

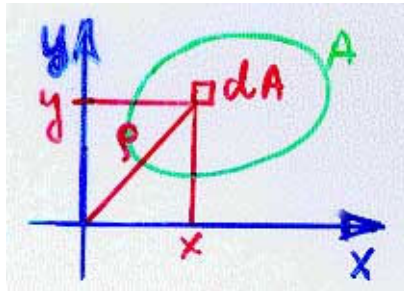
## 11 Pinnamomendid

### 11.1 Sissejuhatus

Vaatleme tasapinnalist kujundit (joonis 38). Integraali

$$\int_A x^m y^n dA \quad (63)$$

nimetatakse *tasapinnalise kujundi  $m+n$  astme pinnamomendiks*. Sõltuvalt summa  $m+n$



Joonis 38: Tasapinnalise kujundi pinnamomendid.

väärtusest eristatakse 0-astme, 1.astme, 2. astme jne. pinnamomente. 0-astme pinnamoment kujutab endast kujundi pindala, 1. astme pinnamomente nimetatakse sageli staatilisteks momentideks ja 2. astme pinnamomente inertsimomentideks. Kõrgemat järku pinnamomente kasutatakse väga harva ja neid me ei käsitle.

### 11.2 Staatilised momendid

Tasapinnalise kujundi (joonis 38) *staatilised momendid  $x$  ja  $y$  telje suhtes* on defineeritud järgmiselt:

$$S_x = \int_A y dA, \quad S_y = \int_A x dA. \quad (64)$$

Staatilise momendi dimensioon:  $\dim S = m^3$ .

Arvestades valemit (64), saame anda tasapinnalise kujundi raskuskeskme valemeile (45) kuju

$$x_c = \frac{S_y}{A} \quad \text{ja} \quad y_c = \frac{S_x}{A}, \quad (65)$$

kust

$$S_y = x_c A \quad \text{ja} \quad S_x = y_c A. \quad (66)$$

Viimaste valemite abil on mugav leida lihtsate geomeetriliste kujundite staatilisi momente.

Kui vaadeldavat kujundit on võimalik jagada osakujundeiks, nii et  $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ , siis

$$\left\{ \begin{array}{l} S_x = \int_A y dA = \int_{A_1} y dA + \dots + \int_{A_n} y dA = \\ \quad = S_x^{(1)} + \dots + S_x^{(n)} = y_{C_1} A_1 + \dots + y_{C_n} A_n, \\ S_y = \int_A x dA = \int_{A_1} x dA + \dots + \int_{A_n} x dA = \\ \quad = S_y^{(1)} + \dots + S_y^{(n)} = x_{C_1} A_1 + \dots + x_{C_n} A_n. \end{array} \right. \quad (67)$$

Nagu raskuskeskme leidmise puhul, nii ka siin, tuleb väljalõigetele vastavad pindalad ja/või staatilised momendid lugeda negatiivseks.

**Keskteljed.** Valemite (64) ja (66) põhjal on selge, et staatilised momendid võivad olla nii positiivsed, negatiivsed kui nullid. Mehaanikas omavad sageli suurt tähtsust teljed, mis läbivad pinnakeset (või raskuskeset). Neid telgi nimetatakse *kesktelgedeks*. Valemeist (66) järeldub, et kui  $x$  ja  $y$  on keskteljed, siis  $S_x = S_y = 0$ , sest  $x_C = y_C = 0$ .

Staatilise momendi mõistet saab üldistada ka tasapinnalise kõvera ja 3D keha jaoks, vastavalt

$$S_x = \int_l y dl, \quad S_y = \int_l x dl$$

ja

$$S_{xy} = \int_V z dV, \quad S_{xz} = \int_V y dV, \quad S_{yz} = \int_V x dV. \quad (68)$$

### 11.3 Inertsimomendid

Tasapinnalise kujundi (joonis 38) *inertsimomendid*  $x$  ja  $y$  telje suhtes on defineeritud järgmiselt:

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA. \quad (69)$$

Inertsimomendi dimensioon:  $\dim I = m^4$ .

