

Tallinna Tehnikaülikool
Mehaanikainstituut
Deformeeruva keha mehaanika õppetool

Andrus Salupere

STAATIKA ÜLESANDED

Tallinn 2005/2006

Eessõna

Käesolev ülesannete kogu on mõeldud kasutamiseks eeskätt Tallinna Tehnikaülikooli tehnilise füüsika eriala üliõpilastele staatika kursuse (EMR0010) õppimisel. Kogu koostamisel on kasutatud praktiliselt kõiki «Staatika Programmi» kirjanduse loetelus toodud õpikuid ja metoodilisi abimaterjale. Lisaks sealtoodule tuleb veel nimetada E. Topniku poolt koostatud ülesannete kogu¹ ja Tartu Ülikooli teoreetilise mehaanika kateedris koostatud ülesannete kogu². Valdava osa ülesannete puhul pole ma teinud ülesannete tekstis sisulisi muutusi ega pretendeeri seega ka autorlusele. Teatud osa ülesandeid on aga originaalsed või esitatud oluliselt modifitseeritud kujul. Ülesannete valikul on silmas peetud tüüpilisi kontrolltöodes ja eksamil kasutatavaid ülesandeid. Kõik ülesanded (v.a. alajaotus 2) on varustatud vastustega.

Autor vabandab võimalike trükivigade pärast.

Andrus Salupere

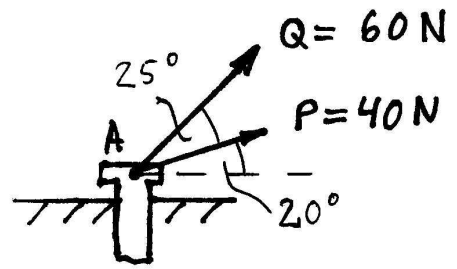
¹E. Topnik (koostaja). Teoreetilise mehaanika harjutusülesanded. Tallinn, 1988.

²H. Kull, K. Soonets ja I. Vainikko (koostajad). Teoreetilise mehaanika ülesannete kogu. Tartu, 1987.

1 Jõudude liitmine

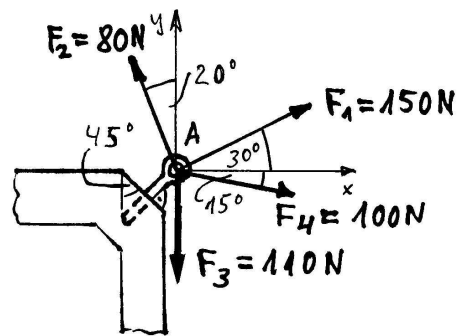
1.1. Poldile on rakendatud kaks jõudu P ja Q . Leida poldile mõjuv summaarne jõud (jõudude P ja Q resultant). Märkus: määrata tuleb nii jõuvektori moodul kui suund!

Vastus: $R = 97,7 \text{ N}$; $\lambda = 35,04^\circ$



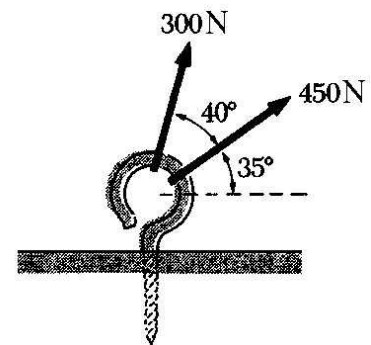
1.2. Poldile on punktis A rakendatud neli jõudu F_1, \dots, F_4 . Leida 1) nende jõudude resultant ja 2) resultandi projektsioon poldi teljel ja poldi teljega ristulval silhil.

Vastus: $R = 199,6 \text{ N}$; $\lambda = 4,1^\circ$;
 $R_t = 150,4 \text{ N}$; $R_s = 130,7 \text{ N}$



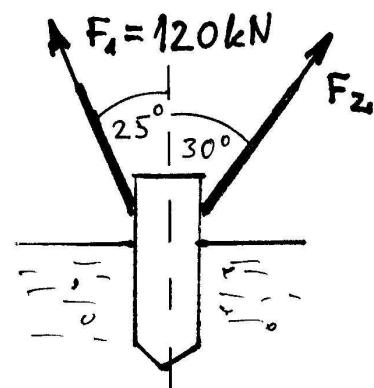
1.3. Poldile on rakendatud kaks jõudu. Leida nende jõudude resultant.

Vastus: $R = 706,6 \text{ N}$; $\lambda = 50,8^\circ$.



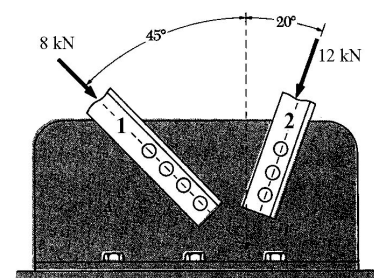
1.4. Vaia tõmmatakse maast välja kahe trossi abil. Leida selline jõu F_2 väärtus, mille puhul vaiale mõjuv resultant (summaarne jõud) oleks vertikaalne. Kui suur see resultant on?

Vastus: $F_2 = 101 \text{ kN}$; $R = 197 \text{ kN}$.



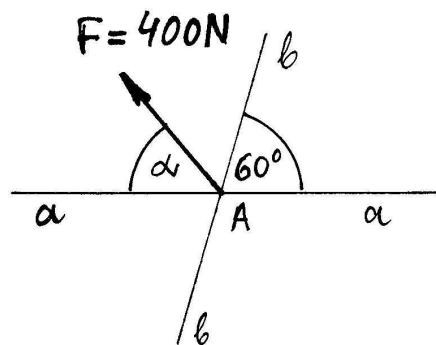
1.5. Vardad 1 ja 2 on needitud sõlmlehe külge. Leida vardasihiliste jõudude resultant.

Vastus: $R = 17,0 \text{ kN}$; $\beta = 5,2^\circ$.



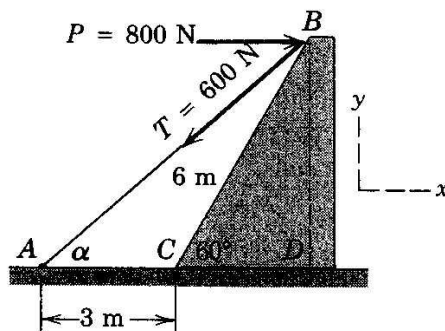
1.6. Jõud $F = 400\text{ N}$ tuleb jaotada komponentideks joonte $a - a$ ja $b - b$ sihis. Leida nurk α , kui $F_{b-b} = 150\text{ N}$.

Vastus: $\alpha = 18,95^\circ$.



