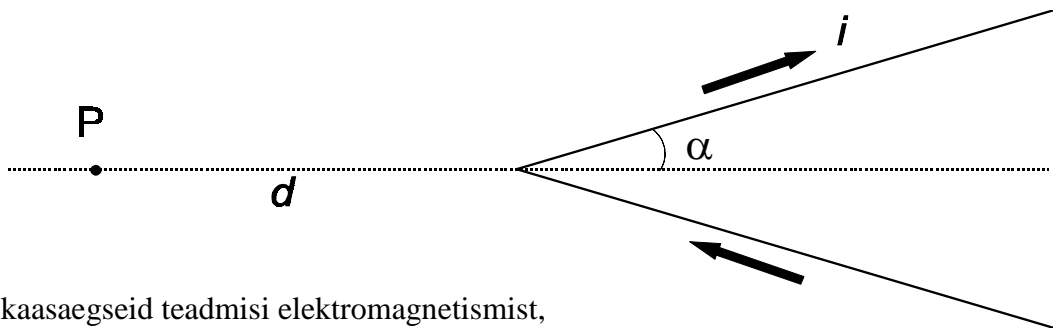
 Kui jah, siis milline on ta uus väärtus?

Ülesanne 2

V- kujulise juhi magnetväli

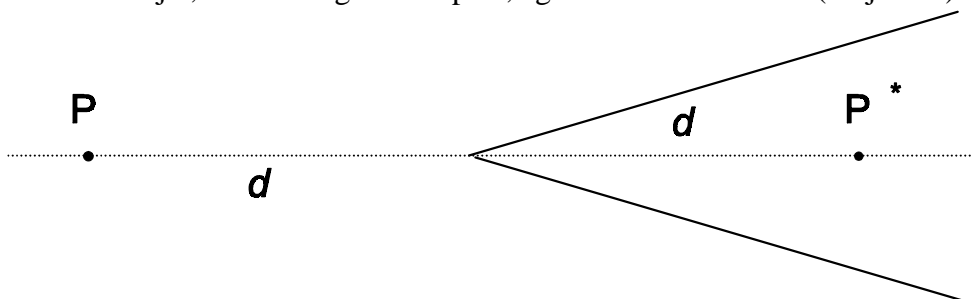
Ampère'i magnetnähtuste käsitlemise edukuse üheks esimeseks näiteks oli vooluga juhtide magnetilise induktsiooni \mathbf{B} arvutamine, vastanduvalt varasematele oletustele, mis olid algselt tehtud Biot' ja Savart'i poolt.

Antud probleemi huvitavaks erijuhuks on lõpmata pikk peenike juhe, milles voolab alalisvool i ja mis on painutatud V-tähe kujuliseks ning koosneb seega kahest poolsirgest, mille vaheline poolnurk on¹ α (vt. joonis). Ampère käsitlese järgi on magnetvälja induktsioon B punktis P, mis asub "V" teljel ja selle tipust kaugusel d , võrdeline teguriga $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Ampère'i tulemused kaasati hiljem Maxwelli üldisesse elektromagnetismi teooriasse ja leidsid üldist kinnitust.



Kasutades kaasaegseid teadmisi elektromagnetismist,

1. Leidke välja \mathbf{B} suund punktis P (kõik rasvased tähed tähistavad vektoreid). [1 punkt]
2. Võttes teadmiseks, et magnetiline induktsioon on võrdeline teguriga $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, leidke võrdetegur k valemis
 $|\mathbf{B}(P)| = k \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. [1.5 punkti]
3. Leidke samuti induktsioon \mathbf{B} punktis P*, mis on sümmeetriline "V" tipu suhtes, st. asetseb "V" teljel, samal kaugusel d tipust, aga "V" haarade vahel (vt. joonis). [2 punkti]



4. Magnetvälja mõõtmiseks asetame me punkti P väikese magnetnõela, mille inertsimoment on I ja magnetmoment μ , see võngub fikseeritud keskpunkti ümber tasandis, mis sisaldab \mathbf{B} sihti. Arvutage nõela väikeste võnkumiste periood funktsioonina induktsioonist B . [2.5 punkti]

¹ Kogu ülesande jooksul väljendatakse seda nurka radiaanides

Biot ja Savart väitsid, et samadel tingimustel on magnetväli punktis P esitatav (kaasaegsetes tähistustes) valemiga $B(P) = \frac{i \mu_0 \alpha}{\pi^2 d}$, kus μ_0 on vaakuumi magnetiline läbitavus.

