XXX Rahvusvaheline Füüsika Olümpiaad

Padova, Itaalia

Eksperimentaalvoor

Teisipäev, 20. juuli 1999

Enne katseseadme kokkupanekut loe hoolikalt läbi kogu ülesande tekst.

Loe esmalt seda:

1. Kogu Teie kasutuses olev aeg on 5 tundi..
2. Kasutage ainult korraldajate antud kirjutusvahendit.
3. Kasutage ainult antud **lehtede esipoolt**.
4. Lisaks "valgetele" lehtedele, kuhu Te võite vabalt kirjutada, on antud nn. *vastuste lehed*, kus Te **peate** kokku võtma saadud tulemused. Numbrilised tulemused tuleb esitada sobiva arvu tüvenumbritega, ärge unustage ühikuid. Katsuge, kus iganes võimalik, hinnata katsevigu.
5. Kirjutage "valgetele" lehtedele oma kõigi mõõtmiste tulemused ja kõik muu, mida peate oluliseks ülesande lahendamiseks ja hindamisvääriliseks. Kasutage seejuures aga peaasjalikult võrrandeid, numbreid, sümboleid, graafikuid, jooniseid ja nii vähe teksti kui võimalik.
6. **On kategooriliselt nõutav**, et Te kirjutaksid iga kasutatud lehe päisesse: **oma nime** ("**NAME**"), oma maa ("**COUNTRY**" = **ESTONIA**), oma **õpilaskoodi** ("**CODE**") nii nagu kantud Teile antud kollasele isikukaardile ja kasutatud "valgetele" lehtedele lisaks sellele veel: lehe järjekorranumber (1 kuni *N*, "**Page n.**") ja kasutatud lehtede koguarv *N* ("**Page total**"), jätke "**Problem**" väli tühjaks. Samuti on soovitatav kirjutada vastava küsimuse number lõigu ette, kus seda käsitletakse. Kui olete kasutanud mõningaid lehti märkmete jaoks, mida Te ei soovi lasta hinnata, kriipsutage vastavad lehed läbi suure diagonaalristiga ja ärge neid nummerda (kuid lisage siiski äraantavate lehtede pakki).
7. Kui olete lõpetanud, järjestage kõik lehed (esmalt vastuste lehed, siis kasutatud "valged" lehed õiges järjekorras, kasutamata lehed ja kõige lõpuks ülesande tekst), pange nad ümbrikusse kust võtsite ja jätke kõik oma lauale. Te ei tohi midagi ruumist välja viia.

See ülesande tekst sisaldab koos käesoleva lehe ja vastuste lehtedega 11 lehte.

Ülesande autorid: Scientific Committee of the 30th IPhO, including professors at the Universities of Bologna, Naples, Turin and Trieste.

Torsioonpendel

Selles eksperimendis tegeleme me küllaltki keeruka mehhaanilise süsteemi - torsioonpendliga (väändependel) – ja uurime tema põhilisi parameetreid. Kui pendli pöörlemistelg on horisontaalne, on tegemist bifurkatsiooninähtuse lihtsa ilminguga.