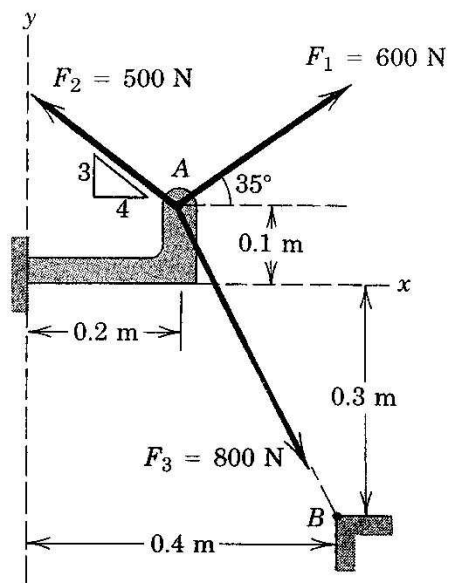
1.7. Konstruktsioonile mõjuvad punktis B jõud P ja T . Leida nende jõudude resultant

Vastus: $R = 524\text{ N}$; $\vartheta = 48,6^\circ$.



1.8. Kronsteinile on punktis B rakendatud jõud F_1, F_2 ja F_3 . Jõuvektorite suund on määratud kolmel erineval moel. Leida nende jõudude projektsioonid koordinaattelgedel x ja y .

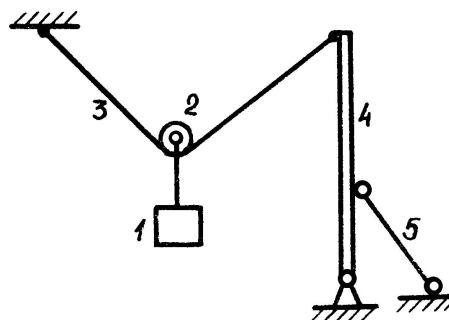
Vastus: $F_{1x} = 491\text{ N}$; $F_{1y} = 344\text{ N}$;
 $F_{2x} = -400\text{ N}$; $F_{2y} = 300\text{ N}$;
 $F_{3x} = 358\text{ N}$; $F_{3y} = -716\text{ N}$.



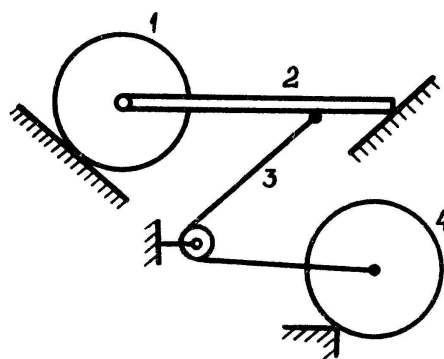
2 Sidemereaktsioonid ja jõudude märkimine

Käesoleva alajaotuse ülesanded pole vastustega varustatud, sest vastused on graafilised.

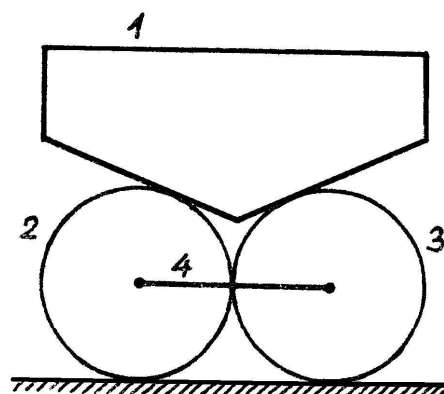
2.1. Vabastada kehad 1, 2, 4 ja 5 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1 ja 4 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



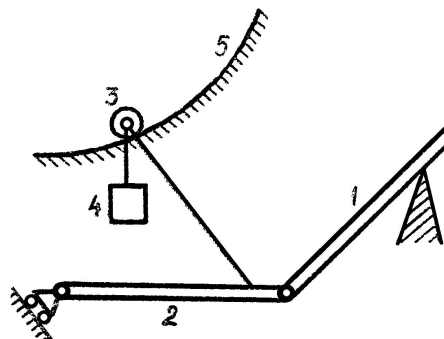
2.2. Vabastada kehad 1, 2 ja 4 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 4 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



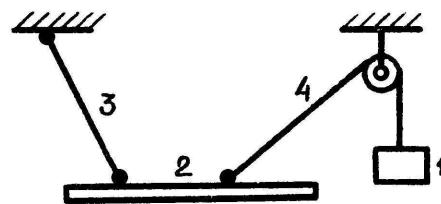
2.3. Vabastada kehad 1–3 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 3 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks. Kehad 2 ja 3 puutuvad kokku keha 4 mõjul.



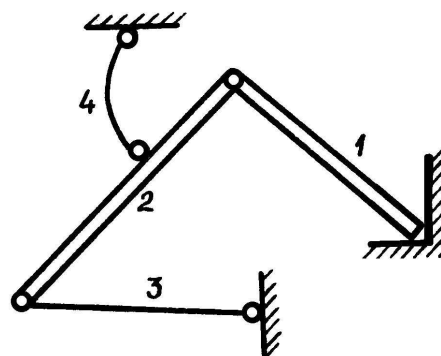
2.4. Vabastada kehad 1–4 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 4 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



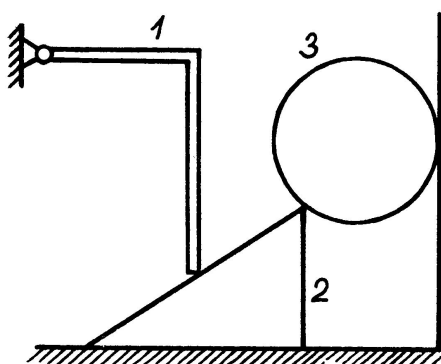
2.5. Vabastada kehad 1 ja 2 sidemetest ning märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1 ja 2 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



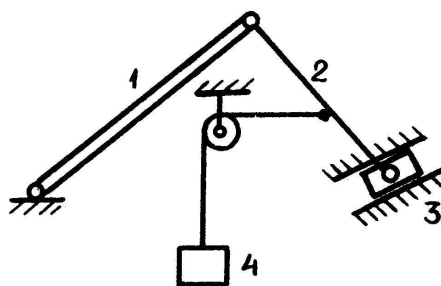
2.6. Vabastada nummerdatud kehad sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1 ja 2 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



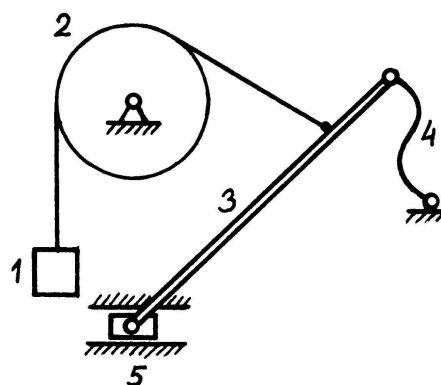
2.7. Vabastada nummerdatud kehad sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 3 on rasked.



