

Tallinna Tehnikaülikool  
Mehaanikainstituut  
Deformeeruva keha mehaanika õppetool

Andrus Salupere

# STAATIKA ÜLESANDED

Tallinn 2004/2005

## Eessõna

Käesolev ülesannete kogu on mõeldud kasutamiseks eeskätt Tallinna Tehnikaülikooli tehnilise füüsika eriala üliõpilastele staatika kursuse (EMR0010) õppimisel. Kogu koostamisel on kasutatud praktiliselt kõiki «Staatika Programmi» kirjanduse loetelus toodud õpikuid ja metoodilisi abimaterjale. Lisaks sealtoodule tuleb veel nimetada E. Topniku poolt koostatud ülesannete kogu<sup>1</sup> ja Tartu Ülikooli teoreetilise mehaanika kateedris koostatud ülesannete kogu<sup>2</sup>. Valdava osa ülesannete puhul pole ma teinud ülesannete tekstis sisulisi muutusi ega pretendeeri seega ka autorlusele. Teatud osa ülesandeid on aga originaalsed või esitatud oluliselt modifitseeritud kujul. Ülesannete valikul on silmas peetud tüüpilisi kontrolltöodes ja eksamil kasutatavaid ülesandeid. Kõik ülesanded (v.a. alajaotus 2) on varustatud vastustega.

Autor vabandab võimalike trükivigade pärast.

Andrus Salupere

---

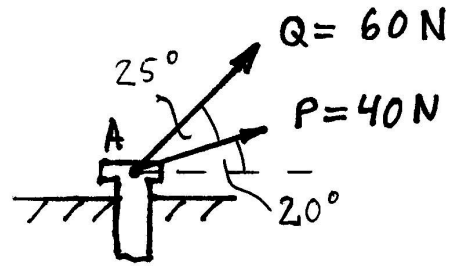
<sup>1</sup>E. Topnik (koostaja). Teoreetilise mehaanika harjutusülesanded. Tallinn, 1988.

<sup>2</sup>H. Kull, K. Soonets ja I. Vainikko (koostajad). Teoreetilise mehaanika ülesannete kogu. Tartu, 1987.

# 1 Jõudude liitmine

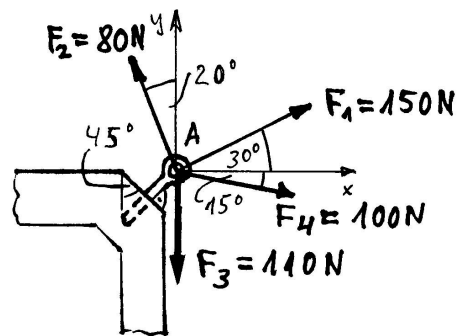
**1.1.** Poldile on rakendatud kaks jõudu  $P$  ja  $Q$ . Lei-da poldile mõjuv summaarne jõud (jõudude  $P$  ja  $Q$  re-sultant). Märkus: määrata tuleb nii jõuvektori moodul kui suund!

Vastus:  $R = 97,7 \text{ N}$ ;  $\lambda = 35,04^\circ$



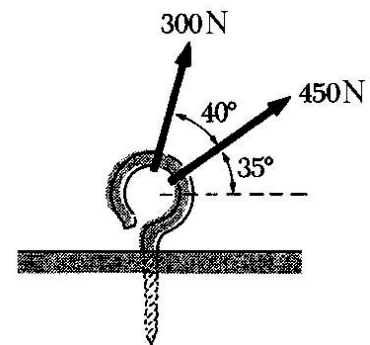
**1.2.** Poldile on punktis  $A$  rakendatud neli jõudu  $F_1, \dots, F_4$ . Leida 1) nende jõudude resultant ja 2) re-sultandi projektsioon poldi teljel ja poldi teljega ristul-val sihil.

Vastus:  $R = 199,6 \text{ N}$ ;  $\lambda = 4,1^\circ$ ;  
 $R_t = 150,4 \text{ N}$ ;  $R_s = 130,7 \text{ N}$



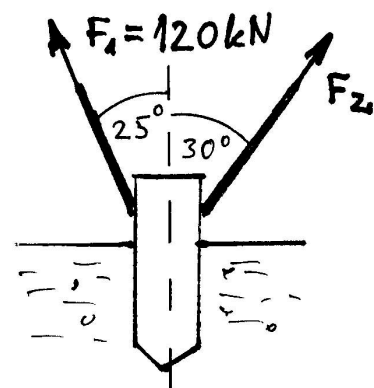
**1.3.** Poldile on rakendatud kaks jõudu. Leida nen-de jõudude resultant.

Vastus:  $R = 706,6 \text{ N}$ ;  $\lambda = 50,8^\circ$ .



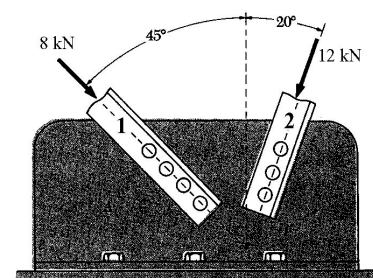
**1.4.** Vaia tõmmatakse maast välja kahe trossi abil. Leida selline jõu  $F_2$  väärtus, mille puhul vaiale mõjuv resultant (summaarne jõud) oleks vertikaalne. Kui suur see resultant on?

Vastus:  $F_2 = 101 \text{ kN}$ ;  $R = 197 \text{ kN}$ .



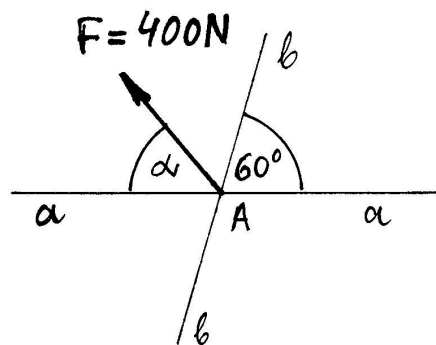
**1.5.** Vardad 1 ja 2 on needitud sõlmlehe külge. Lei-da vardasihiliste jõudude resultant.

Vastus:  $R = 17,0 \text{ kN}$ ;  $\beta = 5,2^\circ$ .



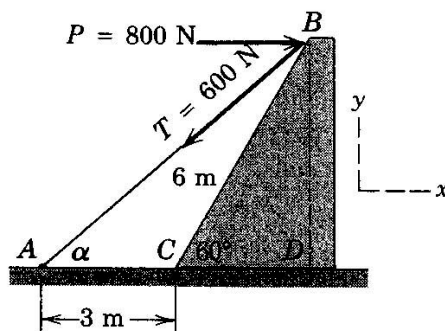
**1.6.** Jõud  $F = 400\text{ N}$  tuleb jaotada komponentideks joonte  $a - a$  ja  $b - b$  sihis. Leida nurk  $\alpha$ , kui  $F_{b-b} = 150\text{ N}$ .

Vastus:  $\alpha = 18,95^\circ$ .