Peale nn. telginertsimomentide (69) on laialdaselt kasutatavad ka *tseentrifugaalinertsimoment* (lühidalt tseentrifugaalmoment)

$$I_{xy} = \int_A xy dA \quad (70)$$

ja *polaarinertsimoment*

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA. \quad (71)$$

Kuna  $\rho^2 = x^2 + y^2$ , siis

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = I_x + I_y. \quad (72)$$

Inertsimomendid  $I_x$ ,  $I_y$  ja  $I_\rho$  on alati positiivsed, inertsimoment  $I_{xy}$  võib olla nii positiivne kui negatiivne.

*Liitkujundi inertsimomentide* leidmine toimub samuti kui staatiliste momentide puhul —

$$I = I^{(1)} + \dots + I^{(n)}, \quad (73)$$

kusjuures väljalõigetele vastavad inertsimomendid loetakse negatiivseteks.

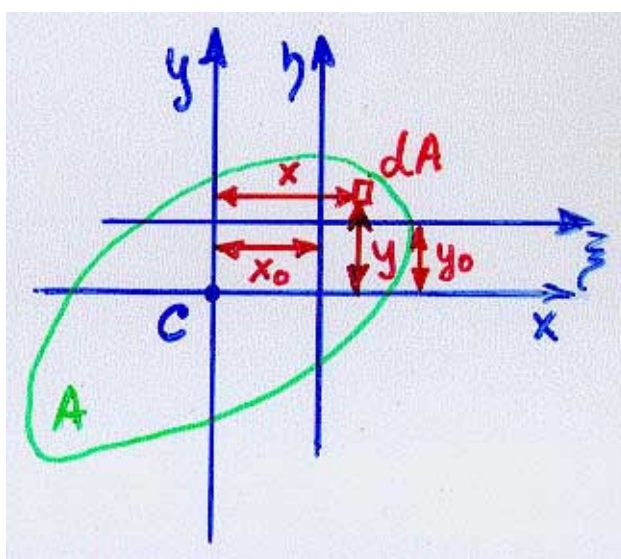
**Inertsiraadius.** Suurus

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}, \quad i_\rho = \sqrt{\frac{I_\rho}{A}} \quad (74)$$

nimetatakse kujundi *inertsiraadiusteks*. Seega esitab inertsiraadius pinnaelementide ruutkeskmist kaugust vastavast teljest ( $i_x$  ja  $i_y$  puhul) või koordinaatide algusest ( $i_\rho$  puhul). Teisisõnu, kui kogu vaadeldav pind oleks jaotatud kitsa ribana inertsiraadiuse kaugusele vastavast teljest või koordinaatide algusest, siis  $I_x = i_x^2 A$ ,  $I_y = i_y^2 A$  ja  $I_\rho = i_\rho^2 A$ .

#### 11.4 Inertsimomendid keskteljega paralleelsete telgede suhtes

Vaatleme tasapinnalist kujundit pindalaga  $A$ . Kujundi pinnakese asugu punktis  $C$  ja  $xy$  teljed on keskteljed (joonis 39). Eeldame, et inertsimomendid  $I_x, I_y$  ja  $I_{xy}$  on teada. Leiame inertsimomendid  $xy$  telgedega paralleelsete telgede  $\xi = x - x_o$  ja  $\eta = y - y_o$  suhtes.



Joonis 39: Inertsimomendid keskteljega paralleelsete telgede suhtes.

$$I_\xi = \int_A \eta^2 dA = \int_A (y - y_o)^2 dA = \int_A y^2 dA - 2y_o \int_A y dA + \int_A y_o^2 dA = \dots$$

$$I_\eta = \int_A \xi^2 dA = \dots$$

$$I_{\xi\eta} = \int_A \xi\eta dA = \dots$$

Seega

$$\begin{cases} I_\xi = I_x + y_o^2 A, \\ I_\eta = I_y + x_o^2 A, \\ I_{\xi\eta} = I_{xy} + x_o y_o A. \end{cases} \quad (75)$$