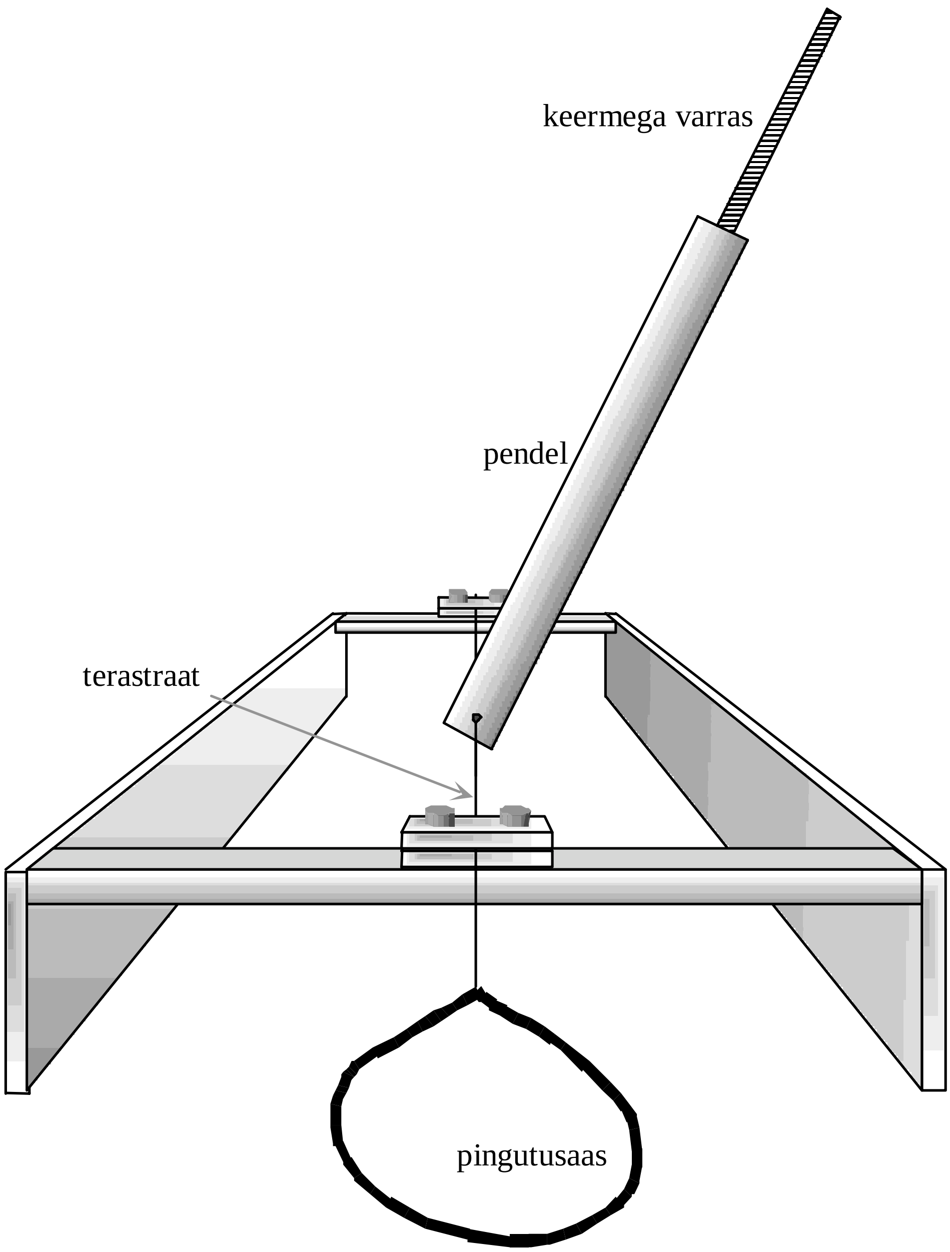
Kasutatav varustus

1. Torsioonpendel – ta koosneb välisest silindrist (mille pikisuunaline massijaotus pole ühtlane) ja seesmisest keermestatud vardast ning on kinnitatud alusele, vt. joonis 1.
2. Terastraat pingutusaasaga otsas.
3. Pikk kuusnurkmutter, mille saab kruvida pendli keermestatud varda otsa (vajatakse ainult ülesande viimases osas).
4. Joonlaud ja kolmnurkjoonlaud.
5. Stopperkell.
6. Kuuskantvõtmed.
7. A3 millimeeterpaberi lehed.
8. Pitskruvi aluse fikseerimiseks.
9. Kleeplint.
10. Tükk T-ristlõikega metall-latti

Katseseade on kujutatud joonisel 1. See on torsioonpendel, mis võib võnkuda kas horisontaalse või vertikaalse pöörlemistelje ümber. Pöörlemistelg on määratud lühikese pingutatud terastraadiga. Pendli üheks osaks on keermestatud varras, mida saab kruvida sisse- või väljapoole ja fikseerida väikese kuusnurkse stoppermutriga. Keermestatud varrast **ei saa** pendlist eraldada.