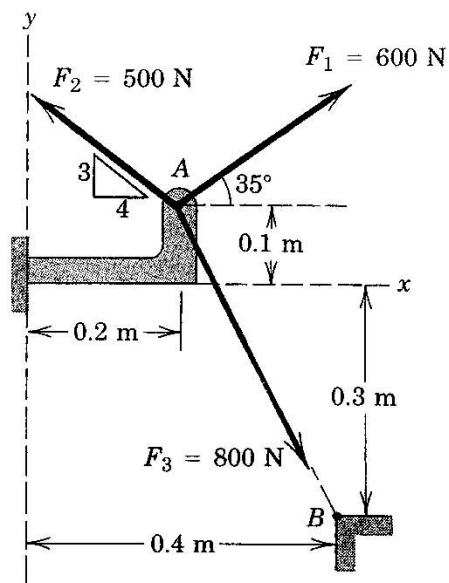
**1.7.** Konstruktsioonile mõjuvad punktis  $B$  jõud  $P$  ja  $T$ . Leida nende jõudude resultant

Vastus:  $R = 524\text{ N}$ ;  $\vartheta = 48,6^\circ$ .



**1.8.** Kronsteinile on punktis  $B$  rakendatud jõud  $F_1, F_2$  ja  $F_3$ . Jõuvektorite suund on määratud kolmel erineval moel. Leida nende jõudude projektsioonid koordinaattelgedel  $x$  ja  $y$ .

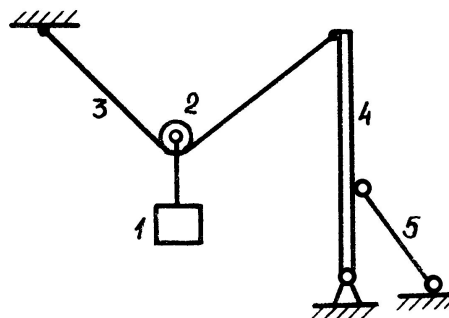
Vastus:  $F_{1x} = 491\text{ N}$ ;  $F_{1y} = 344\text{ N}$ ;  
 $F_{2x} = -400\text{ N}$ ;  $F_{2y} = 300\text{ N}$ ;  
 $F_{3x} = 358\text{ N}$ ;  $F_{3y} = -716\text{ N}$ .



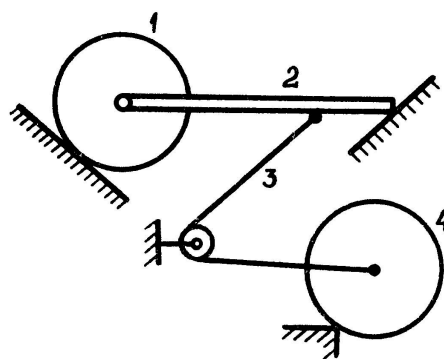
## 2 Sidemereaktsioonid ja jõudude märkimine

Käesoleva alajaotuse ülesanded pole vastustega varustatud, sest vastused on graafilised.

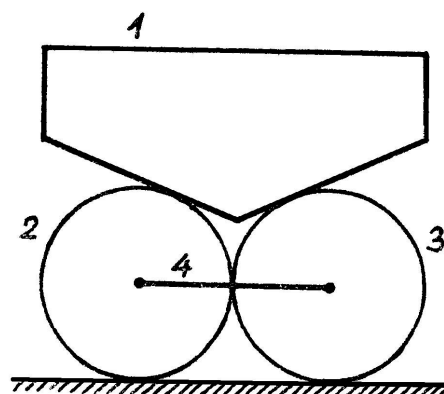
**2.1.** Vabastada kehad 1, 2, 4 ja 5 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1 ja 4 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



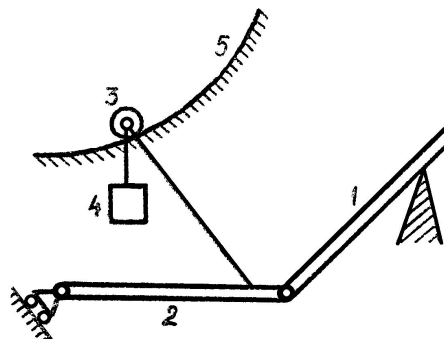
**2.2.** Vabastada kehad 1, 2 ja 4 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 4 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



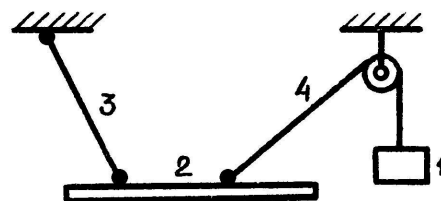
**2.3.** Vabastada kehad 1–3 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 3 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks. Kehad 2 ja 3 puutuvad kokku keha 4 mõjul.



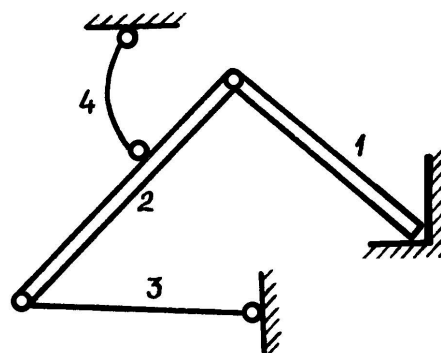
**2.4.** Vabastada kehad 1–4 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 4 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



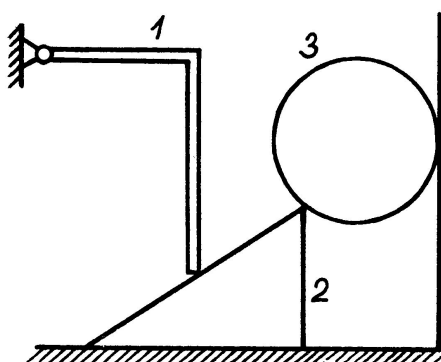
**2.5.** Vabastada kehad 1 ja 2 sidemetest ning märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1 ja 2 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



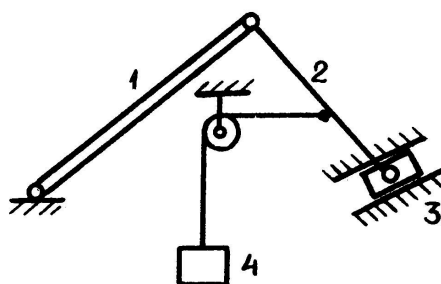
**2.6.** Vabastada nummerdatud kehad sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1 ja 2 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



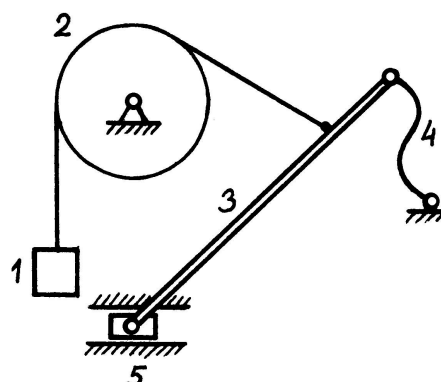
**2.7.** Vabastada nummerdatud kehad sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 3 on rasked.