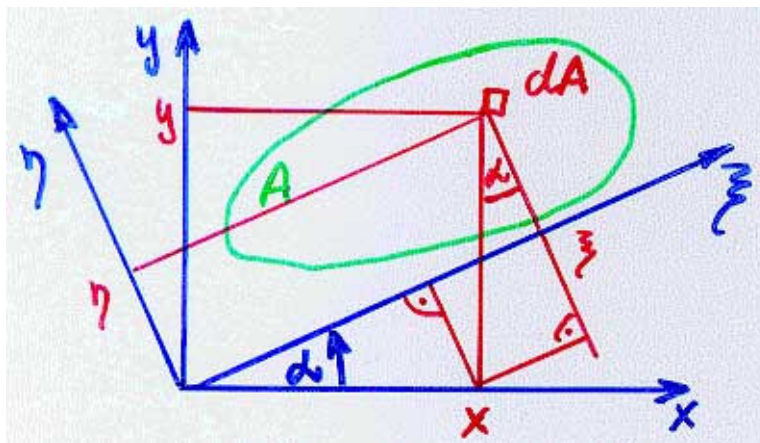
Neis valemis nimetatakse esimest liidetavat *omainertsimomendiks* ja teist *lÜkkemomendiks*. Viimased valemid võib üldistatult kokku võtta kujul

$$I_{kp} = I_k + e^2 A, \quad (76)$$

kus  $k$  tähistab kesktelge,  $kp$  keskteljega paralleelset telge, ja  $e$  vaadeldavate telgede vahelist kaugust.

## 11.5 Inertsimomendid pööratud telgede suhtes

Vaatleme tasapinnalist kujundit pindalaga  $A$ . Eeldame, et inertsimomendid  $I_x, I_y$  ja  $I_{xy}$  on teada. Leiame inertsimomendid telgede  $\xi\eta$  suhtes, kus  $xy$  ja  $\xi\eta$  teljed omavad ühist alguspunkti kuid  $\xi\eta$  teljestik on  $xy$  teljestiku suhtes pööratud nurga  $\alpha$  võrra (joonis 40).



Joonis 40: Inertsimomendid pööratud telgede suhtes.

Kuna

$$\begin{cases} \xi = x \cos \alpha + y \sin \alpha, \\ \eta = y \cos \alpha - x \sin \alpha, \end{cases} \quad (77)$$

siis

$$I_\xi = \int_A \eta^2 dA = \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA = \\ \cos^2 \alpha \int_A y^2 dA - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A yx dA + \sin^2 \alpha \int_A x^2 dA = \dots$$

$$I_\eta = \int_A \xi^2 dA = \dots$$

$$I_{\xi\eta} = \int_A \xi\eta dA = \dots$$

Seega

$$\begin{cases} I_\xi = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha, \\ I_\eta = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha, \\ I_{\xi\eta} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \end{cases} \quad (78)$$

Kui tuua sisse abisuurused

$$\begin{cases} I_o = \frac{I_x + I_y}{2}; & I_* = \frac{I_x - I_y}{2}, \\ D_o = \sqrt{I_*^2 + I_{xy}^2}, & \alpha_1 = \arctan \frac{I_* - D_o}{I_{xy}} = \arctan \frac{I_x - I_1}{I_{xy}}, \end{cases} \quad (79)$$

(mida kasutame ka järgmises alajaotuses) siis saame anda valemitele (78) kuju

$$\begin{cases} I_\xi = I_o + D_o \cos 2(\alpha - \alpha_1), \\ I_\eta = I_o - D_o \cos 2(\alpha - \alpha_1), \\ I_{\xi\eta} = D_o \sin 2(\alpha - \alpha_1). \end{cases} \quad (80)$$

Valemeist (80) või (78) järeldub, et

$$I_\xi + I_\eta = I_x + I_y = 2I_o, \quad (81)$$

st.,  $I_o$  on telgede pööramise suhtes invariantne suurus. Telgede pööramise suhtes invariantseks osutub ka suurus  $D_o$ . Seega omavad  $D_o$  ja  $I_o$  suvalise ristteljestiku puhul üht ja sama väärtust.

