

# Peatükk 9

## Kokkuvõtvad märkused

*9.1. Jäiga keha mehaanika ja elastsusteooria*

---

*9 - 2*

### 9.1 Jäiga keha mehaanika ja elastsusteooria

Sarnasused:

- Alamharud: staatika, kinemaatika, dünaamika. Lisaks on mõlemal juhul rakendatavad analüütilise mehaanika meetodid
- Jõud ja jõu moment on vektorid!
- Mõlemad, st. nii jäik keha kui deformeeruv keskkond, koosnevad punktmasssidest
  - Sageli öeldakse deformeeruva keskkonna korral punktmassi asemel materiaalne punkt
- Punktmasside süsteemile mõjuvad jõud saab jaotada sise- ja välisjõududeks
- Jõusüsteemi peavektor ja peamoment
  - Sisejõud: keha lõikes mõjuvate pingete peavektor ja peamoment
  - Tavaliselt taandatakse pinged lõike pinnakeskmesse

- \* Talade korral on tala ristlõikes mõjuvate sisejõudude projektsiooni-del spetsiifilised nimed: pikijõud, põikjõud, väändmoment, painde-moment
- \* Tavaliselt kasutatakse siinjuures Descartes'i ristkoordinaate
- Tasakaalutingimused: Jõusüsteemi peavektor ja peamoment peavad võrduma nulliga.
- Liikumishulk ja kineetiline moment ning vastavad teoreemid
- Kogu teooria baseerub mõlemal juhul Newtoni seadustel

### Erinevused:

- Urimisobjekt: jäik keha *vrs.* deformeeruv keskkond
  - Deformeeruv keskkond: deformeeruv tahkis (tahke keha), gaas, vedelik
- Jäiga keha mehaanikas saab jõudu vaadelda kui libisevat vektorit, kuid de-formeeruva keskkonna korral ei saa.
- Jäiga keha mehaanikas saab lauskoormuse asendada üksikjõuga, kuid defor-meeruva keskkonna korral ei saa.

---

### 9.2. Lineaarne ja mittelineaarne elastsusteooria

## 9.2 Lineaarne ja mittelineaarne elastsusteooria

### Lineaarne elastsusteooria

- Lineaarne elastsusteooria = klassikaline elastsusteooria
- Siirete ja deformatsioonide vahelised seosed on lineaarsed — geomeetriline lineaarsus
  - Deformatsioonitensor on defineeritud Cauchy seoste kaudu
  - Deformatsiooni moodsuks on tavaliselt suhteline pikenemine ja algse täisnurga muut ehk nihkenurk
- Siirded on väikesed võrreldes uuritavate kehade joonmootmetega
- Deformatsioonid (suhtelised pikenemised ja algse täisnurga muutused) on väikesed võrreldes ühega, neid saab käsitleda lõpmata väikeste suurustena ja kasutatakse terminit (lõpmata) väikesed deformatsioonid (inglise keeles *infinitesimal strains*)

- Olekvõrrandid, st. pingete ja deformatsioonide vahelised seosed, on lineaarsed — füüsikaline lineaarsus
  - (Üldistatud) Hooke'i seadus
    - \* Analooigiks on nn. ideaalne vedru
- Kehitib superpositsiooni printsiip
  - Tihti nimetatakse seda ka jõudude mõju sõltumatuse printsiibiks
    - \* Erinevate lahendite summa on alati lahend
- Ideaalselt elastne keha
- Alati rakendatakse Saint Venant'i printsiipi
- Tavaliselt rakendatakse Bernoulli hüpooteesi (ristlõigete tasandilisuse hüpooteesi)

## Mittelineaarne elastsusteooria

- Siirete ja deformatsioonide vahelised seosed on mittelineaarsed — geometriline mittelineaarsus
  - Kasutusel on erinevad deformatsioonitensiorid ja deformatsiooni mõõdud
- Olekvõrrandid on mittelineaarsed — füüsikaline mittelineaarsus
- Siirded pole väikesed (võrreldes keha mõõtmetega)
- Deformatsioonid pole väikesed võrreldes tihiega
  - Deformatsioone ei saa käsitleda lõpmata väikeste suurustena
  - Öeldakse, et deformatsioonid omavad lõplike väärtusi ja kasutatakse terminit lõplikud deformatsioonid (inglise keeles *finite strains*)
- Superpositsiooni printsiip ei kehti!
- Saint Venant'i printsiip ja Bernoulli hüpootees pole tavaliselt rakendatavad
- Mittelineaarsete elastsusteooriale vastavaid võrrandeid ja seoseid käsitleme pideva keskkonna mehaanika kursuses.

**Üldised hüpoteesid, eeldused, seaduspärasused jms.,** mis on rakendatavad nii lineaarse kui mittelineaarse teooria korral

- Pidevuse hüpotees kehtib alati
  - Pragude, tühimate jms. esinemise korral on vaja rakendada täiendavaid hüpoteesi ja eeldusi
- Homogeensus ja mittehomogeensus
- Isotroopsus ja anisotroopsus
- Defineeritakse nn. algolek — puuduvad pinged ja deformatsioonid
- Termilised efektid — termoelastusteooria — nii lineaarne kui mittelineaarne käsitlus

- Viskoossed efektid — viskoelastsus
  - Viskoossus — vedeliku võime deformeerumisel vastu võtta nihke- ja tõmbepingeid
  - Mida väiksem on vedeliku viskoossus, seda voolavam ta on
  - Olekuvõrrandid esitavad seosed pingete ja deformatsioonikiiruste vahel
    - \* Lineaarsed (Newtoni vedelik) ja mittelineaarsed (nn. mitte Newtoni vedelik, i.k. *non-Newtonian Fluid*)
- Saab eristada tegelikku ja tinglikku pinget (ehk pseudopinget)
  - Lineaarses teoorias langevad need kaks praktiliselt kokku ja seetõttu neid tavaliselt ei eristata
  - Võrreldge malmi ja terase tõmbekatseid