**2.8.** Vabastada kehad 1, 2 ja 4 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1 ja 4 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



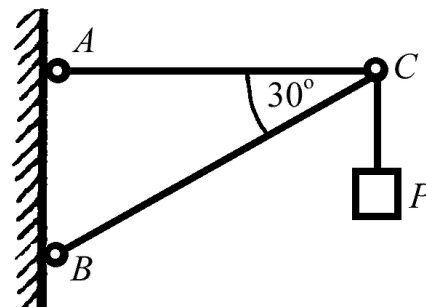
**2.9.** Vabastada kehad 1–4 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 3 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



### 3 Koonduva jõusüsteemi tasakaal

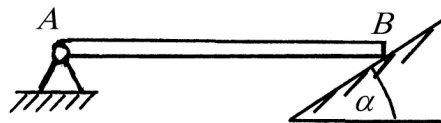
**3.1.** Keha kaaluga 100 N on kinnitatud seina külge kergete varrastega  $AC$  ja  $BC$ . Leida varrastes  $AC$  ja  $BC$  mõjuvad jõud.

Vastus:  $F_{AC} = 100\sqrt{3}$  N;  $F_{BC} = 200$  N.



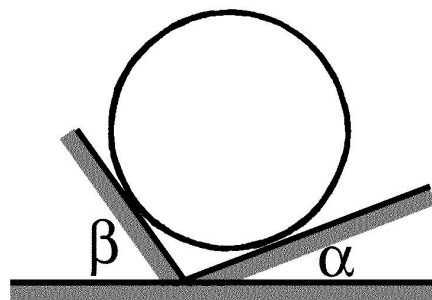
**3.2.** Tala  $AB$  kaaluga  $P$  on otsast  $A$  kinnitatud liigendiga ja toetub otsaga  $B$  siledale kaldpinnale, mille kaldenurk on  $\alpha$ . Leida liigendi ja kaldpinna reaktsioonid.

Vastus:  $F_A = N_B = \frac{P}{2 \cos \alpha}$



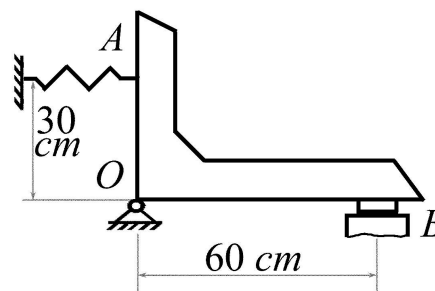
**3.3.** Ühtlane silinder kaaluga  $P$  toetub kahele siledale kaldpinnale kaldenurkadega  $\alpha$  ja  $\beta$ . Leida kaldpindade reaktsioonid.

Vastus:  $F_\alpha = \frac{P \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$ ;  $F_\beta = \frac{P \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$ ;



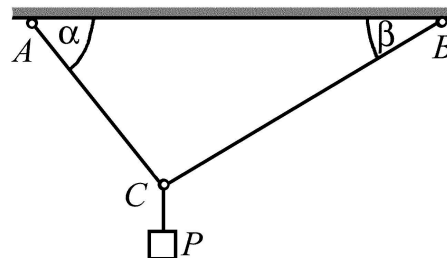
**3.4.** Hoovale  $AOB$  mõjub vedru elastsusjõud 100 N. Leida hoova surve klapile  $B$  ja liigendi  $O$  reaktsioon.

Vastus:  $F_O = 111,8$  N;  $F_B = 50$  N.



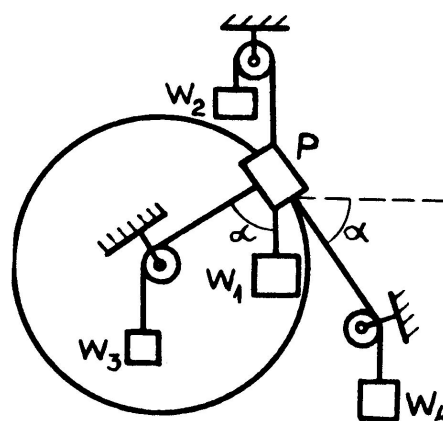
**3.5.** Raskus  $P$  on kinnitatud varrastes  $AC$  ja  $BC$  külge. Leida varrastes  $AB$  ja  $BC$  mõjuvad jõud.

Vastus:  $F_{AC} = \frac{P \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$ ;  $F_{BC} = \frac{P \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$ .



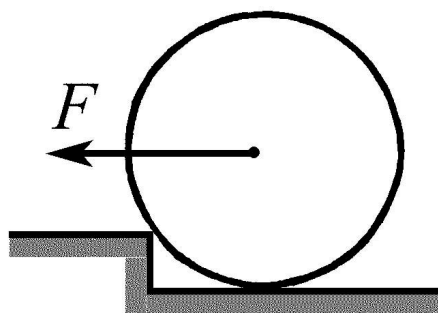
**3.6.** Võru  $P$  saab libiseda ringjoonekujulisel traadil ja tema külge on kinnitatud neli nööri raskstega otstes. Raskused  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$  ja nurk  $\alpha$  on tuntud ning raskust  $W_3$  hoidev väike plokk asub ringi tsentris. Lei-  
da raskus  $W_4$  ja traadi reaktsioon tasakaalu puhul.

*Vastus:*  $N = (W_1 - W_2) \cos \alpha + W_3$ ;  
 $W_4 = (W_2 - W_1) \sin \alpha$ .



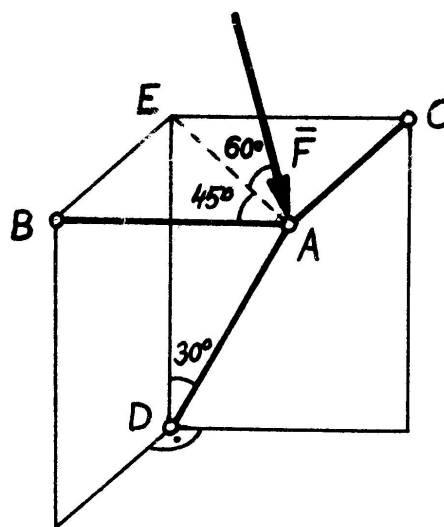
**3.7.** Kui suur horisontaalne jõud  $F$  tuleb rakendada silindri tsentrisse, et tõsta ta astmele? Silindri kaal  $G = 4$  kN ja raadius  $r = 40$  cm, astme kõrgus  $h = 8$  cm.

*Vastus:*  $F = 3$  kN.



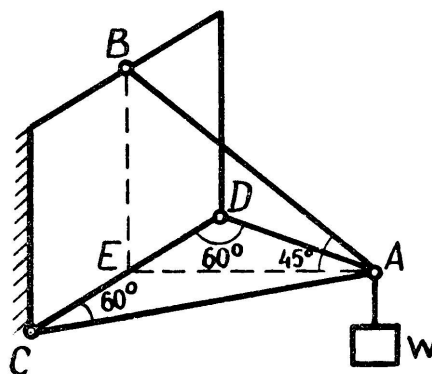
**3.8.** Varraste  $AB$ ,  $AC$  ja  $AD$  ühenduspunktis  $A$  mõjub jõud  $F = 10$  N, mis asub kolmnurgaga  $AED$  samas vertikaaltasapinnas ja moodustab sirgega  $AE$  nurga  $60^\circ$ . Kujund  $ABEC$  on horisontaalne ruut. Lei-  
da varrastes mõjuvad jõud.