## 11.6 Peateljed ja peainertsimomendid

Valemite (80) ja (78) põhjal on selge, et  $\alpha$  muutudes muutuvad ka inertsimomentide  $I_\xi$ ,  $I_\eta$  ja  $I_{\xi\eta}$  väärtused ning et kui  $\alpha = \alpha_1$ , siis omab  $I_\xi$  maksimaalset väärtust,  $I_\eta$  minimaalset väärtust ja  $I_{\xi\eta} = 0$ .

Teljepaari, mille puhul telginertsimomendid  $I_\xi$  ja  $I_\eta$  omavad ekstremaalseid väärtusi ning tsentrifugaalinertsimoment  $I_{\xi\eta} = 0$ , nimetatakse *peatelgedeks*. Vastavaid telginertsimomente nimetatakse *peainertsimomentideks*.

Tavaliselt tähistatakse  $I_1 = \max I$  ja  $I_2 = \min I$ . Vastavaid peatelgi tähistatakse numbritega 1 ja 2. Peatelgede tunnus on  $I_{\xi\eta} = 0$ . *Keskpeateljed* on peateljed, mis läbivad pinnakeset.

**Keskpeatelgede ja peainertsimomentide leidmine**. Praktikas pakuvad huvi eeskätt keskpeateljed ja neile vastavad peainertsimomendid. Seetõttu vaatlemegi allpool eeskätt nende leidmist.

**Sümmeetriline kujund.** Olgu  $x$ -telg sümmeetriateljeks. Sel juhul leidub iga  $x$  jaoks  $xydA$  ja  $-xydA$ . Järelikult,  $I_{xy} = \int_A xydA = 0$  ja *peatelgedeks* on sümmeetriatelg ning iga temaga ristuv telg. *Keskpeatelgedeks* on aga sümmeetriatelg ja temaga ristuv pinnakeset läbiv telg.

Kui kujundil on rohkem kui 2 mitteristuvat sümmeetriatelge (näiteks ruut, ring või võrdkülgne kolmnurk), siis on inertsimomendid kõigi kesktelgede suhtes võrdsed ja kõik keskteljed on keskpeateljed. Olgu teljed  $\xi_i, i = 1, 2, \dots$  kujundi mitteristuvad sümmeetriateljed ja  $\eta_i, i = 1, 2, \dots$  nendega vastavalt ristuvad keskteljed. Tähistame nurga mille moodustab  $\xi_i\eta_i$  teljestik  $xy$  tejestikuga  $\alpha_i^s$ . Sümmeetrilise kujundi tsentrifugaalinertsimomendid  $I_{\xi_i\eta_i} = 0$ . Valemi (80)<sub>3</sub> põhjal peab seega  $D_o \sin 2(\alpha - \alpha_1) = 0$  iga  $\alpha = \alpha_i^s$  puhul. See on aga võimalik vaid siis kui  $D_o = 0$ . Viimasest järeldub omakorda, et  $I_\xi = I_\eta = I_o$  suvalise nurga  $\alpha$  puhul. Seega võib antud juhul tõesti valida keskpeateljeks suvalise kesktelje omavahel ristuvaks keskpeatelje paariks aga suvalise ristuva kesktelje paari.

**Mittesümmeetriline kujund.** 1) Määratakse pinnakeskme koordinaadid mingis sobivas teljestikus  $\xi\eta$ . 2) Tuuakse sisse keskteljed  $xy$ , leitakse inertsimomendid  $I_x, I_y$  ja  $I_{xy}$  ning abisuurused  $I_o, I_*, D_o$  ja  $\alpha_1$ . 3) Pöörates kesktelgi  $xy$  nurga  $\alpha_1$  võrra saadakse keskpeateljed 1 ja 2. 4) Leitakse (kesk)peainertsimomendid kasutades valemit

$$I_p = I_o \pm D_o, \quad p = 1, 2. \quad (82)$$

## 11.7 Massiinertsimomendid

Dünaamika (ja füüsika) kursustes on samuti kasutusel inertsimomendid. Erinevus on vaid selles, et dünaamikas on üldjuhul uurimisobjektiks kolmemõõtmelised kehad, elementaarpinna asemel vaadeldakse elementaarmesse ja integreeritakse üle ruumala (mitte aga üle pinna, nagu käesolevas paragrahvis). Kui on vaja neil kahel suurusel vahet teha, siis nimetatakse massiga seotud inertsimomente massiinertsimomentideks ja pinnaga seotuid pinnainertsimomentideks või teist järku pinnamomentideks.