2.8. Vabastada kehad 1, 2 ja 4 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1 ja 4 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



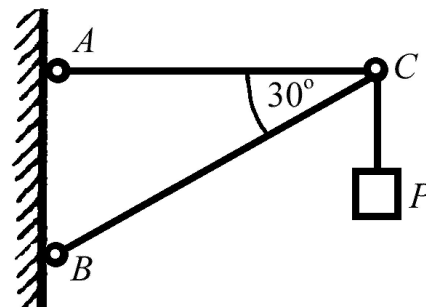
2.9. Vabastada kehad 1–4 sidemetest ja märkida neile mõjuvad jõud. Kehad 1, 2 ja 3 on rasked, ülejäänud lugeda kergeteks.



3 Koonduva jõusüsteemi tasakaal

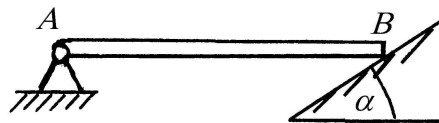
3.1. Keha kaaluga 100 N on kinnitatud seina külge kergete varrastega AC ja BC . Leida varrastes AC ja BC mõjuvad jõud.

Vastus: $F_{AC} = 100\sqrt{3}$ N; $F_{BC} = 200$ N.



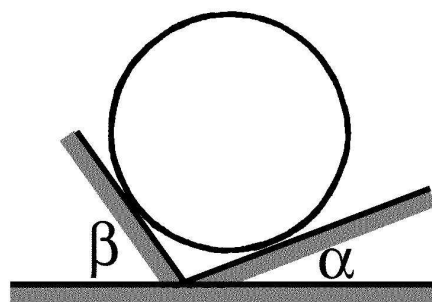
3.2. Tala AB kaaluga P on otsast A kinnitatud liigendiga ja toetub otsaga B siledale kaldpinnale, mille kaldenurk on α . Leida liigendi ja kaldpinna reaktsioonid.

Vastus: $F_A = N_B = \frac{P}{2 \cos \alpha}$



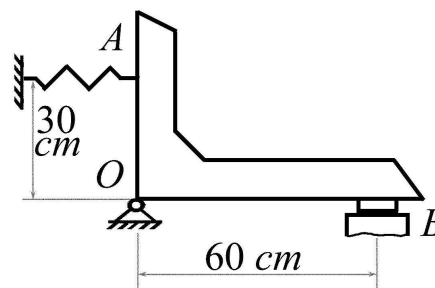
3.3. Ühtlane silinder kaaluga P toetub kahele siledale kaldpinnale kaldenurkadega α ja β . Leida kaldpindade reaktsioonid.

Vastus: $F_\alpha = \frac{P \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$; $F_\beta = \frac{P \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$;



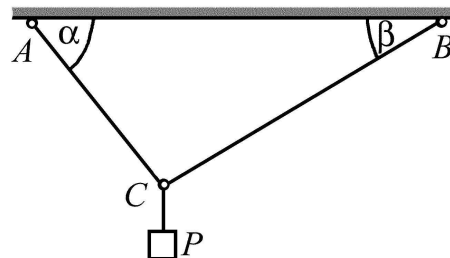
3.4. Hoovale AOB mõjub vedru elastsusjõud 100 N. Leida hoova surve klapile B ja liigendi O reaktsioon.

Vastus: $F_O = 111,8$ N; $F_B = 50$ N.



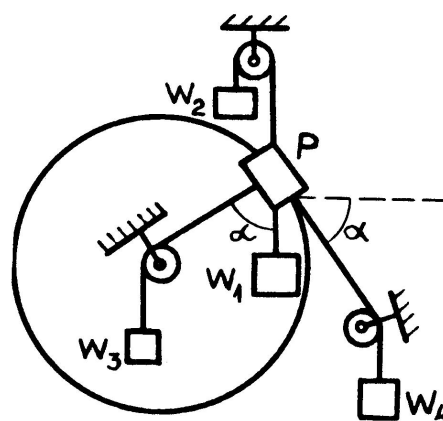
3.5. Raskus P on kinnitatud varrastes AC ja BC külge. Leida varrastes AB ja BC mõjuvad jõud.

Vastus: $F_{AC} = \frac{P \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$; $F_{BC} = \frac{P \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$.



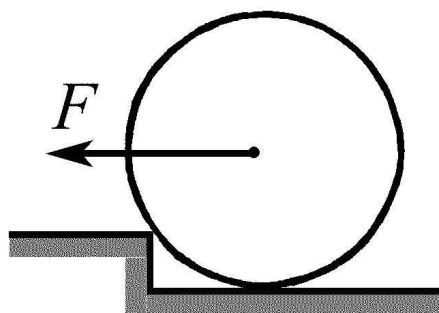
3.6. Võru P saab libiseda ringjoonekujulisel traadil ja tema külge on kinnitatud neli nööri raskstega otstes. Raskused W_1, W_2, W_3 ja nurk α on tuntud ning raskust W_3 hoidev väike plokk asub ringi tsentris. Lei-
da raskus W_4 ja traadi reaktsioon tasakaalu puhul.

Vastus: $N = (W_1 - W_2) \cos \alpha + W_3;$
 $W_4 = (W_2 - W_1) \sin \alpha.$



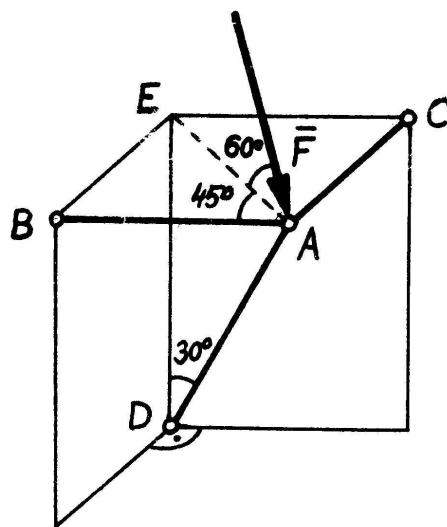
3.7. Kui suur horisontaalne jõud F tuleb rakendada silindri tsentrisse, et tõsta ta astmele? Silindri kaal $G = 4$ kN ja raadius $r = 40$ cm, astme kõrgus $h = 8$ cm.

Vastus: $F = 3$ kN.