*Vastus:*  $F_{AB} = F_{AC} = 5\sqrt{2}$  N;  $F_{AD} = 10$  N.



**3.9.** Raskus  $W = 200$  N on kinnitatud vertikaalse seina külge kolme kerge vardaga. Kolmnurk  $ACD$  on horisontaalne ja kolmnurk  $ABE$  vertikaalne. Lei-  
da varrastes mõjuvad jõud.

*Vastus:*  $F_{AB} = 200\sqrt{2}$  N;  $F_{AD} = F_{AC} = \frac{200}{\sqrt{3}}$  N

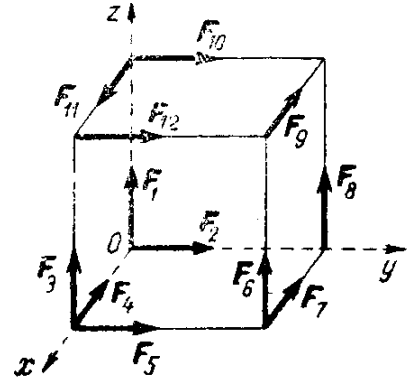




## 4 Jõusüsteemi taandamine

**4.1.** Kuubi serva pikkus on  $a$  ja talle on rakendatud 12 joonisel näidatud jõudu  $F_1 = \dots = F_{12} = F$ . Taandada antud jõusüsteem lihtsaimale kujule.

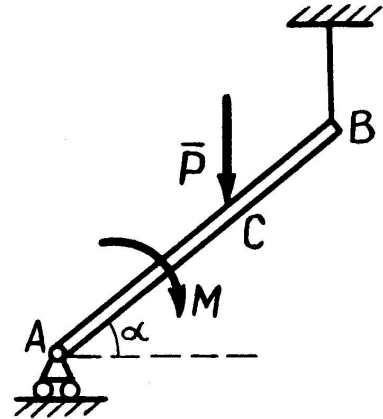
Vastus:  $R_x = -2F$ ;  $R_y = 4F$ ;  $R_z = 4F$ ;  
 $M_{Ox} = 0$ ;  $M_{Oy} = -2Fa$ ;  $M_{Oz} = 4Fa$ ;  
 tsentraaltelg:  
 $-9y + 9z + a = 0$ ;  $18x + 9z - 13a = 0$ .



## 5 Jõusüsteemi tasakaal

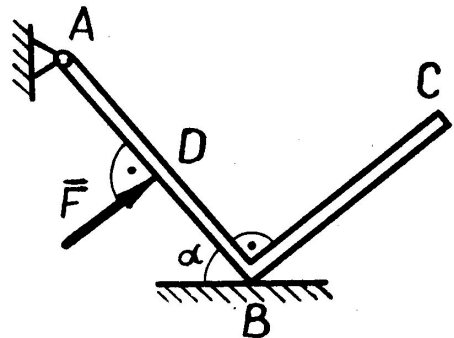
**5.1.** Tala  $AB$  kaal on  $G$ , pikkus  $l$  ning talle mõjub jõupaari moment  $M$  ja vertikaalne jõud  $P$ . Tala ots  $A$  toetub rullidele ja teda hoitakse horisontaali suhtes nurga  $\alpha$  all punkti  $B$  kinnitatud vertikaalse nööri abil. Leida tugevde reaktsioonid kui  $BC = 1/3l$ .

Vastus:  $F_A = -\frac{M}{l \cos \alpha} + \frac{G}{2} + \frac{P}{3}$ ;  
 $F_B = \frac{M}{l \cos \alpha} + \frac{G}{2} + \frac{2P}{3}$ .



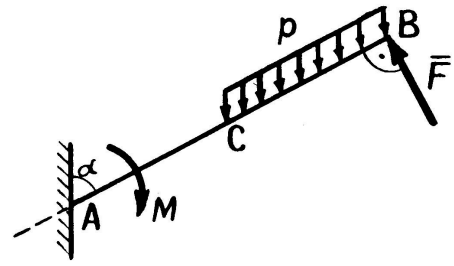
**5.2.** Täisnurkne nurkkang on kinnitatud liigendiga  $A$  ja toetub horisontaalsele pörandale. Nurk  $\alpha$  on teada,  $AB = l_1$ ,  $BC = l_2$  ning vastavate osade kaalud on  $G_1$  ja  $G_2$ . Leida  $AB$  keskpunktis rakendatud jõu  $F$  väärtus, mille puhul kang hakkab pöörduma üles.

Vastus:  $F = (G_1 + 2G_2) \cos \alpha + G_2 \frac{l_2}{l_1} \sin \alpha$ .



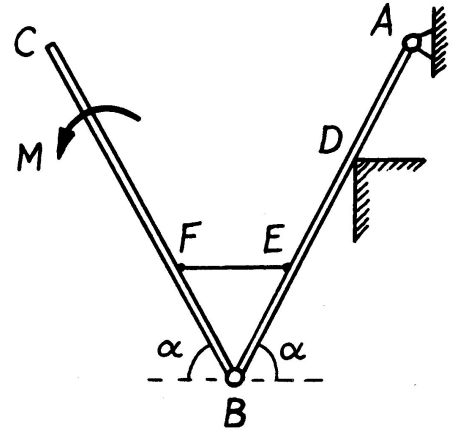
**5.3.** Kerge tala  $AB$  on müüritud seinale, nii et ta moodustab vertikaaliga nurga  $\alpha$ . Talale mõjub jõud  $F$ , jõupaari moment  $M$  ja ühtlaselt jaotatud koormus intensiivsusega  $p$ . Leida toe  $A$  reaktsioonid, kui  $AC = CB = l$ .

Vastus:  $F_{Ax} = F \cos \alpha$ ;  $F_{Ay} = pl - F \sin \alpha$ ;  
 $M_A = M + 1.5pl^2 \sin \alpha - 2Fl$ .



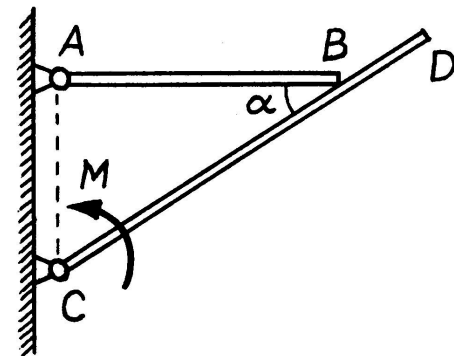
**5.4.** Talade  $AB$  ja  $BC$  kaalud on  $G$  ja pikkused  $l$ . Punktides  $A$  ja  $B$  on liigendid ning  $EF$  on nöör. Talale  $BC$  mõjub jõupaari moment  $M$ , nurk  $\alpha$  on teada ja  $AD = DE = EB = BF$ . Leida liigendite  $A$  ja  $B$  reaktsioonid.