Kui tähistada elementaarmassi  $dm$  kaugust  $x$  teljest  $r_x$ ,  $y$  teljest  $r_y$ ,  $z$  teljest  $r_z$  ja koordinaatide algusest  $\rho$ , siis on telg- ja polaarinertsimomendid defineeritud järgmiselt:

$$\begin{cases} I_x = \int_m r_x^2 dm = \int_m (y^2 + z^2) dm, \\ I_y = \int_m r_y^2 dm = \int_m (x^2 + z^2) dm, \\ I_z = \int_m r_z^2 dm = \int_m (x^2 + y^2) dm, \\ I_\rho = \int_m \rho^2 dm = \int_m (x^2 + y^2 + z^2) dm. \end{cases} \quad (83)$$

Inertsiraadius, inertsimomendid paralleelsete telgede, inertsimomendid pööratud telgede suhtes ja liitkeha inertsimomendid on massiinertsimomentide korral leitavad pinnainertsimomentidega analoogselt.

## 11.8 Näide

Leida joonisel 41 kujutatud viirutatud kujundi keskpeateljed ja keskpeainertsimomendid. Kõik mõõtmed on antud sentimeetrites.

*Lahendus.* Kuna tegu on mittesümmeetrilise kujundiga, siis toimub peainertsimomentide leidmine vastavalt leheküljel 45 esitatud skeemile. Vaadeldav liitkujund koosneb kolmest osakujundist: ristkülikust (1), kolmnurgast (2) ja poolringist (3).

1. Pinnakeskme leidmiseks kasutame joonisel esitatud koordinaate  $\xi$  ja  $\eta$ . Leiame osakujundite pinnakeskmete koordinaadid

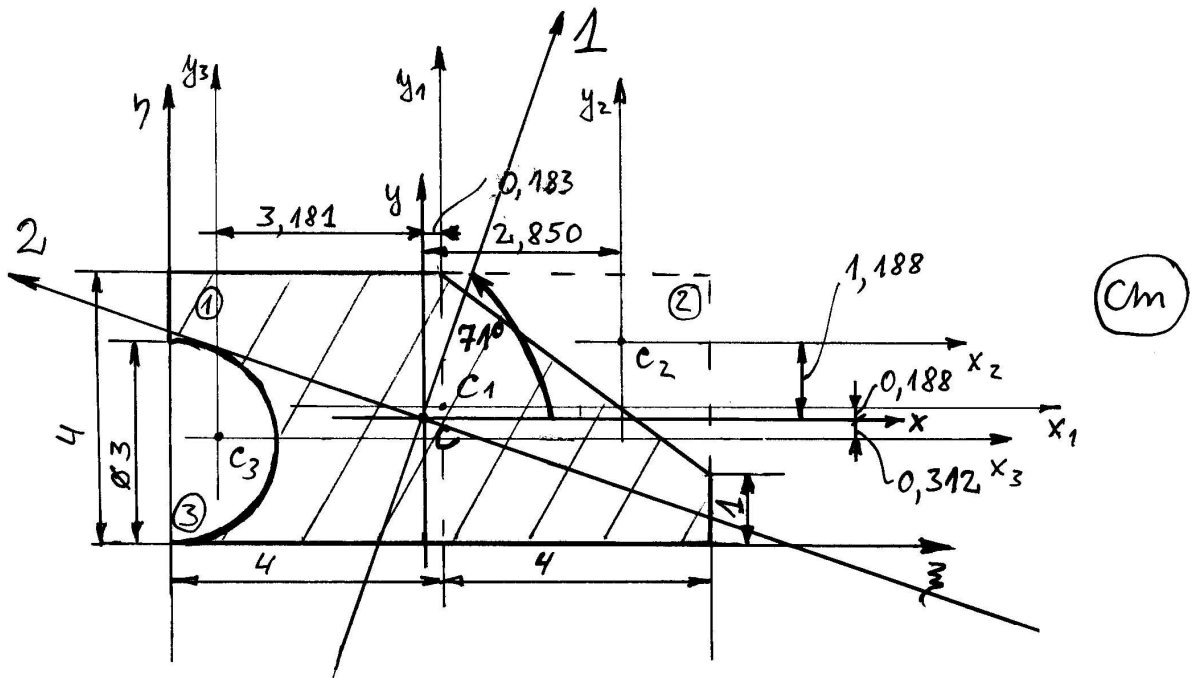
$$\begin{cases} \xi_{C_1} = 4, & \eta_{C_1} = 2, \\ \xi_{C_2} = 4 + \frac{2 \cdot 4}{3} = 6,667, & \eta_{C_2} = 1 + \frac{2 \cdot 3}{3} = 3, \\ \xi_{C_3} = \frac{2 \cdot 3}{3\pi} = 0,212 \cdot 3 = 0,636, & \eta_{C_3} = 1,5, \end{cases} \quad (84)$$