Samuti püüdsid nad teha katse abil kindlaks, kumb teooria (Ampère või Biot&Savart'i oma) on õige, mõõtes magnetnõela võnkeperioodi sõltuvust nurgast α . Mõnede α väärtuste jaoks on need erinevused aga liiga väikesed, et olla lihtsalt mõõdetavad.

5. Kui selleks, et eristada eksperimentaalselt kahte erinevat teoreetilist tulemust magnetnõela võnkeperioodi jaoks punktis P, peab perioodide erinevus ole vähemalt 10%, st. $T_1 > 1.10 T_2$ (T_1 on Ampère'i ja T_2 Biot-Savart'i tulemus), siis millises vahemikus (ligikaudu) tuleb valida nurk α , et selline eksperimentaalne eristamine olek võimalik?
[3 punkti]

Soovitus

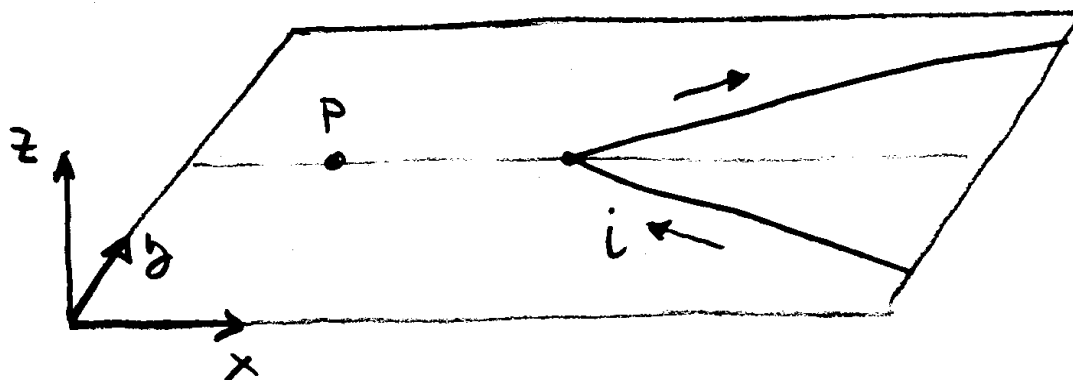
Sõltuvalt valitud lahendusteest, võib kasulikuks osutada järgmine trigonomeetriline seos:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

Vastuste leht

Selles ülesandes tuleb soovitud tulemused esitada analüütiliste valemitena, mitte ühikutega arvuliste väärtustena, kui viimast pole just otseselt nõutud.

1. Kasutades järgmist visandit, kujuta magnetvälja \mathbf{B} suund (vektori pikkus ei ole oluline). Visand kujutab ruumilist perspektiivvaadet.



2. Võrdetegur k
3. Magnetilise induksiooni absoluutväärtus punktis P^* (selgitus tekstis)
Kandke välja \mathbf{B} suund (vektor) ülaltoodud visandile.
4. Magnetnõela väikeste võnkumiste periood
5. Millise α väärtuste piirkonna jaoks (näidates siin numbriliselt ära vahemiku piirid) on Ampère'i ja Biot' ning Savart'i poolt ennustatud võnkeperioodide suhe suurem kui 1.10?
.....