Vastus:  $F_{Ax} = 6G \cos \alpha \sin \alpha + \frac{3M}{l} \sin \alpha$ ;  
 $F_{Ay} = 2G(1 - 3 \cos^2 \alpha) - \frac{3M}{l} \cos \alpha$ ;  
 $F_{Bx} = \frac{3M}{l \sin \alpha} + \frac{3G \cot \alpha}{2}$ ;  $F_{By} = G$ .



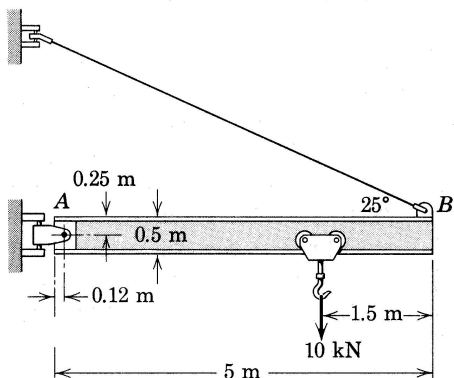
**5.5.** Horisontaalse tala  $AB$  kaal on 500 N. Tala  $CD$  pikkus on 4 m ja kaal 600 N.  $BD = 1$  m,  $\alpha = 30^\circ$ . Leida jõupaari momendi  $M$  väärtus ja tugede  $A$  ja  $C$  reaktsioonid tasakaalu korral.

Vastus:  $M = 1905,3 \text{ Nm}$ ;  $F_{Ax} = 144,3 \text{ N}$ ;  
 $F_{Ay} = 250 \text{ N}$ ;  $F_{Cx} = 144,3 \text{ N}$ ;  $F_{Cy} = 850 \text{ N}$



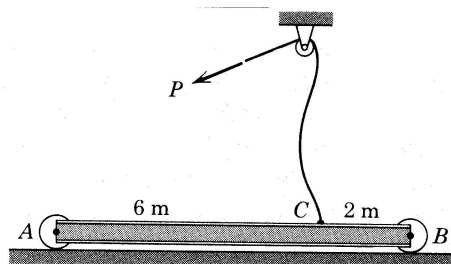
**5.6.** Leida poomkraana trossis ja liigendis  $A$  mõjuvad jõud. Tala  $AB$  on standardne 0,5 m kõrgune I-tala mille jooksva meetri mass on 95 kg.

Vastus:  $T = 19,61 \text{ kN}$ ;  
 $F_{Ax} = 17,77 \text{ kN}$ ;  $F_{Ay} = 6,37 \text{ kN}$ .



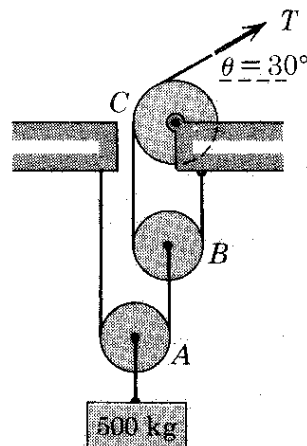
**5.7.** Ühtlane 100 kg raskune I-tala asub algselt horisontaalsel põrandal, toetudes rullikutele  $A$  ja  $B$ . Punktis  $C$  kinnitatud trossi abil tõstetakse tala ots  $B$  3 m kõrgusele. Leida uuele asendile vastav tõmme trossis, reaktsioonjõud punktis  $A$  ja nurk, mille tala moodustab horisontaaliga.

Vastus:  $P = 654 \text{ N}$ ;  $F_A = 327 \text{ N}$ ;  $\vartheta = 22,0^\circ$ .



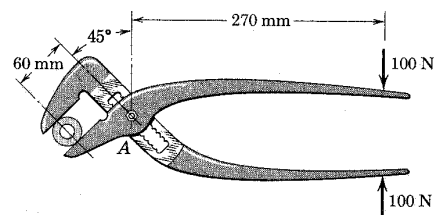
**5.8.** Keha massiga 500 kg tõstetakse kolmest plokkist koosneva süsteemi (polüspasti) abil. Leida trossides ja liigendis  $C$  mõjuvad jõud tasakaalu puhul. Kõik plokkid saavad pöörelda hõõrdevabalt ümber oma tsentri, trossid ei libise plokkidel ja plokkide ning trosside kaalud on väikesed võrreldes tõstetava keha kaaluga.

Vastus:  $T_{AB} = 2452 \text{ N}$ ;  $T_{BC} = T = 1226 \text{ N}$ ;  
 $F_{Cx} = 1062 \text{ N}$ ;  $F_{Cy} = 613 \text{ N}$ .



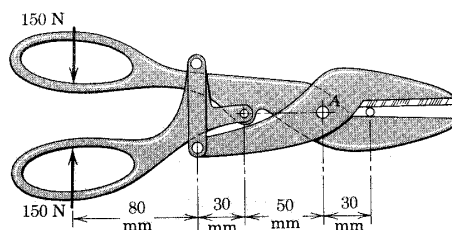
**5.9.** Leida jõud, mis mõjub näpitiangide liigendis  $A$  asuvale tihvtile. Arvandmed on esitatud kõrvaloleval joonisel.

Vastus:  $F_A = 525 \text{ N}$ .



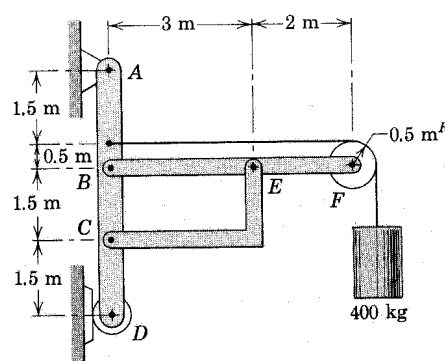
**5.10.** Mitmehoovalisi lõiketange kasutatakse tavaliste lõiketangidega võrreldes suurema lõikejõu saavutamiseks. Leida lõikejõud, mis mõjub lõiketerade vahel olevale kehale kõrvaloleval joonisel kujutaud juhul.

Vastus:  $F = 1467 \text{ N}$ .



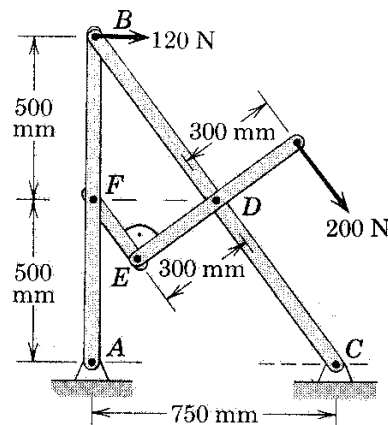
**5.11.** Joonisel kujutatud raami külge on riputatud 400 kg massiga keha. Määrata raami osadele mõjuvad jõud, st., reaktsioonjõud punktides  $A, B, C, D, E$  ja  $F$ . Raami osade kaalusid mitte arvestada.