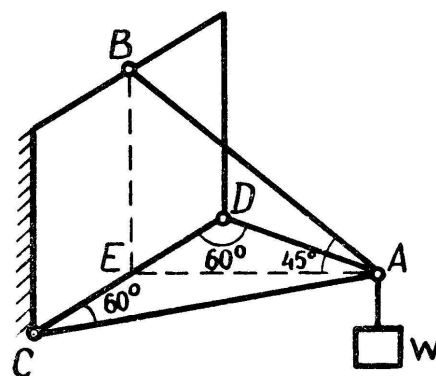
3.8. Varraste AB, AC ja AD ühenduspunktis A mõjub jõud $F = 10$ N, mis asub kolmnurgaga AED samas vertikaaltasapinnas ja moodustab sirgega AE nurga 60° . Kujund $ABEC$ on horisontaalne ruut. Lei-
da varrastes mõjuvad jõud.

Vastus: $F_{AB} = F_{AC} = 5\sqrt{2}$ N; $F_{AD} = 10$ N.



3.9. Raskus $W = 200$ N on kinnitatud vertikaalse seina külge kolme kerge vardaga. Kolmnurk ACD on horisontaalne ja kolmnurk ABE vertikaalne. Lei-
da varrastes mõjuvad jõud.

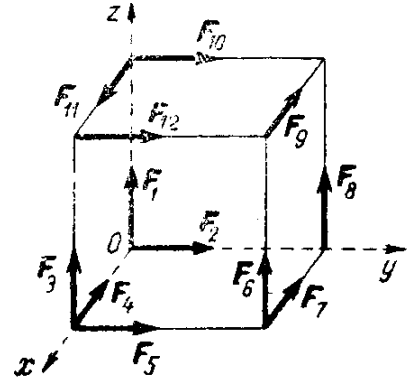
Vastus: $F_{AB} = 200\sqrt{2}$ N; $F_{AD} = F_{AC} = \frac{200}{\sqrt{3}}$ N



4 Jõusüsteemi taandamine

4.1. Kuubi serva pikkus on a ja talle on rakendatud 12 joonisel näidatud jõudu $F_1 = \dots = F_{12} = F$. Taandada antud jõusüsteem lihtsaimale kujule.

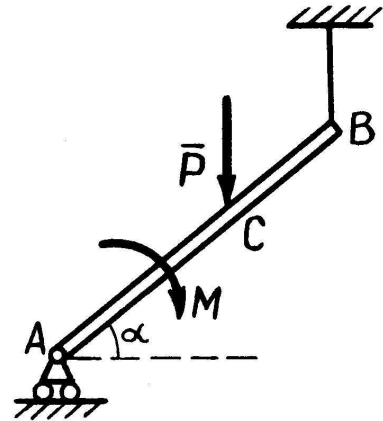
Vastus: $R_x = -2F$; $R_y = 4F$; $R_z = 4F$;
 $M_{Ox} = 0$; $M_{Oy} = -2Fa$; $M_{Oz} = 4Fa$;
 tsentraaltelg:
 $-9y + 9z + a = 0$; $18x + 9z - 13a = 0$.



5 Jõusüsteemi tasakaal

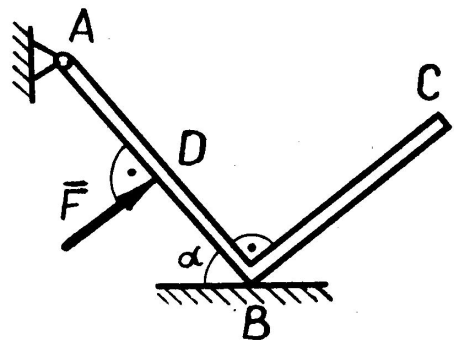
5.1. Tala AB kaal on G , pikkus l ning talle mõjub jõupaari moment M ja vertikaalne jõud P . Tala ots A toetub rullidele ja teda hoitakse horisontaali suhtes nurga α all punkti B kinnitatud vertikaalse nööri abil. Leida tugevde reaktsioonid, kui $BC = 1/3l$.

Vastus: $F_A = -\frac{M}{l \cos \alpha} + \frac{G}{2} + \frac{P}{3}$;
 $F_B = \frac{M}{l \cos \alpha} + \frac{G}{2} + \frac{2P}{3}$.



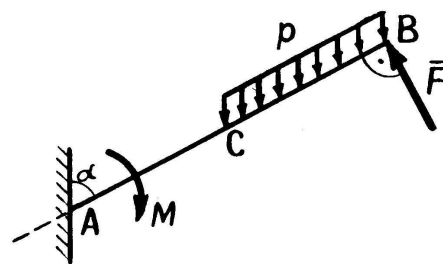
5.2. Täisnurkne nurkkang on kinnitatud liigendiga A ja toetub horisontaalsele põrandale. Nurk α on teada, $AB = l_1$, $BC = l_2$ ning vastavate osade kaalud on G_1 ja G_2 . Leida AB keskpunktis rakendatud jõu F väärtus, mille puhul kang hakkab pöörduma üles.

Vastus: $F = (G_1 + 2G_2) \cos \alpha + G_2 \frac{l_2}{l_1} \sin \alpha$.



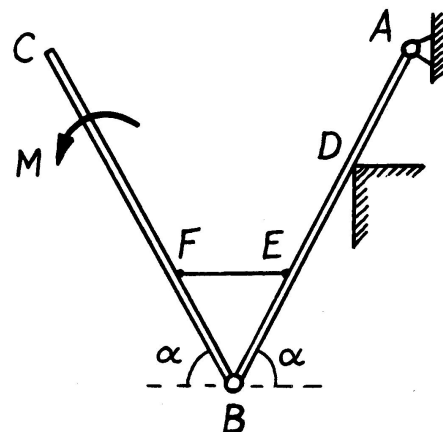
5.3. Kerge tala AB on müüritud seinale, nii et ta moodustab vertikaaliga nurga α . Talale mõjub jõud F , jõupaari moment M ja ühtlaselt jaotatud koormus intensiivsusega p . Leida toe A reaktsioonid, kui $AC = CB = l$.

Vastus: $F_{Ax} = F \cos \alpha$; $F_{Ay} = pl - F \sin \alpha$;
 $M_A = M + 1.5pl^2 \sin \alpha - 2Fl$.



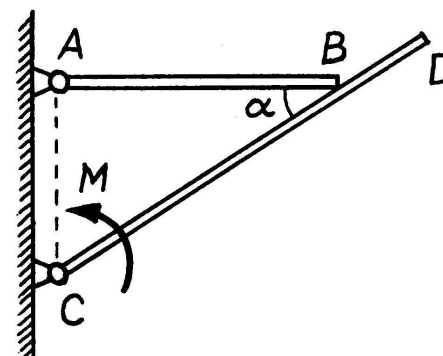
5.4. Talade AB ja BC kaalud on G ja pikkused l . Punktides A ja B on liigendid ning EF on nöör. Talale BC mõjub jõupaari moment M , nurk α on teada ja $AD = DE = EB = BF$. Leida liigendite A ja B reaktsioonid.