Ülesanne 3

Kosmosesond Jupiteri juures

Selles ülesandes vaatleme me meetodit mida kasutatakse tihti kosmosesondide kiirendamiseks. Kui sond möödub oma lennul mingist planeedist, võib ta tunduvalt suurendada oma kiirust ja muuta oluliselt lennusuunda, seejuures omandab ta väga väikese osa planeedi orbitaallikumise energiast. Me analüüsime seda efekti Jupiteri lähedalt mööduva kosmosesondi korral

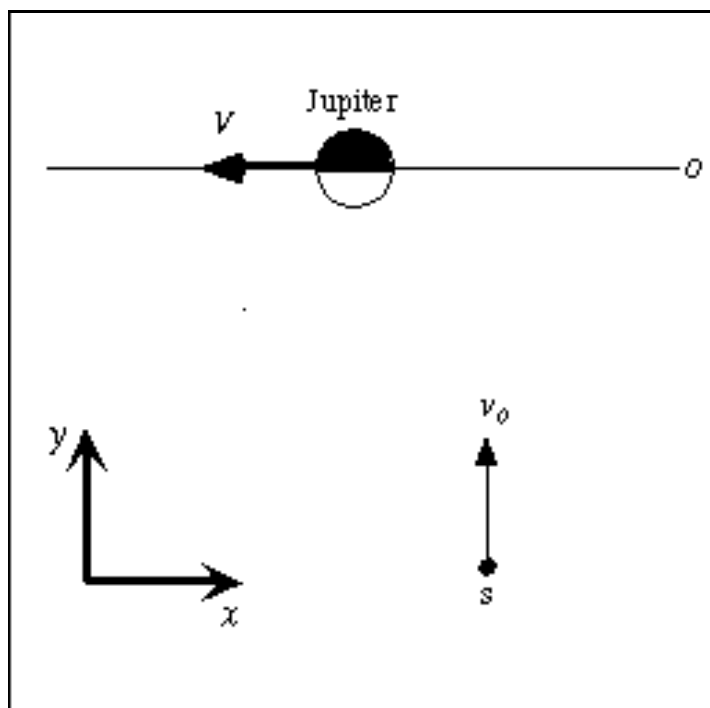
Planeet Jupiter tiirleb Päikese ümber elliptilisel orbiidil mida võib lähendada ringiga, mille raadius on R . Füüsikalise olukorra analüüsi alustage järgmiselt:

1. Leidke planeedi kiirus V , millega ta liigub oma orbiidil ümber Päikese [1,5 punkti]
2. Leidke sondi niisugune kaugus Jupiterist, mille puhul Päikese gravitatsiooniline külgetõmme tasakaalustab Jupiteri külgetõmbe (sond asub Jupiteri ja Päikest ühendaval sirglõigul). [1 punkt]

Kosmosesond massiga $m = 825$ kg lendab Jupiteri lähistel. Käsitluse lihtsustamiseks eeldame, et kosmosesondi trajektoor lebab täielikult Jupiteri orbiidi tasandis. Seega ei käsitle me olulist juhtu, kus sond tõugatakse välja Jupiteri orbiidi tasandist.

Me uurime ainult seda, mis juhtub ruumiosas, kus Jupiteri külgetõmme on oluliselt suurem kõigist teistest gravitatsioonilistest jõududest.

Päikese masskeskmega seotud taustsüsteemis on kosmosesondi esialgne kiirus $v_0 = 1.00 \cdot 10^4$ m/s ja see on suunatud y -telje positiivses suunas, Jupiteri kiirus samas taustsüsteemis on suunatud x -telje negatiivses sihis (vt. Joonis 1). "Esialgseks kiiruseks" nimetame me kosmosesondi kiirust planeetidevahelises ruumis veel kaugel Jupiterist kuid siiski kaugusel kus Päikese külgetõmme on oluliselt väiksem Jupiteri omast. Oletame, et sond viibib Jupiteri läheduses piisavalt vähe aega, mistõttu pole vaja arvestada Jupiteri orbitaalkiiruse suuna muutust. Oletame samuti, et sond möödub Jupiteri "tagant", st. siis, kui nende y -koordinaadid on võrdsed, on sondi x -koordinaat suurem Jupiteri omast.