Vastus:  $F_D = F_{Ax} = 4,32 \text{ N}$ ;  
 $F_{Ay} = F_{Fx} = F_{Fy} = 3,92 \text{ N}$ ;  
 $F_{Cx} = F_{Ex} = 13,08 \text{ N}$ ;  $F_{Cy} = F_{Ey} = 0,5F_{Cx}$ ;  
 $F_{Bx} = 9,15 \text{ N}$ ;  $F_{By} = 2,62 \text{ N}$ .

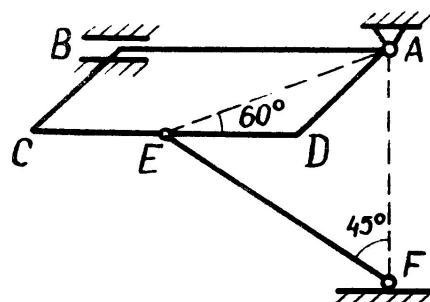


**5.12.** Kergele raamile on rakendatud kaks jõudu joonisel kujutatud viisil. Leida jõud, mis mõjuvad raami osadele, st., sidemete reaktsioonid liigendites  $A, B, C, D, E$  ja  $F$ .

Vastus:  $F_{Ax} = 60 \text{ N}; F_{Ay} = 240 \text{ N}; F_{Bx} = 60 \text{ N};$   
 $F_{By} = 80 \text{ N}; F_{Cx} = 300 \text{ N}; F_{Cy} = 400 \text{ N};$   
 $F_D = 400 \text{ N}; F_E = F_F = 200 \text{ N}.$



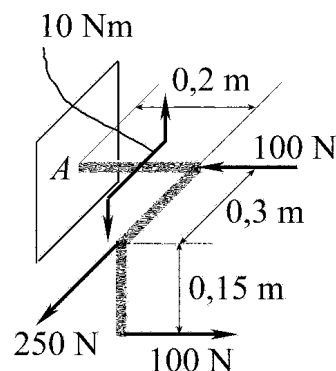
**5.13.** Horisontaalne ristkülikuline plaat kaaluga  $G$  on punktis  $A$  kinnitatu sfäärilise liigendiga, punktis  $B$  silindrilise liigendiga ja punktis  $E$  kerge vardaga. Leida tugevate reaktsioonid, kui  $CE = ED$ , punktid  $A$  ja  $F$  on ühel vertikaalil ja silindriline liigend punktis  $B$  ei võta vastu momentkoormust.



Vastus:  $F_{Ax} = \frac{\sqrt{3}}{4}G; F_{Ay} = \frac{G}{4}; F_{Az} = \frac{G}{4}; F_{Bx} = 0; F_{Bz} = \frac{G}{4}; F_E = \frac{G}{\sqrt{2}}.$

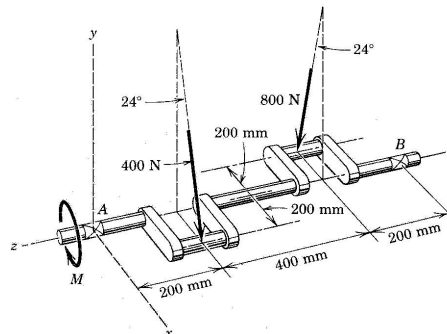
**5.14.** Murtud varras on punktis  $A$  kinnitatud järgalt seinale ning talle mõjuvad joonisel näidatud jõud. Leida toereaktsioonid.

Vastus:  $F_{Ax} = 250 \text{ N}; F_{Ay} = F_{Az} = 0;$   
 $M_{Ax} = 15 \text{ Nm}; M_{Ay} = 10 \text{ Nm}; M_{Az} = 20 \text{ Nm}.$



**5.15.** Joonisel näidatud asendi puhul mõjuvad väikese kahesilindrilise mootori vääntvõllile jõud 800 N ja 400 N. Leida laagrite  $A$  ja  $B$  reaktsioonid ja jõupaari moment  $M$ , eeldedes, et vääntvõll on tasakaalus.

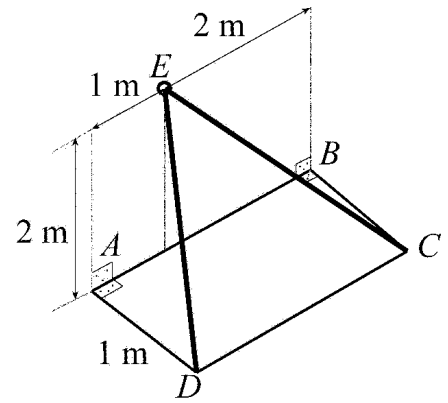
Vastus:  $F_{Ax} = 40,7 \text{ N}; F_{Ay} = 457 \text{ N}; F_{Bx} = 203 \text{ N};$   
 $F_{By} = 639 \text{ N}; M = 73,1 \text{ Nm}.$



**5.16.** Horisontaalse ristkülikulise plaadi kaal on  $G$ . Plaat on kinnitatud vertikaalse seina külge hingedega punktides  $A$  ja  $B$  ning nööri  $CED$ . Leida tõmme nööris ja hingede reaktsioonid, eeldades, et punktis  $E$  on hõõrdevaba aas, hing  $A$  ei võta vastu teljesihilist koormust ja mitte kumbki hing ei võta vastu momentkoormust.

$$\text{Vastus: } F_{Ax} = \frac{G}{6}; F_{Az} = \frac{3 + \sqrt{6}(1 - \sqrt{3})}{2(3 + \sqrt{6})}G; F_{Bx} = \frac{G}{12};$$

$$F_{By} = \frac{3 - 2\sqrt{6}}{4(3 + \sqrt{6})}G; F_{Bz} = \frac{3\sqrt{2}}{2(3 + \sqrt{6})}G; T = \frac{3\sqrt{6}}{4(3 + \sqrt{6})}G.$$



## 6 Raskuskese ja Pappus–Guldini teoreemid

**6.1.** Leida ringjoone kaare raskuskeskme koordinaat kui ringjoone raadius on  $R$ , vastav kesknurk  $2\alpha$ , ringjoone keskpunkt asub koordinaatide alguses ja  $x$  telg on sümmeetriateljeks.

$$\text{Vastus: } x_C = \frac{R \sin \alpha}{\alpha}.$$

LAHENDATAKSE LOENGUS

**6.2.** Leida ringi sektori ja poolringi raskuskeskme koordinaat kui ringi raadius on  $R$ , vastav kesknurk  $2\alpha$ , ringi keskpunkt asub koordinaatide alguses ja  $x$  telg on sümmeetriateljeks.

$$\text{Vastus: sektor: } x_C = \frac{2R \sin \alpha}{3\alpha}; \quad \text{poolring: } x_C = \frac{4R}{3\pi}.$$
 LAHENDATAKSE LOENGUS