Kui koostate katseseadet 5. punkti juures, siis peab terastraat minema läbi messingfiksaatorite ja läbi pendlis oleva augu. Traat tuleb fikseerida pingutatud olekus: fikseerige ta esmalt ühest otsast, pingutage kasutades pingutusaasa ja fikseerige seejärel teisest otsast.

Hoiatus: Traati tuleb pingutada vaid pendli stabiilsuse tagamiseks. Selleks pole vaja rakendada suuremat kui umbes 30 N jõudu. Pingutamise ajal ärge traati painutage aluse vastu, traat võib murduda.



Joonis 1: Eksperimantaalseadme skeem siis, kui pöörlemistelg on horisontaalne

Muutujateks, mis iseloomustavad pendli võnkumisi on:

- Pendli asend, mida mõõdetakse nurga θ abil – see on nurk pendli telje ja alusraami tasandi ristsihi vahel (joonisel 1 on alusraami tasand horisontaalne).
- Vahemaa x keermestatud varda vaba otsa ja pendli pöörlemistelje vahel (joonis 3).
- Pendli võnkumiste periood T.

Süsteemi iseloomustavateks parameetriteks on:

- terastraadi elastse väände konstant κ (jõumoment = κ * nurk);
- pendli kahe osa massid M_1 ja M_2 (1: väline silinder[1], 2:keermestatud varras);
- pendli kummagi osa masskeskmete kaugused R_1 ja R_2 (1: väline silinder, 2:keermestatud varras) pöörlemisteljest. Loeme pendli seesmise liikuva osa (keermestatud varras)

[1] Koos väikese kuusnurkse fiksaatorkruviga

piisavalt homogeenseks, nii et võime arvutada R_2 tema massi, pikkuse ℓ ja vahemaa x abil. R_2 on seega teiste parameetrite lihtne funktsioon;

- pendli kahe osa inertsimomendid I_1 ja I_2 (1: väline silinder, 2:keermestatud varras). Ka siin eeldame, et liikuv osa (keermestatud varras) on piisavalt homogeenne, et arvutada I_2 tema massi M_2, pikkuse ℓ ja kauguse x kaudu. I_2 on seetõttu samuti teiste parameetrite lihtne funktsioon;
- nurk θ_0 (mõõdetud pendli telje ja alusraami tasandi ristsihi vahel) mille korral elastse väände moment on null. Pendel on fikseeritud pöörlemistelje külge poldiga, mis asub pendli selles otsas, mis jääb keermestatud vardast eemale. θ_0 muutub seega iga uue seadistamisega.

Kokkuvõtvalt, süsteem on kirjeldatud 7 parameetriga κ, M_1, M_2, R_1, I_1, ℓ, θ_0, aga θ_0 muutub iga kord, kui seade on uuesti kokku pandud, nii et tegelikult on ainult 6 neist tõelised konstandid ja katse eesmärgiks ongi nende, s.o. κ, M_1, M_2, R_1, I_1, ℓ **eksperimentaalne** määramine. Pange tähele, et seesmine keermestatud varras ei ole pendli kehast eemaldatav ja esialgu on teada ainult kogumass $M_1 + M_2$ (see on trükitud igale pendlile).

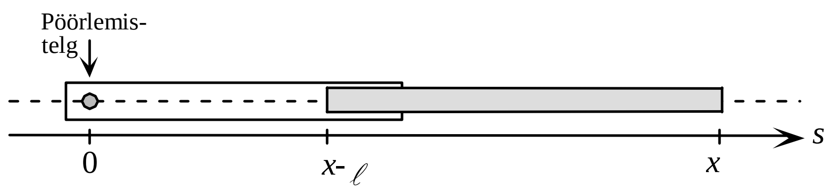
Selle eksperimendi juures on mitmed suurused ühe muutuja lineaarsed funktsioonid ja Te peate leidma nende lineaarsete funktsioonide parameetrid. Võite kasutada lineaarset lähendamist, aga muud meetodid on samuti vastuvõetavad. Parameetrite eksperimentaalseid vigu saab hinnata kas lineaarse lähendamise valemite abil või graafiliselt tuginedes eksperimentaalpunktide hajuvusele lineaarse lähendi ümber.