Vastus: $F_{Ax} = 6G \cos \alpha \sin \alpha + \frac{3M}{l} \sin \alpha$;
 $F_{Ay} = 2G(1 - 3 \cos^2 \alpha) - \frac{3M}{l} \cos \alpha$;
 $F_{Bx} = \frac{3M}{l \sin \alpha} + \frac{3G \cot \alpha}{2}$; $F_{By} = G$.



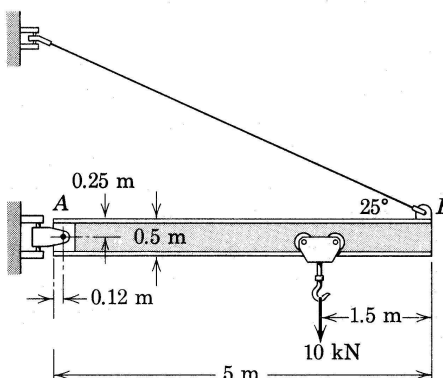
5.5. Horisontaalse tala AB kaal on 500 N. Tala CD pikkus on 4 m ja kaal 600 N. $BD = 1$ m, $\alpha = 30^\circ$. Leida jõupaari momendi M väärtus ja tuge A ja C reaktsioonid tasakaalu korral.

Vastus: $M = 1905,3 \text{ Nm}$; $F_{Ax} = 144,3 \text{ N}$;
 $F_{Ay} = 250 \text{ N}$; $F_{Cx} = 144,3 \text{ N}$; $F_{Cy} = 850 \text{ N}$



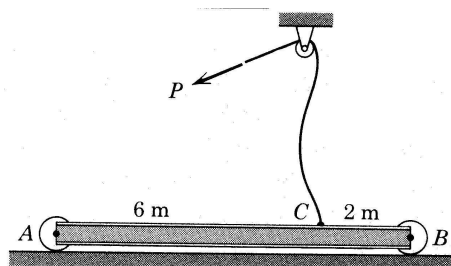
5.6. Leida poomkraana trossis ja liigendis A mõjuvad jõud. Tala AB on standardne 0,5 m kõrgune I-tala, mille jooksva meetri mass on 95 kg.

Vastus: $T = 19,61 \text{ kN}$;
 $F_{Ax} = 17,77 \text{ kN}$; $F_{Ay} = 6,37 \text{ kN}$.



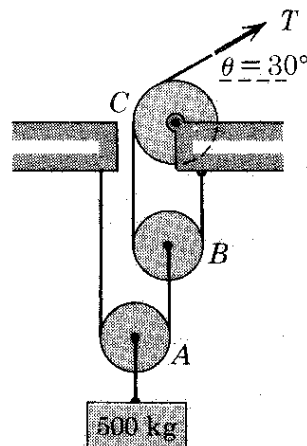
5.7. Ühtlane 100 kg raskune I-tala asub algselt horisontaalsel põrandal, toetudes rullikutele A ja B . Punktis C kinnitatud trossi abil tõstetakse tala ots B 3 m kõrgusele. Leida uuele asendile vastav tõmme trossis, reaktsioonjõud punktis A ja nurk, mille tala moodustab horisontaaliga.

Vastus: $P = 654 \text{ N}$; $F_A = 327 \text{ N}$; $\vartheta = 22,0^\circ$.



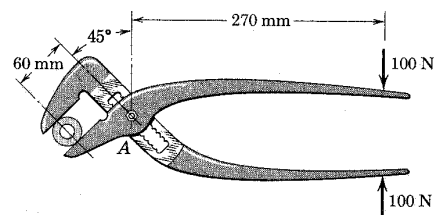
5.8. Keha massiga 500 kg tõstetakse kolmest plokkist koosneva süsteemi (polüspasti) abil. Leida trossides ja liigendis C mõjuvad jõud tasakaalu puhul. Kõik plokkid saavad pöörelda hõõrdevabalt ümber oma tsentri, trossid ei libise plokkidel ja plokkide ning trosside kaalud on väikesed, võrreldes tõstetava keha kaaluga.

Vastus: $T_{AB} = 2452 \text{ N}$; $T_{BC} = T = 1226 \text{ N}$;
 $F_{Cx} = 1062 \text{ N}$; $F_{Cy} = 613 \text{ N}$.



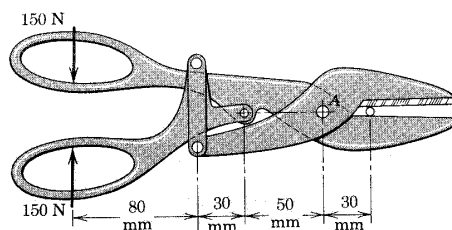
5.9. Leida jõud, mis mõjub näpistangide liigendis A asuvale tihvtile. Arvandmed on esitatud kõrvaloleval joonisel.

Vastus: $F_A = 525 \text{ N}$.



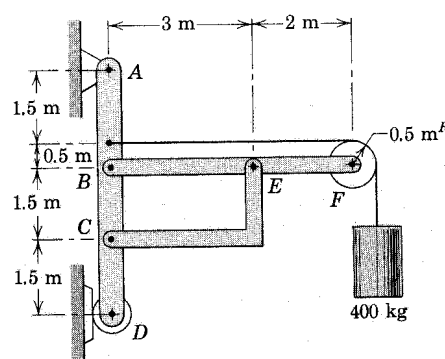
5.10. Mitmehoovalisi lõiketange kasutatakse tavaliste lõiketangidega võrreldes suurema lõikejõu saavutamiseks. Leida lõikejõud, mis mõjub lõiketerade vahel olevale kehale kõrvaloleval joonisel kujutatud juhul.

Vastus: $F = 1467 \text{ N}$.



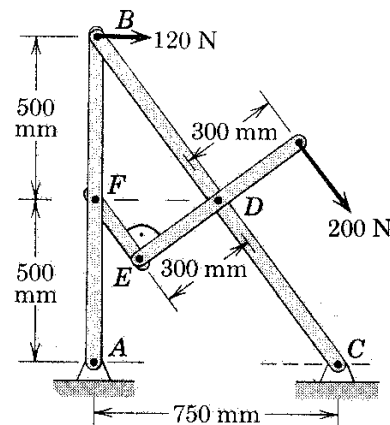
5.11. Joonisel kujutatud raami külge on riputatud keha massiga 400 kg. Määrata raami osadele mõjuvad jõud, st. reaktsioonjõud punktides A, B, C, D, E ja F . Raami osade kaalusid mitte arvestada.