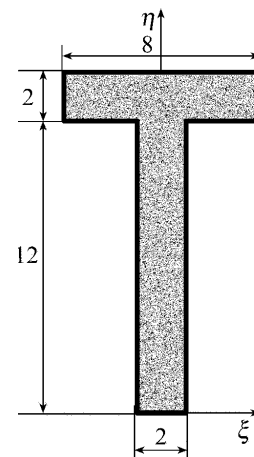
**6.3.** Leida poolkera raskuskeskme koordinaat kui kera raadius on  $R$ , kera keskpunkt asub koordinaatide alguses ja  $z$  telg on sümmeetriateljeks.

$$\text{Vastus: } z_C = \frac{3R}{8}.$$

LAHENDATAKSE LOENGUS

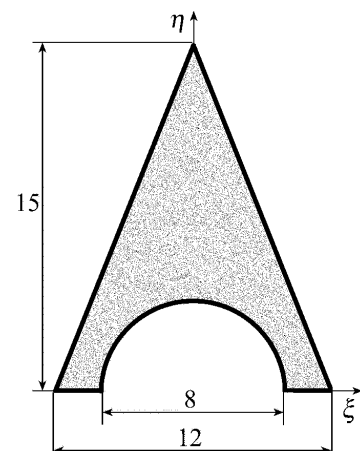
**6.4.** Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud sentimeetrites.

$$\text{Vastus: } \eta_C = 8,80 \text{ cm}$$



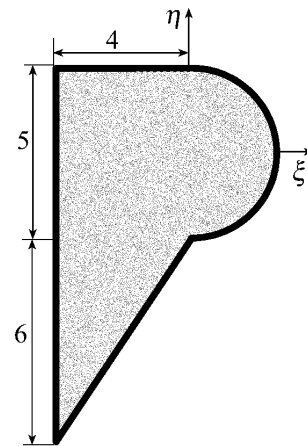
**6.5.** Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud sentimeetrites.

$$\text{Vastus: } \eta_C = 6,28 \text{ cm}$$



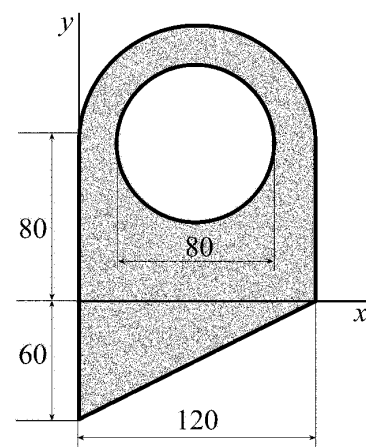
**6.6.** Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud sentimeetrites.

Vastus:  $\xi_C = -1,47$  mm;  $\eta_C = -1,29$  mm.



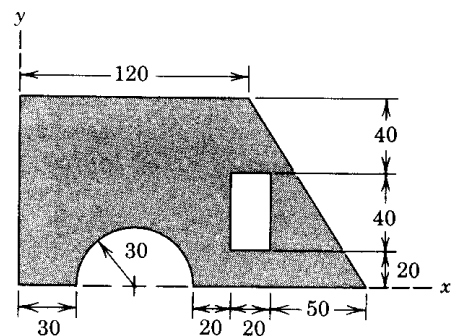
**6.7.** Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud millimeetrites.

Vastus:  $x_C = 54,8$  mm;  $y_C = 36,6$  mm.



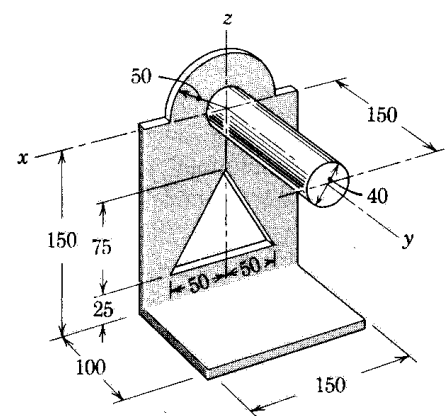
**6.8.** Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud millimeetrites.

Vastus:  $x_C = 75,0$  mm;  $y_C = 50,8$  mm.



**6.9.** Leida joonisel kujutatud liitkeha (mis koosneb kronsteinist ja vardast) masskeskme koordinaadid. Kronsteini vertikaalne osa on tehtud metallehest, mille mass on  $25 \text{ kg/m}^2$ . Horisontaalse osa materjali mass on  $40 \text{ kg/m}^2$  ja varda materjali tihedus  $7,83 \text{ Mg/m}^3$ . Kõik mõõtmed on antud millimeetrites.

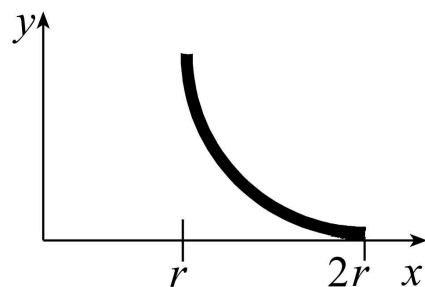
Vastus:  $x_C = 0$  mm;  $y_C = 53,3$  mm;  $z_C = -45,7$  mm.



**6.10.** Leida veerand ringjoone pöörlemisel ümber  $y$  telje tekkinud pöördpinna pindala ja vastava pöördkeha ruumala.

$$\text{Vastus: } A = 2r^2\pi(\pi - 1); \quad V = \frac{\pi r^3(14 - 3\pi)}{3}.$$

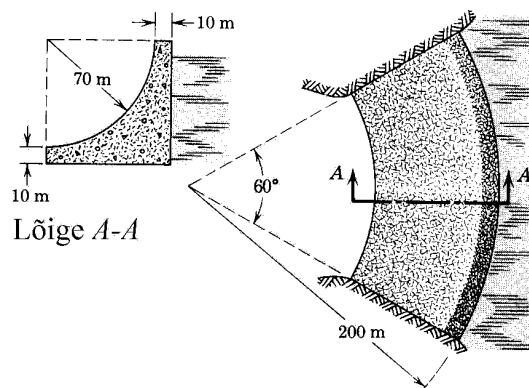
LAHENDATAKSE LOENGUS



**6.11.** Leida joonisel kujutatud kaarekujulise betoontammi mass kui betooni tihedus on  $\rho = 2,4 \text{ Mg/m}^3$ .

$$\text{Vastus: } m = 1,126 \cdot 10^6 \text{ tonni.}$$

LAHENDATAKSE LOENGUS



## 7 Pinnamomendid

**7.1.** Leida kujundi keskpeateljed ja keskpeainertsimomendid kasutades ülesande 6.4 andmeid ja tulemusi.

$$\text{Vastus: } I_1 = I_x = 763,7 \text{ cm}^4 \quad I_2 = I_y = 93,3 \text{ cm}^4$$

**7.2.** Leida kujundi keskpeateljed ja keskpeainertsimomendid kasutades ülesande 6.5 andmeid ja tulemusi.

$$\text{Vastus: } I_1 = I_x = 717 \text{ cm}^4 \quad I_2 = I_y = 439 \text{ cm}^4$$