Analüüs nõuab samuti lihtsat valemit seesmise osa inertsimomendi jaoks [me eeldame, et tema ristmõõtmeid ei ole vaja arvestada võrreldes tema pikkusega (vt. joonis 2)]

$$I_2(x) = \int_{x-\ell}^{x} \lambda\, s^2 ds = \frac{\lambda}{3}\left(x^3 - (x-\ell)^3\right) = \frac{\lambda}{3}\left(3\ell x^2 - 3\ell^2 x + \ell^3\right) \qquad (1)$$

kus $\lambda = M_2/\ell$ on massi joontihedus, ja seetõttu

$$I_2(x) = M_2 x^2 - M_2 \ell x + \frac{M_2}{3}\ell^2 \qquad (2)$$

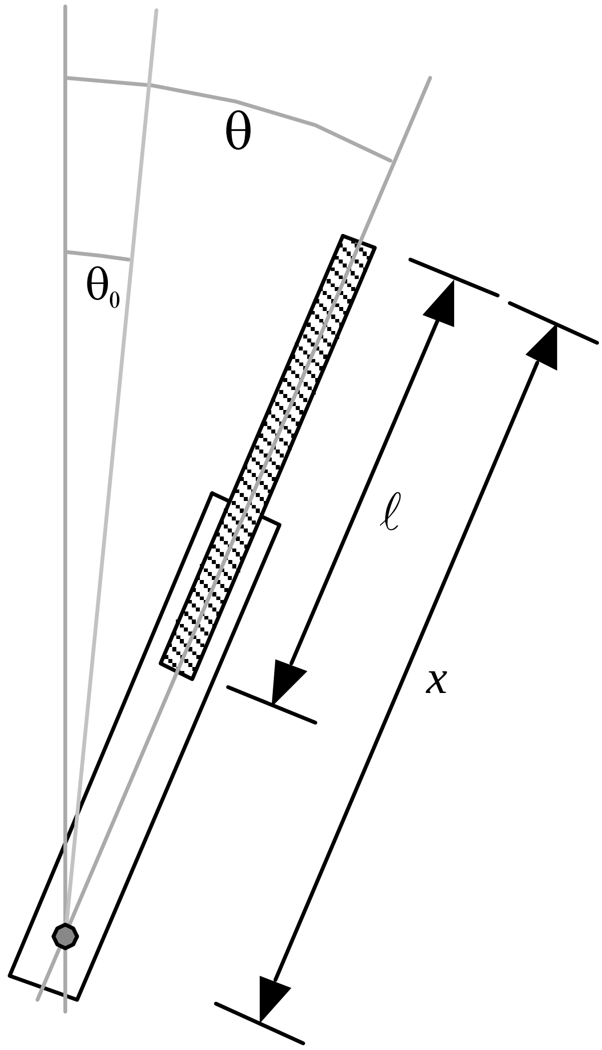


Joonis 2: Antud töös võime kasutada keermega varda inertsimomendi jaoks valemit (2), mille puhul varda ristmõõtmed loetakse hulga väiksemateks tema pikkusest. See valem arvestab, et pöörlemistelg ristub s-teljega punktis s=0.

Toimige nüüd järgnevate alapunktide korralduste kohaselt, et leida 6 parameetri M_1, M_2, κ, R_1, ℓ ja I_1 väärtused:

1. Kogumassi M_1+M_2 väärtus on antud (trükitud pendlile) ja Te saate leida M_1 ja M_2 väärtused mõõtes kaugusi *R(x)* pendli pöörlemistelje ja masskeskme vahel. Alustuseks pange kirja valem masskeskme asukoha *R(x)* jaoks funktsioonina kaugusest x ja parameetritest M_1, M_2, R_1, ℓ. *[0.5 punkti]*