Vastus: $F_D = F_{Ax} = 4,32 \text{ N}$;
 $F_{Ay} = F_{Fx} = F_{Fy} = 3,92 \text{ N}$;
 $F_{Cx} = F_{Ex} = 13,08 \text{ N}$; $F_{Cy} = F_{Ey} = 0,5F_{Cx}$;
 $F_{Bx} = 9,15 \text{ N}$; $F_{By} = 2,62 \text{ N}$.

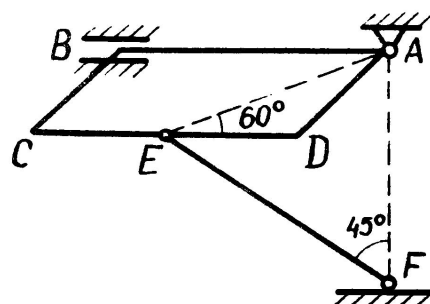


5.12. Kergele raamile on rakendatud kaks jõudu joonisel kujutatud viisil. Leida jõud, mis mõjuvad raami osadele, st. sidemete reaktsioonid liigendites A, B, C, D, E ja F .

Vastus: $F_{Ax} = 60 \text{ N}; F_{Ay} = 240 \text{ N}; F_{Bx} = 60 \text{ N};$
 $F_{By} = 80 \text{ N}; F_{Cx} = 300 \text{ N}; F_{Cy} = 400 \text{ N};$
 $F_D = 400 \text{ N}; F_E = F_F = 200 \text{ N}.$



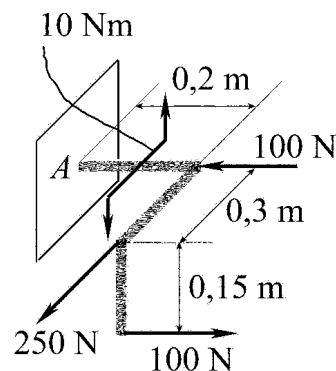
5.13. Horisontaalne ristkülikuline plaat kaaluga G on punktis A kinnitaud sfäärilise liigendiga, punktis B silindrilise liigendiga ja punktis E kerge vardaga. Leida tugevate reaktsioonid, kui $CE = ED$, punktid A ja F on ühel vertikaalil ja silindriline liigend punktis B ei võta vastu momentkoormust.



Vastus: $F_{Ax} = \frac{\sqrt{3}}{4}G; F_{Ay} = \frac{G}{4}; F_{Az} = \frac{G}{4}; F_{Bx} = 0; F_{Bz} = \frac{G}{4}; F_E = \frac{G}{\sqrt{2}}.$

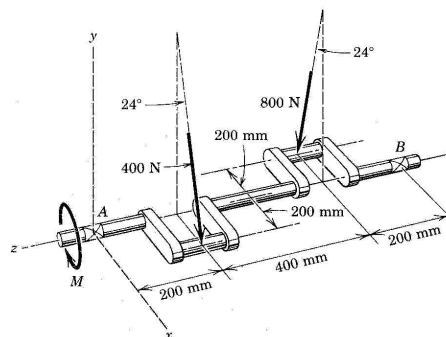
5.14. Murtud varras on punktis A kinnitatud järgalt seina külge ning talle mõjuvad joonisel näidatud jõud. Leida toereaktsioonid.

Vastus: $F_{Ax} = 250 \text{ N}; F_{Ay} = F_{Az} = 0;$
 $M_{Ax} = 15 \text{ Nm}; M_{Ay} = 10 \text{ Nm}; M_{Az} = 20 \text{ Nm}.$



5.15. Joonisel näidatud asendi puhul mõjuvad väikese kahesilindrilise mootori vääntvõllile jõud 800 N ja 400 N. Leida laagrite A ja B reaktsioonid ja jõupaari moment M , eeldades, et vääntvõll on tasakaalus.

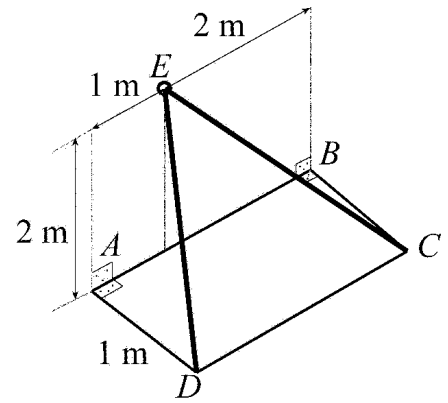
Vastus: $F_{Ax} = 40,7 \text{ N}; F_{Ay} = 457 \text{ N}; F_{Bx} = 203 \text{ N};$
 $F_{By} = 639 \text{ N}; M = 73,1 \text{ Nm}.$



5.16. Horisontaalse ristkülikulise plaadi kaal on G . Plaat on kinnitatud vertikaalse seina külge hingedega punktides A ja B ning nööri CED . Leida tõmme nööris ja hingede reaktsioonid, eeldades, et punktis E on hõõrdevaba aas, hing A ei võta vastu teljesihilist koormust ja mitte kumbki hing ei võta vastu momentkoormust.

$$\text{Vastus: } F_{Ax} = \frac{G}{6}; F_{Az} = \frac{3 + \sqrt{6}(1 - \sqrt{3})}{2(3 + \sqrt{6})}G; F_{Bx} = \frac{G}{12};$$

$$F_{By} = \frac{3 - 2\sqrt{6}}{4(3 + \sqrt{6})}G; F_{Bz} = \frac{3\sqrt{2}}{2(3 + \sqrt{6})}G; T = \frac{3\sqrt{6}}{4(3 + \sqrt{6})}G.$$



6 Raskuskese ja Pappus–Guldini teoreemid

6.1. Leida ringjoone kaare raskuskeskme koordinaat, kui ringjoone raadius on R , vastav kesknurk 2α , ringjoone keskpunkt asub koordinaatide alguses ja x -telg on sümmeetriateljeks.

$$\text{Vastus: } x_C = \frac{R \sin \alpha}{\alpha}.$$

LAHENDATAKSE LOENGUS

6.2. Leida ringi sektori ja poolringi raskuskeskme koordinaat, kui ringi raadius on R , vastav kesknurk 2α , ringi keskpunkt asub koordinaatide alguses ja x -telg on sümmeetriateljeks.

$$\text{Vastus: sektor: } x_C = \frac{2R \sin \alpha}{3\alpha}; \quad \text{poolring: } x_C = \frac{4R}{3\pi}.$$
 LAHENDATAKSE LOENGUS