**7.3.** Leida kujundi keskpeateljed ja keskpeainertsimomendid kasutades ülesande 6.6 andmeid ja tulemusi.

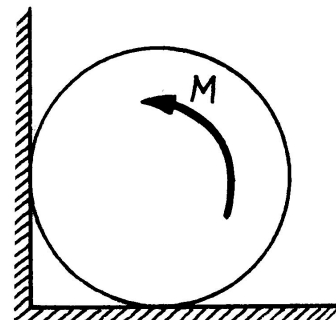
$$\text{Vastus: } I_1 = 287 \text{ cm}^4 \quad I_2 = 94 \text{ cm}^4 \quad \alpha_1 = 24,4^\circ$$



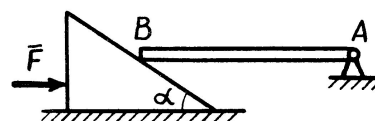
## 8 Hõõre

**8.1.** Ühtlane silinder kaaluga  $G$  ja raadiusega  $r$  asetseb karedal põrandal ja puutub vastu karedat seinna. Hõõrdetegur mõlema pinna ja silindri vahel on  $f$ . Leida momendi  $M$  maksimaalne väärtus tasakaalu puhul.

$$\text{Vastus: } M = \frac{(1+f)fGr}{1+f^2}.$$

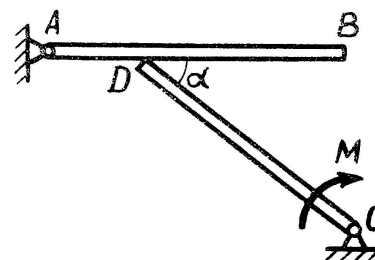


**8.2.** Horisontaalne tala  $AB$  kaaluga  $W$  on otsas  $A$  kinnitatud liigendiga ja toetub otsaga  $B$  siledal põrandal asetsevale kiilule. Kiilu kaal on  $G$ , kaldenurk horisontaali suhtes  $\alpha$  ja hõõrdetegur tala ning kiilu vahel on  $f$ . Leida jõu  $F$  minimaalne väärtus, mille puhul kiil hakkab liikuma paremale.



$$\text{Vastus: } F_{\min} = \frac{W(f \cos \alpha + \sin \alpha)}{2(\cos \alpha - f \sin \alpha)}.$$

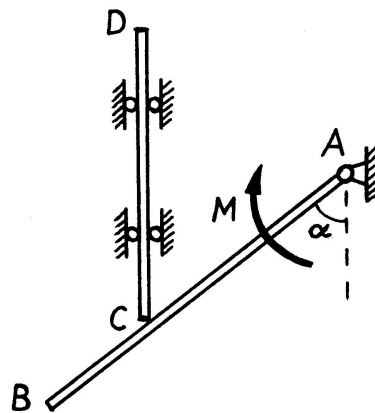
**8.3.** Horisontaalse tala  $AB$  kaal on  $G$ . Ta on punktis  $A$  kinnitatud liigendiga ning toetub punktis  $D$  teisele talale  $CD$ . Tala  $CD$  kaal on  $W$  ja pikkus  $l$ . Hõõrdetegur punktis  $D$  on  $f$  ja nurk  $\alpha$  on teada. Leida momendi  $M$  minimaalne ja maksimaalne väärtus tasakaalu korral, kui  $AD = \frac{1}{3}AB$ .



$$\text{Vastus: } M_{\max} = [W \cos \alpha + 3G(\cos \alpha + f \sin \alpha)] \frac{l}{2}$$

$$M_{\min} = [W \cos \alpha + 3G(\cos \alpha - f \sin \alpha)] \frac{l}{2}$$

**8.4.** Tala  $AB$  kaal on  $G$  ja pikkus  $l$  ning ta on otsas  $A$  kinnitatud liikumatu liigendiga. Tala  $CD$  kaal on  $W$  ja ta saab liikuda vertikaalsihis hõõrdevabade rullide vahel. Punktis  $C$  toetub tala  $CD$  talale  $AB$ , hõõrdetegur nende vahel on  $f$ . Leida momendi  $M$  maksimaalne ja minimaalne väärtus tasakaalu puhul, kui nurk  $\alpha$  on teada ja  $BC = \frac{1}{3}l$ .

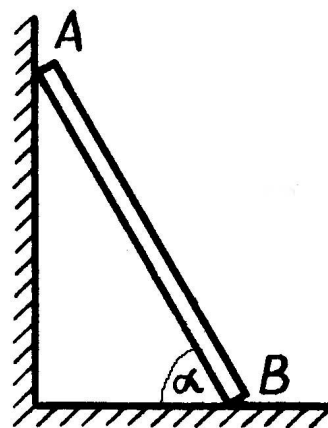


$$\text{Vastus: } M_{\min} = \left[ \frac{G \sin \alpha}{2} + \frac{2W}{3(\sin \alpha + f \cos \alpha)} \right] l,$$

$$M_{\max} = \left[ \frac{G \sin \alpha}{2} + \frac{2W}{3(\sin \alpha - f \cos \alpha)} \right] l.$$

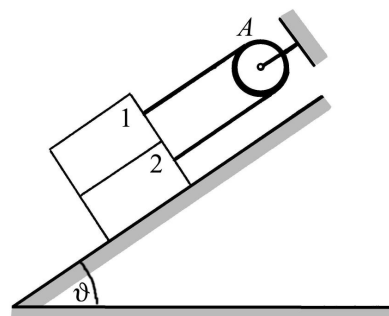
**8.5.** Redelil  $AB$  kaaluga  $100\text{ N}$  seisab punktis  $A$  inimene kaaluga  $900\text{ N}$ . Hõõrdetegur punktis  $B$  on  $f_B = 0,5$ . Leida nurga  $\alpha$  minimaalne väärtus tasakaalu korral 1) kui sein on sile, st. hõõret punktis  $A$  ei arvestata ja 2) kui sein on kare ja hõõrdetegur punktis  $B$  on  $f_B = f_A = 0,5$ .

Vastus: 1)  $\alpha_{\min} = 62,2^\circ$ ;      2)  $\alpha_{\min} = 61,9^\circ$ .



**8.6.** Kaks klotsi, kaaludega  $P_1 = 50\text{ N}$  ja  $P_2 = 25\text{ N}$ , asuvad kaldpinnal kaldenurgaga  $\vartheta$ . Klotsid on ühendatud nõoriga üle ploki  $A$ . Hõõrdetegur klotside vahel on  $f = 0,15$  ja klotsi 2 ning kaldpinna vahel hõõre puudub. Leida nurga  $\vartheta$  minimaalne väärtus, mille puhul süsteem hakkab liikuma.

Vastus:  $\vartheta_{\min} \approx 31^\circ$ .



**8.7.** Kuidas määrata joonisel kujutatud katseseadme abil kaldpinna ja klotsi vaheline hõõrdetegur  $f$ .

Vastus:  $f = \tan \vartheta$ , kus  $\vartheta$  on minimaalne nurk, mille puhul klots hakkab libisema.