Joonis 1. Vaade Päikesega seotud taustsüsteemis. O tähistab Jupiteri orbiiti, s kosmosesondi.

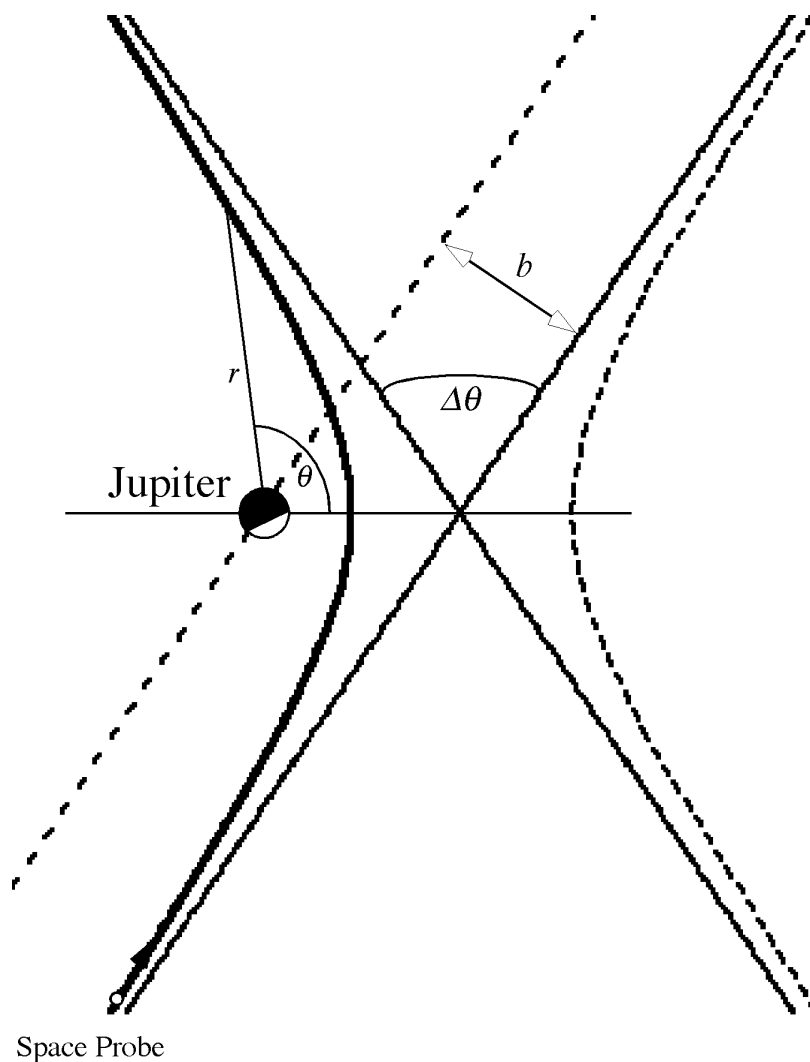
- Leidke sondi liikumise suund (st. nurk φ tema liikumise suuna ja x -telje vahel) ja tema kiirus v' Jupiteriga seotud taustsüsteemis ajal mil ta on Jupiterist veel kaugel. [2 punkti]
- Leidke sondi mehhaaniline koguenergia E Jupiteri taustsüsteemis, võttes, nagu harilikult, potentsiaalse energia nullnivooks tema väärtuse väga suurel kaugusel – antud juhul olgu selleks nii kaugel punkt, kus sond liigub gravitatsiooniliste jõudude väiksuse tõttu peaaegu ilma kiirenduseta. [1 punkt]

Sondi trajektoor Jupiteri taustsüsteemis on hüperbool; mille võrrand polaarkoordinaadistikus on

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{v^2 b^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Ev^2 b^2}{G^2 M^2 m}} \cos \theta \right) \quad (1)$$

kus b on kaugus Jupiteri keskpunkti ja trajektoori ühe asümptoodi vahel (seda nimetatakse sihtparameetriks), E on sondi mehhaaniline koguenergia, G on gravitatsioonikonstant, M on Jupiteri mass, r ja θ on polaarkoordinaadid (radiaalkaugus ja polaarnurk).