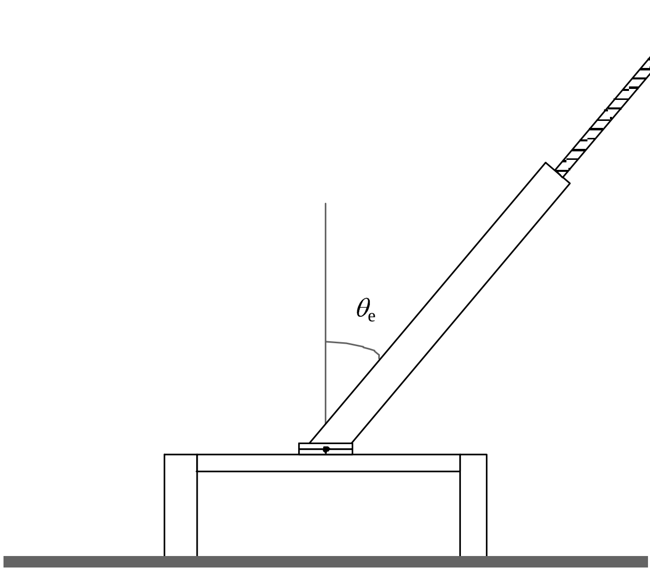
2. Nüüd mõõtke *R(x)* mitme (vähemalt 3) *x* väärtuse jaoks.[2] Loomulikult peab pendel olema nende mõõtmiste jaoks traadilt maha võetud. M_1 and M_2 leidmiseks kasutage mõõtmistulemusi ja eelmise punkti tulemust. *[3 punkti]*



Joonis 3: Siin on näidatud muutujad θ ja x ning parameetrid θ_0 ja ℓ.

3. Leia valem pendli kogu inertsimomendi I jaoks funktsioonina kaugusest x ja parameetritest M_2, I_1 ja ℓ. *[0.5 punkti]*
4. Kirjuta pendli liikumisvõrrand horisontaalse pöörlemistelje jaoks funktsioonina nurgast θ (vt. joonis 3) ja parameetritest x, κ, θ_0, M_1, M_2, pendli kogu inertsimomendist I ja masskeskme asukohast *R(x)*. *[1 punkt]*
5. Selleks, et määrata κ, seadke nüüd pendel kokku ja pange tema pöörlemistelg horisontaalseks. Keermestatud varras peab algselt olema nii kaugel pendli sees, kui võimalik. Fikseerige pendel kruviga terastraadi külge traadi kinnituspunktidest enam-vähem võrdsel kaugusel selliselt, et tema tasakaaluasend (raskusjõu ja elastsusjõu koosmõjul) erineb märgatavalt vertikaalist (vaata joonis 4). Mõõtke tasakaalunurk θ_e mitme (vähemalt 5) x väärtuse jaoks. *[4 punkti]*

[2] Väike kuusnurkne mutter peab olema fikseeritud iga kord, kui Te nihutate keermestatud varrast. Tema mass on arvatud M_1 hulka. Seda fikseerimist tuleb korrata ka edaspidi, iga kord, kui Te olete keermestatud varrast nihutanud.



Joonis 4: Selles katses seadke pendel nii, et tema tasakaaluasend oleks vertikaalsihist erinev.

6. Kasutades viimaseid mõõtmisi, leidke κ. *[4.5 punkti]*
7. Seadke nüüd pendli pöörlemistelg vertikaalseks[3] ja mõõtke tema võnkeperiood mitme (vähemalt 5) x väärtuse jaoks. Leidke nendest mõõtmistulemustest I_1 ja ℓ. *[4 punkti]*