pindalad  $A_i$  ja liitkujundi pindala  $A$

$$A_1 = 32, \quad A_2 = 6, \quad A_3 = 3,534, \quad A = 22,466. \quad (85)$$

Liitkujundi pinnakese

$$\xi_C = \frac{\sum_{i=1}^3 \xi_{C_i} A_i}{A} = 3,817, \quad \eta_C = \frac{\sum_{i=1}^3 \eta_{C_i} A_i}{A} = 1,812. \quad (86)$$



Joonis 41: Mittesümmeetrilise kujundi painertsimomentide leidmine.

2. Tõmbame läbi pinnakeskme  $C$  keskteljed  $x \parallel \xi$  ja  $y \parallel \eta$  ning läbi osakujundite pinnakesete  $C_i$  omakeskteljed  $x_i \parallel \xi$  ja  $y_i \parallel \eta$ . Edaspidistes arvutustes kasutame vaid kesktelgedele ja omakesktelgedele vastavaid koordinaate  $x, y, x_i$  ja  $y_i$ . Järgnevalt leiame osakujundite pinnakeskmete koordinaadid  $x_{C_i} = \xi_{C_i} - \xi_C$  ja  $y_{C_i} = \eta_{C_i} - \eta_C$ :

$$\begin{cases} x_{C_1} = 0,183, & y_{C_1} = 0,188, \\ x_{C_2} = 2,850, & y_{C_2} = 1,188, \\ x_{C_3} = -3,181, & y_{C_3} = -0,312. \end{cases} \quad (87)$$

On selge, et  $|x_{C_i}|$  on võrdne telgede  $y_i$  ja  $y$  vahelise kaugusega ning  $|y_{C_i}|$  telgede  $x_i$  ja  $x$  vahelise kaugusega. Kanname vastavad kaugused joonisele.

3. Inertsimomendid kesktelgede suhtes

$$\begin{cases} I_x = \sum_{i=1}^3 I_x^{(i)} = \sum_{i=1}^3 (I_{x_i}^{(i)} + y_{C_i}^2 A_i) = \dots = 43,803 - 11,474 - 2,331 = 29,998, \\ I_y = \sum_{i=1}^3 I_y^{(i)} = \sum_{i=1}^3 (I_{y_i}^{(i)} + x_{C_i}^2 A_i) = \dots = 43,803 - 11,474 - 2,331 = 81,363, \\ I_{xy} = \sum_{i=1}^3 I_{xy}^{(i)} = \sum_{i=1}^3 (I_{x_i y_i}^{(i)} + x_{C_i} y_{C_i} A_i) = \dots = 43,803 - 11,474 - 2,331 = -20,719. \end{cases} \quad (88)$$

4. Peainertsimomentide määramiseks tuleb leida abisuurused

$$\begin{cases} I_o = \frac{I_x + I_y}{2} = 55,680, \\ I_* = \frac{I_x - I_y}{2} = -25,683, \\ D_o = \sqrt{I_*^2 + I_{xy}^2} = 32,998, \\ \alpha_1 = \arctan \frac{I_* - D_o}{I_{xy}} = 70,553^\circ. \end{cases} \quad (89)$$

Neist viimane, st.  $\alpha_1 = 70,553^\circ \approx 71^\circ$  määrab nurga, mille võrra tuleb pöörata kesktelgi  $x - y$ , et saada keskpeateljed 1 – 2.