## 9.3 Lineaarse elastsusteooria jaotamine elementaarteooriaks ja esimest järku teooriaks

- Elementaarteooria ehk nn. 0-järku teooria — sisaldab täiendavaid lihtsustusi
- Nn. 1-järku teooria — klassikaline ehk lineaarne elastsusteooria ilma täiendavate lihtsustusteta
- Tugevusõpetus — elementaarteooria + tugevusarvutused
  - Tugevusõpetus on mehaanika haru, mis uurib konstruktsioonielementide piisava tugevuse, jäikuse ja stabiilsuse saavutamist võimalikult ökonoomsel moel.
- Tehniline mehaanika TTÜ-s — tugevusõpetus + jäiga keha staatika

---

9.3. Lineaarse elastsusteooria jaotamine elementaarteooriaks ja esimest järku teooriaks

9 - 10

### Elementaarteooria

- Kehtivad kõik lineaarse elastsusteooria hüppoteesid, eeldused, printsiibid, lihtsustused jne.
- Lisaks tehakse veel täiendavaid lihtsustusi, mis 1. järku teooria korral võivad, kuid ei pruugi kehtida
  - Algmõõtmete printsiip
  - Bernoulli hüppotees ehk ristlõigete tasapinnalisuse hüppotees
  - Urimisobjektiks on peamiselt vardad ja talad
    - jne
- Peamiselt tuntakse huvi vaid varraste (talade) teljepunktide siirete vastu — teiste punktide siirete leidmine ei paku üldjuhul huvi
  - Vaadeldakse tala telge — elastse joone (i.k. *deflection curve*) diferentsiaalvõrrand — läbipainded
- Käesoleva loengukonспекти 2. peatükis on varraste ja talade pingete analüüs teostatud elementaarteooriast lähtudes

## 9.4 Olekuvõrranditest

Olekuvõrrandid esitavad tahkiste korral seoseid pingete ja deformatsioonide vahel, (viskoosete) vedelike korral aga pingete ja deformatsioonikiiruste vahel.

**Elastse keha lineaarne olekuvõrrand — Hooke'i seadus**

- Ideaalselt elastne, homogeenne, isotroopne materjal
  - Kaks sõltumatut elastsuskonstanti
    - \* Youngi moodul, Poissoni tegur, nihkeelastsusmoodul — valida kaks kolmest
    - \* Lamé koefitsendid
    - \* Ruumdeformatsioon — ruumpaisumismoodul
- Anisotroopne materjal — iga juht vajab individuaalset (eksperimentaalset) lähenemist
  - Tähtis on teada materjalide sümmeetriat, näiteks ortotroopne materjal

---

### 9.5. Deformatsioon ja pinge

### 9 - 12

## 9.5 Deformatsioon ja pinge

- Deformatsioon iseloomustab keha (keskkonna) mõõtmete ja kuju muutuse intensiivsust vaadeldavas punktis
- Pinge iseloomustab sisejõudude intensiivsust vaadeldavat punkti läbival pinnal
- Deformatsiooniseisund — iseloomustab deformatsioone vaadeldavas punktis — kirjeldatakse deformatsioonitensori abil
- Pingeseisund ehk pinge — iseloomustab pingeid vaadeldavas punktis — kirjeldatakse pingetensori abil
- Peapinged ja peadeformatsioonid
- Ruum-, tasand- ja joonpingus
- Ruum-, tasand- ja joondeformatsioon
- Tasandpingusele vastab ruumdeformatsioon ja vastupidi, tasanddeformatsioonile vastab ruumpingus

## 9.6 Tugevuskriteeriumid ja varutegur

- Lubatav pinge — tähistused  $[\sigma]$ ,  $[\sigma^c]$ ,  $[\sigma^t]$ ,  $[\tau]$
- Varutegur — väärtus  $\geq 1$ , 25 sõltub konstruktsiooni vastutusrikkusest, materjali omaduste ühtlusest jms.
- Tugevuskriteeriumid (tugevusteooriad)
  - Lihttõõseisundid —  $\sigma \leq [\sigma]$ ,  $\sigma^c \leq [\sigma^c]$ ,  $\sigma^t \leq [\sigma^t]$ ,  $\tau \leq [\tau]$
  - Liitõõseisundid — ekvivalentspinged  $\sigma_{ekv} \leq [\sigma]$ 
    - \* Kujumuutuse energia kriteerium ehk von Misesi kriteerium (von Mises–Huber–Maxwell) — tänapäeval väga laialdaselt kasutusel
      - $\sigma_{ekv}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3$
    - \* Suurima nihkepinge kriteerium ehk Tresca kriteerium
      - $\sigma_{ekv} = \sigma_1 - \sigma_3$
    - \* Maksimaalse peadeformatsiooni kriteerium
      - $\sigma_{ekv} = \sigma_1 - \nu\sigma_2 - \nu\sigma_3$
    - \* jne.
  - Temperatuuri mõju — külmahaprus

## 9.7. Dünaamilised koormused

## 9 - 14

## 9.7 Dünaamilised koormused

- Tsükliline koormamine — väsimus
  - Väsimuspragu ja väsimuspurunemine
- Lööök
  - Löögisitkus
- Võnkumine
  - Resonants
- Lained
  - Akustilised lained
  - Deformatsioonlained
  - Nihkelained
  - Survelained