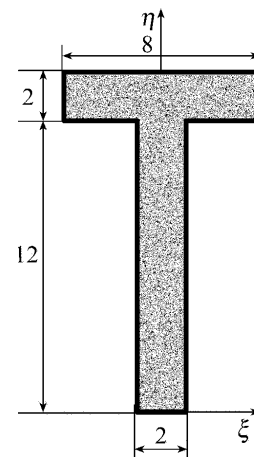
6.3. Leida poolkera raskuskeskme koordinaat, kui kera raadius on R , kera keskpunkt asub koordinaatide alguses ja z -telg on sümmeetriateljeks.

$$\text{Vastus: } z_C = \frac{3R}{8}.$$

LAHENDATAKSE LOENGUS

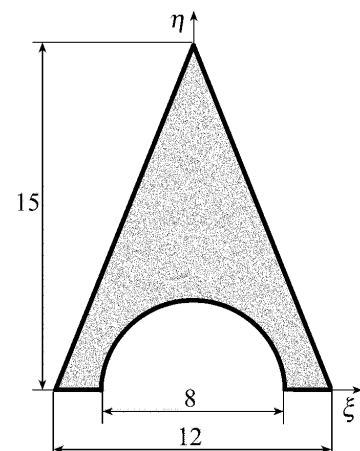
6.4. Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud sentimeetrites.

$$\text{Vastus: } \eta_C = 8,80 \text{ cm}$$



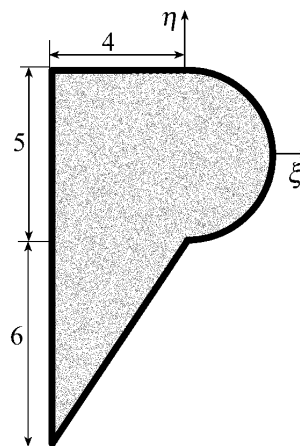
6.5. Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud sentimeetrites.

$$\text{Vastus: } \eta_C = 6,28 \text{ cm}$$



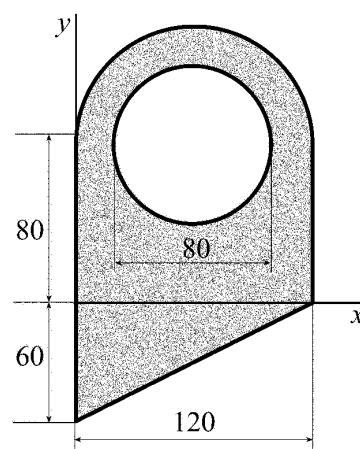
6.6. Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud sentimeetrites.

Vastus: $\xi_C = -1,47$ mm; $\eta_C = -1,29$ mm.



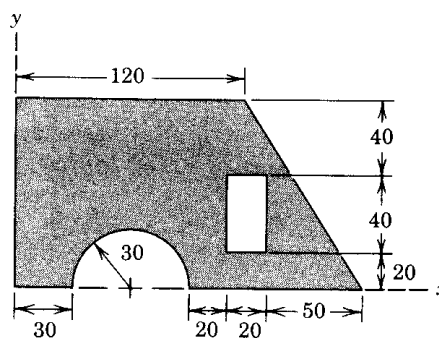
6.7. Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud millimeetrites.

Vastus: $x_C = 54,8$ mm; $y_C = 36,6$ mm.



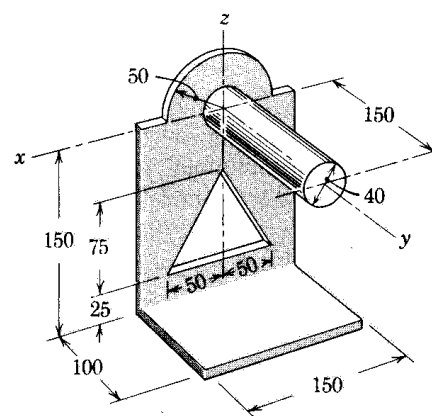
6.8. Leida joonisel kujutatud kujundi pinnakeskme koordinaadid. Kõik mõõtmed on antud millimeetrites.

Vastus: $x_C = 75,0$ mm; $y_C = 50,8$ mm.



6.9. Leida joonisel kujutatud liitkeha (mis koosneb kronsteinist ja vardast) masskeskme koordinaadid. Kronsteini vertikaalne osa on tehtud metall-lehest, mille mass on 25 kg/m^2 . Horisontaalse osa materjali mass on 40 kg/m^2 ja varda materjali tihedus $7,83 \text{ Mg/m}^3$. Kõik mõõtmed on antud millimeetrites.

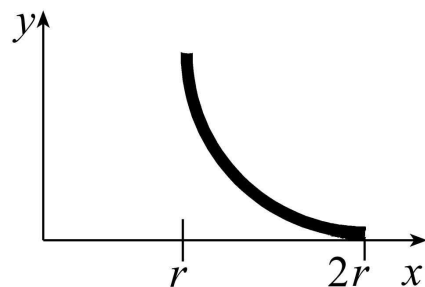
Vastus: $x_C = 0$ mm; $y_C = 53,3$ mm; $z_C = -45,7$ mm.



6.10. Leida veerandringjoone pöörlemisel ümber y -telje tekkinud pöördpinna pindala ja vastava pöördkeha ruumala.

$$\text{Vastus: } A = 2r^2\pi(\pi - 1); \quad V = \frac{\pi r^3(14 - 3\pi)}{3}.$$

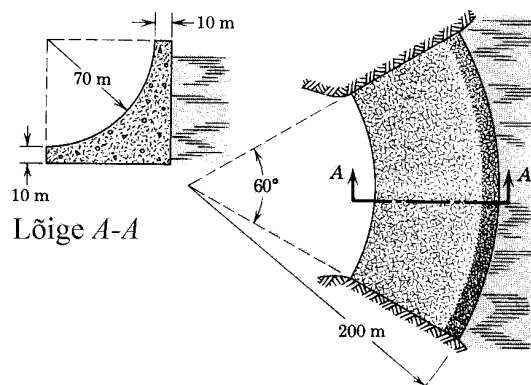
LAHENDATAKSE LOENGUS



6.11. Leida joonisel kujutatud kaarekujulise betoontammi mass, kui betooni tihedus on $\rho = 2,4 \text{ Mg/m}^3$.

$$\text{Vastus: } m = 1,126 \cdot 10^6 \text{ tonni.}$$

LAHENDATAKSE LOENGUS



7 Pinnamomendid

7.1. Leida kujundi keskpeateljed ja keskpeainertsimomendid, kasutades ülesande 6.4 andmeid ja tulemusi.

$$\text{Vastus: } I_1 = I_x = 763,7 \text{ cm}^4 \quad I_2 = I_y = 93,3 \text{ cm}^4$$