Keskpeainertsimomendid (inertsimomendid keskpeatelgedes suhtes)  $I_p = I_o \pm D_o$ ,  $p = 1, 2$ . Seega

$$I_1 = I_o + D_o = 88,679 \text{ ja } I_2 = I_o - D_o = 22,682. \quad (90)$$

Kontrolliks leiame nurga, mille võrra tuleb kesktelgi  $x - y$ , et nad ühtiks keskpeatelgedega teise valemi abil (vt. avaldisi (79)):  $\alpha_1 = \arctan \frac{I_x - I_1}{I_{xy}} = 70,553^\circ$ . Kuna tulemused langevad kokku, siis on lootust arvata, et ülesande lahendus on õige.

*Vastus*<sup>6</sup>: Vaadeldava kujundi pinnakese asub punktis  $C$ , mille koordinaadid on  $\xi_C = 3,8$  cm ja  $\eta_C = 1,8$  cm. Keskpeateljed 1 – 2 on kesktelgedes  $x - y$  suhtes pööratud nurga  $\alpha_1 = 71^\circ$  võrra. Keskpeainertsimomendid  $I_1 = 88,7$  cm<sup>4</sup> ja  $I_2 = 22,7$  cm<sup>4</sup>.

## 12 Jõuväli

Kasutatakse ka termineid jaotatud koormus, lauskoormus, lausjõud

Võib eristada kolme juhtu

1. Ruumjõuväli ehk ruumkoormus - intensiivsus  $p(x, y, z)$  —  $\dim p = N/m^3$ . Näit. raskusjõudu põhjustav gravitatsiooniväli.
2. Pindjõuväli ehk pindkoormus - intensiivsus  $p(x, y)$  —  $\dim p = N/m^2$ . Näit. hüdrostaatiline surve.
3. Joonjõuväli ehk joonkoormus - abstraktsioon, mida kasutatakse varraste puhul - intensiivsus  $p(x)$  -  $\dim p = N/m$ . Näiteks ka selles kursuses kasutatud nn. ristkülikkoormus või kolmnurkkormus.

**Joonkoormus.** Vaatleme vardale rakendatud joonkoormust (joonis esitatakse loengus), mille intensiivsus on esitatud kujul  $p = p(x)$  ja mis mõjub risti varda teljega, st., varras on koormatud jõuga, mille intensiivsus sõltub vaid koordinaadist  $x$ . Vastavat joonist nimeatakse joonkoormuse epüüriks. Tegu on paralleeljõudude süsteemiga, seega on vaadeldav jõusüsteem taandatav resultandiks. Leiame selle resultandi suuruse (mooduli) ja mõjusirge

<sup>6</sup>Käesolevas näites on vastused esitatud täpsusega üks koht peale koma ja vahearvutuste tulemused täpsusega kolm kohta peale koma. Kodu- ja kontrolltöodes piisab vahearvutuste puhul täpsusest kaks kohta peale koma.



asukoha. Tähistades epüüri elementaarpindala  $dA = p(x)dx$ , on vaadeldava joonkoormuse resultant

$$R = \int_0^b p(x)dx = \int_A dA = A, \quad (91)$$

kus  $b$  on varda pikkus ja  $A$  on epüüri pindala. Vastavalt Varignoni teoreemile peab  $\int_0^b \mathbf{M}_O[\mathbf{p}(x)]dx = \mathbf{M}_O(\mathbf{R})$ . Seega

$$M_O = \int_0^b xp(x)dx = x_R R \text{ ehk } M_O = \int_A x dA = x_R A, \quad (92)$$

kust resultandi  $\mathbf{R}$  mõjusirget määrav koordinaat

$$x_R = \frac{\int_A x dA}{A} = \frac{S_y}{A} \quad (93)$$

avaldub kui epüüri pinnakeskme  $x$  koordinaat.