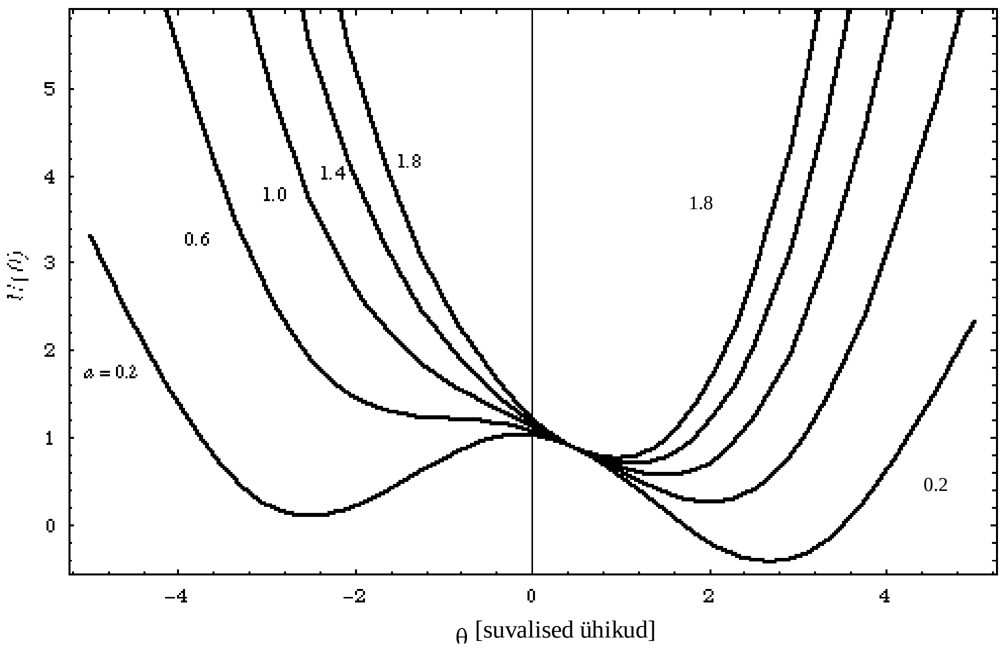
Ja nüüd kui olete leidnud süsteemi parameetrite väärtused, pange katseseade üles järgmiselt:

- pendli pöörlemistelg horisontaalne,
- keermestatud varras nii kaugel pendli sees, kui võimalik;
- pendli tasakaaluasend nii vertikaalne, kui võimalik;
- lõpuks lisage pikk heksagonaalne mutter kruvides ta keermestatud varda otsa mõne pöörde võrra (ta ei lähe palju kaugemale)

Sellisel juhul võib pendel omada kahte tasakaaluasendit ja situatsioon muutub vastavalt keermestatud varda asendile, nagu Te võite näha põhimõtteliselt jooniselt 5, mis esitab potentsiaalse energia nurga θ funktsioonina.

Potentsiaalse energia miinimumi kahestumine joonisel 5 illustreerib nähtust, mis on matemaatikas tuntud bifurkatsioonina. Samuti on see seotud erinevate sümmeetria rikkumistega, mida uuritakse osakeste füüsikas ja statistilises mehhaanikas.

[3] Et see asend oleks stabiilne, seadke alusraami tugijalakesed õigesse asendisse.



Joonis 5: Funktsiooni $U(\theta) = \frac{a}{2}(\theta - \theta_0)^2 + \cos\theta$ graafik (see funktsioon on võrdeline pendli potentsiaalse energiaga) sõltuvuses nurgast θ, seejuures $\theta_0 \neq 0$. Erinevad kõverad vastavad erinevatele parameetri a väärtustele, nii nagu märgistatud joonisel. Väiksemate a väärtuste ($a < 1$) juures ilmub bifurkatsioon. Meie juhul on parameeter a seotud varda asendiga x.

Me võime nüüd uurida seda bifurkatsiooni, mõõtes väikeste võnkumiste perioodi tasakaaluasendi lähedal:

8. Esitage graafiliselt periood[4] T kauguse x funktsioonina. Mis tüüpi funktsioon see on? On see kasvav, kahanev või keerukam funktsioon? *[2.5 punkti]*

---

[4] Kui pendlil on kaks tasakaaluasendit, siis üks neist on stabiilsem, kui teine (vaata joon. 5). Perioodi mõõtmised ja graafik tuleb teha stabiilsema tasakaaluasendi jaoks.