7.2. Leida kujundi keskpeateljed ja keskpeainertsimomendid, kasutades ülesande 6.5 andmeid ja tulemusi.

$$\text{Vastus: } I_1 = I_x = 717 \text{ cm}^4 \quad I_2 = I_y = 439 \text{ cm}^4$$

7.3. Leida kujundi keskpeateljed ja keskpeainertsimomendid, kasutades ülesande 6.6 andmeid ja tulemusi.

$$\text{Vastus: } I_1 = 287 \text{ cm}^4 \quad I_2 = 94 \text{ cm}^4 \quad \alpha_1 = 24,4^\circ$$

8 Hõõre

8.1. Ühtlane silinder kaaluga G ja raadiusega r asetseb karedal põrandal ja puutub vastu karedat seinna. Hõõrdeegur mõlema pinna ja silindri vahel on f . Leida momendi M maksimaalne väärtus tasakaalu puhul.

$$\text{Vastus: } M = \frac{(1+f)fGr}{1+f^2}.$$

8.2. Horisontaalne tala AB kaaluga W on otsas A kinnitatud liigendiga ja toetub otsaga B siledal põrandal asetsevale kiilule. Kiilu kaal on G , kaldenurk horisontaali suhtes α ja hõõrdeegur tala ning kiilu vahel on f . Leida jõu F minimaalne väärtus, mille puhul kiil hakkab liikuma paremale.

$$\text{Vastus: } F_{\min} = \frac{W(f \cos \alpha + \sin \alpha)}{2(\cos \alpha - f \sin \alpha)}.$$

8.3. Horisontaalse tala AB kaal on G . Ta on punktis A kinnitatud liigendiga ning toetub punktis D teisele talale CD . Tala CD kaal on W ja pikkus l . Hõõrdeegur punktis D on f ja nurk α on teada. Leida momendi M minimaalne ja maksimaalne väärtus tasakaalu korral, kui $AD = \frac{1}{3}AB$.

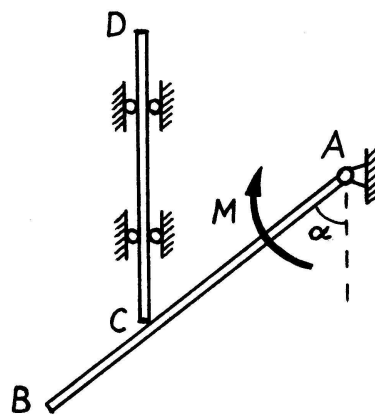
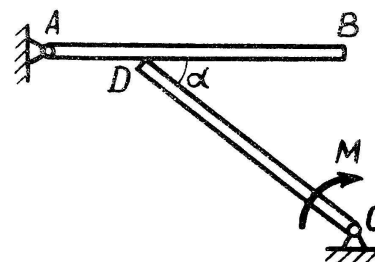
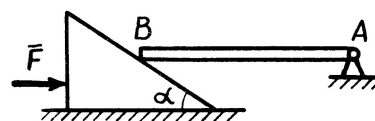
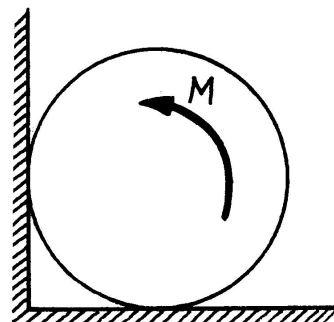
$$\text{Vastus: } M_{\max} = [W \cos \alpha + 3G(\cos \alpha + f \sin \alpha)] \frac{l}{2}$$

$$M_{\min} = [W \cos \alpha + 3G(\cos \alpha - f \sin \alpha)] \frac{l}{2}$$

8.4. Tala AB kaal on G ja pikkus l ning ta on otsas A kinnitatud liikumatu liigendiga. Tala CD kaal on W ja ta saab liikuda vertikaalsihis hõõrdevabade rullide vahel. Punktis C toetub tala CD talale AB , hõõrdeegur nende vahel on f . Leida momendi M maksimaalne ja minimaalne väärtus tasakaalu puhul, kui nurk α on teada ja $BC = \frac{1}{3}l$.

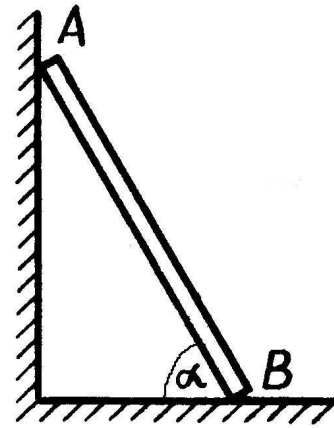
$$\text{Vastus: } M_{\min} = \left[\frac{G \sin \alpha}{2} + \frac{2W}{3(\sin \alpha + f \cos \alpha)} \right] l,$$

$$M_{\max} = \left[\frac{G \sin \alpha}{2} + \frac{2W}{3(\sin \alpha - f \cos \alpha)} \right] l.$$



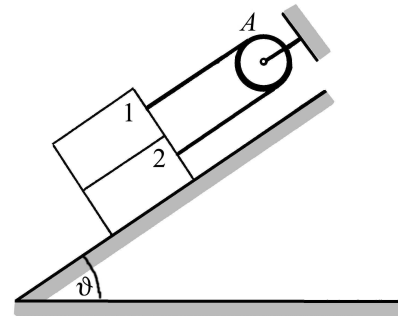
8.5. Redelil AB kaaluga 100 N seisab punktis A inimene kaaluga 900 N . Hõõrdetegur punktis B on $f_B = 0,5$. Leida nurga α minimaalne väärtus tasakaalu korral 1) kui sein on sile, st. hõõret punktis A ei arvestata ja 2) kui sein on kare ja hõõrdetegur punktis B on $f_B = f_A = 0,5$.

Vastus: 1) $\alpha_{\min} = 62,2^\circ$; 2) $\alpha_{\min} = 61,9^\circ$.



8.6. Kaks klotsi, kaaludega $P_1 = 50\text{ N}$ ja $P_2 = 25\text{ N}$, asuvad kaldpinnal kaldenurgaga ϑ . Klotsid on ühendatud nõoriga üle ploki A . Hõõrdetegur klotside vahel on $f = 0,15$ ja klotsi 2 ning kaldpinna vahel hõõre puudub. Leida nurga ϑ minimaalne väärtus, mille puhul süsteem hakkab liikuma.

Vastus: $\vartheta_{\min} \approx 31^\circ$.



8.7. Kuidas määrata joonisel kujutatud katseseadme abil kaldpinna ja klotsi vaheline hõõrdetegur f ?

Vastus: $f = \tan \vartheta$, kus ϑ on minimaalne nurk, mille puhul klots hakkab libisema.