**Pindkoormus.** Analoogselt joonkoormusega saab leda ka pindkoormuse  $p(x, y)$  resultanti ja tema mõjusirge asukohta:

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \int_A p(x, y)dA = \int_V dV = V, \\ x_R = \frac{\int_V x dV}{V}, \\ y_R = \frac{\int_V y dV}{V}. \end{array} \right. \quad (94)$$

**Näited.** Pinged paindel ja väändel; vedeliku surve anuma otstele.

# Sisukord

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Eessõna</b>  | <b>1</b>  |
| <b>1 Sissejuhatus</b>   | <b>2</b>  |
| <b>2 Jõud ja jõusüsteem</b>   | <b>3</b>  |
| 2.1 Jõu mõiste . . . . .  | 3         |
| 2.2 Jõusüsteemi mõiste . . . . .  | 3         |
| 2.3 Jõu projektsioon teljel, jõu komponendid ja jõu projektsioon tasandil . . . | 4         |
| 2.4 Jõudude liitmine . . . . .  | 5         |
| <b>3 Staatika aksioomid ja põhiülesanded</b>                                    | <b>6</b>  |
| <b>4 Sidemed, sidemereaktsioonid ja sidemetest vabastatavuse printsiip</b>      | <b>8</b>  |
| <b>5 Koonduva jõusüsteemi tasakaal</b>  | <b>16</b> |
| <b>6 Paralleeljõudude liitmine, jõupaar</b>                                     | <b>19</b> |
| 6.1 Kahe samasuunalise paralleeljõu liitmine . . . . .                          | 19        |
| 6.2 Kahe vastassuunalise paralleeljõu liitmine . . . . .                        | 20        |
| 6.3 Jõupaar . . . . .   | 21        |
| <b>7 Jõu moment. Jõupaari moment</b>  | <b>22</b> |
| 7.1 Jõu moment punkti suhtes . . . . .  | 22        |
| 7.2 Jõu moment telje suhtes . . . . .   | 23        |
| 7.3 Jõupaari moment . . . . .   | 24        |
| <b>8 Jõusüsteemi taandamine</b>   | <b>26</b> |
| 8.1 Lemma jõu paraleellükkest . . . . .   | 26        |
| 8.2 Jõusüsteemi peavektor ja peamoment . . . . .                                | 26        |
| 8.3 Jõusüsteemi invariandid . . . . .   | 27        |
| 8.4 Jõukruvi ehk dünaam . . . . .   | 28        |
| 8.5 Jõusüsteemi taandamise erijuhud . . . . .                                   | 30        |
| 8.6 Erikujuliste jõusüsteemide taandamine . . . . .                             | 31        |
| 8.7 Varignon'i teoreem . . . . .  | 31        |
| <b>9 Jõusüsteemi tasakaal</b>   | <b>33</b> |
| 9.1 Jõusüsteemi tasakaalu tingimused . . . . .                                  | 33        |
| 9.2 Staatiliselt määratud ja staatiliselt määramata ülesanded . . . . .         | 34        |

---

|   |           |
|---|-----------|
| <b>10 Raskuskese</b>  | <b>35</b> |
| 10.1 Paralleeljõudude kese . . . . .                                    | 35        |
| 10.2 Raskuskese . . . . .   | 36        |
| 10.3 Tükeldus- ja täiendusmeetod . . . . .                              | 37        |
| 10.4 Näited . . . . .   | 38        |
| 10.5 Pappus-Guldini teoreemid . . . . .                                 | 39        |
| <b>11 Pinnamomendid</b>   | <b>41</b> |
| 11.1 Sissejuhatus . . . . .   | 41        |
| 11.2 Staatilised momendid . . . . .                                     | 41        |
| 11.3 Inertsimomendid . . . . .  | 42        |
| 11.4 Inertsimomendid keskteljega paralleelsete telgede suhtes . . . . . | 43        |
| 11.5 Inertsimomendid pööratud telgede suhtes . . . . .                  | 44        |
| 11.6 Peateljed ja peainertsimomendid . . . . .                          | 45        |
| 11.7 Massiinertsimomendid . . . . .                                     | 46        |
| 11.8 Näide . . . . .  | 46        |
| <b>12 Jõuväli</b>   | <b>48</b> |