Joonis 2 kujutab võrrandiga (1) kirjeldatud hüperbooli, joonisel on toodud ka asümptoodid ja polaarkoordinaadid. Pange tähele, et kasutatava koordinaadistiku null-punkt asub hüperbooli "külgetõmbavas" fookuses. Sondi trajektoor on "külgetõmbuv" hüperbool (pidev jäme kõver).



Joonis 2. (Space Probe = kosmosesond)

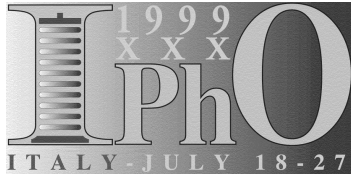
5. Kasutades võrrandit (1), mis kirjeldab sondi trajektoori, leia summaarne nurkkõrvalekalle $\Delta\theta$ Jupiteri taustsüsteemis (nagu näidatud joonisel 2) ja esita see funktsioonina algkiirusest v' ja sihtparameetrist b . [2 punkti]
6. Oletame, et sond ei tohi mööduda Jupiteri keskpunktist lähemalt kui kolme Jupiteri raadiuse kauguselt. Leidke sellisel juhul minimaalne võimalik sihtparameeter ja maksimaalne võimalik kõrvalekaldenurk $\Delta\theta$. [1 punkt]
7. Leidke avaldis sondi lõppkiiruse v'' jaoks Päikesega seotud taustsüsteemis funktsioonina ainult Jupiteri kiirusest V , sondi algkiirusest v_0 ja nurgast $\Delta\theta$. [1 punkt]
8. Kasutades eelmist avaldist leidke lõppkiiruse numbriline väärtus Päikesega seotud taustsüsteemis juhul, kui kõrvalekaldenurga väärtus on maksimaalselt võimalik [0.5 punkti]

Soovitus

Sõltuvalt valitud lahendusteest võivad kasulikuks osutada järgmised trigonomeetrilised valemid:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$



NAME _____

TEAM _____

CODE _____

Problem	3
Page n.	A
Page total	

Vastuste leht

Kui pole spetsiaalselt midagi muud teha kästud, siis tuleb Teil kirjutada oma tulemused esmalt analüütilise valemi kujul ja seejärel numbrilise tulemusena koos ühikutega (näit. $A=bc=1.23 \text{ m}^2$).

1. Jupiteri orbitaalliikumise kiirus V

2. Niisugune kaugus Jupiterist, mille korral kaks gravitatsioonijõudu tasakaalustavad üksteise

3. Kosmosesondi algkiirus v' Jupiteriga seotud taustsüsteemis ja kiirusvektori ning x -telje vaheline nurk φ , mis on defineeritud joonisel 1

4. Kosmosesondi koguenergia E Jupiteriga seotud taustsüsteemis

5. Kirjutage valem, mis seob kosmosesondi kõrvalekaldenurga $\Delta\theta$ sihtparameetriga b , algkiirusega v' ja teiste teada või arvutatud parameetritega

6. Eeldusel, et kaugus Jupiteri keskmest ei tohi olla väiksem, kui kolm Jupiteri raadiust, kirjutage sihtparameetri minimaalne lubatav väärtus ja vastav maksimaalne nurkkõrvalekalle:

$$b = \text{.....};$$

$$\Delta\theta = \text{.....}$$

7. Avaldis kosmosesondi lõppkiiruse v'' jaoks Päikesega seotud taustsüsteemis funktsioonina suurustest V , v_0 ja $\Delta\theta$

8. Numbriline väärtus lõppkiiruse jaoks Päikesega seotud süsteemis siis, kui nurkkõrvalekalle omab maksimaalset lubatavat väärtust, mis sai leitud punktis 6