

Peatükk 9

Kokkuvõtvad märkused

9.1. Jäiga keha mehaanika ja elastsusteooria

9 - 2

9.1 Jäiga keha mehaanika ja elastsusteooria

Sarnasused:

- Alamharud: staatika, kinemaatika, dünaamika.
- Mõlemal juhul on rakendatavad analüütilise mehaanika meetodid
- Jõudu ja jõu momenti käsitletakse kui vektoreid!
- Mõlemad, st. nii jäik keha kui deformeeruv keskkond, koosnevad punktmassidest ja nad moodustavad seega punktmasside (mehaanikalise) süsteemi
 - Sageli öeldakse deformeeruva keskkonna korral punktmassi asemel materiaalne punkt
 - Punktmasside süsteemile mõjuvad jõud saab jaotada sise- ja välisjõududeks

- Jõusüsteemi peavektori ja peamomendi kontseptsiooni rakendatakse mõlemal juhul, kuid deformeeruva keha korral esineb mõningaid spetsiifilisi erisusi
 - Sisejõud: keha lõikes mõjuvate pingete peavektor ja peamoment
 - Tavaliselt taandatakse pinged lõike pinnakeskmesse
 - Talade korral on tala ristlõikes mõjuvate sisejõudude projektsioonidel spetsiifilised nimed: pikijõud, põikjõud, väändemoment, paindemoment
 - * Tavaliselt kasutatakse siinjuures Descartes'i ristkoordinaate
- Tasakaalutingimused: Jõusüsteemi peavektor ja peamoment peavad võrduma nulliga.
- Liikumishulk ja kineetiline moment ning vastavad teoreemid
- Kogu teooria baseerub mõlemal juhul Newtoni seadustel

Erinevused:

- Urimisobjekt: jäik keha *vrs.* deformeeruv keskkond
 - Deformeeruv keskkond: deformeeruv tahkis (tahke keha), gaas, vedelik
- Jäiga keha mehaanikas saab jõudu vaadelda kui libisevat vektorit, kuid deformeeruva keskkonna korral ei saa.
- Jäiga keha mehaanikas saab lauskoormuse asendada üksikjõuga, kuid deformeeruva keskkonna korral ei saa.

9.2 Lineaarne ja mittelineaarne elastsusteooria

Lineaarne elastsusteooria

- Lineaarne elastsusteooria = klassikaline elastsusteooria
- Siirete ja deformatsioonide vahelised seosed on lineaarsed — geomeetriline lineaarsus
 - Deformatsioonitensor on defineeritud Cauchy seoste kaudu
 - Deformatsiooni moodsuks on tavaliselt suhteline pikenemine ja algse täisnurga muut ehk nihkenurk
- Siirded on väikesed võrreldes uuritavate kehade joonmootmetega
- Deformatsioonid (suhtelised pikenemised ja algse täisnurga muutused) on väikesed võrreldes ühega, neid saab käsitleda lõpmata väikeste suurustena ja kasutatakse terminit (lõpmata) väikesed deformatsioonid (inglise keeles *infinitesimal strains*)

- Olekuvõrrandid, st. pingete ja deformatsioonide vahelised seosed, on lineaarsed — füüsikaline lineaarsus
 - (Üldistatud) Hooke'i seadus
 - * Analooigiks on nn. ideaalne vedru
- Kehitib superpositsiooni printsiip
 - Tihti nimetatakse seda ka jõudude mõju sõltumatuse printsiibiks
 - * Erinevate lahendite summa on alati lahend
- Ideaalselt elastne keha
- Alati rakendatakse Saint Venant'i printsiipi
- Tavaliselt rakendatakse Bernoulli hüpoteesi (ristlõigete tasandilisuse hüpoteesi)

Mittelineaarne elastsusteooria

- Siirete ja deformatsioonide vahelised seosed on mittelineaarsed — geometriline mittelineaarsus
 - Kasutusel on erinevad deformatsioonitensiorid ja deformatsiooni mõõdud
- Olekuvõrrandid on mittelineaarsed — füüsikaline mittelineaarsus
- Siirded pole väikesed (võrreldes keha mõõtmetega)
- Deformatsioonid pole väikesed võrreldes tihedga
 - Deformatsioone ei saa käsitleda lõpmata väikeste suurustena
 - Öeldakse, et deformatsioonid omavad lõplike väärtusi ja kasutatakse terminit lõplikud deformatsioonid (inglise keeles *finite strains*)
- Superpositsiooni printsiip ei kehti!
- Saint Venant'i printsiip ja Bernoulli hüpotees pole tavaliselt rakendatavad
- Mittelineaarsete elastsusteooriale vastavaid võrrandeid ja seoseid käsitleme pideva keskkonna mehaanika kursuses.

9.2. Lineaarne ja mittelineaarne elastsusteooria

Üldised hüpoteesid, eeldused, seaduspärasused jms., mis on rakendatavad nii lineaarse kui mittelineaarsete teooria korral

- Pidevuse hüpotees kehtib alati
 - Praguude, tühimike jms. esinemise korral on vaja rakendada täiendavaid hüpoteese ja eeldusi
- Homogeensus ja mittehomogeensus
- Isotroopsus ja anisotroopsus
- Defineeritakse nn. algolek — puuduvad pinged ja deformatsioonid
- Termilised efektid — termoelastsusteooria — nii lineaarne kui mittelineaarne käsitlus

- Viskoossed efektid — viskoelastsus
 - Viskoossus — vedeliku võime deformeermisel vastu võtta nihke- ja tõmbepingeid
 - Mida väiksem on vedeliku viskoossus, seda voolavam ta on
 - Olekuvõrrandid esitavad seosed pingete ja deformatsioonikiiruste vahel
 - * Lineaarsed (Newtoni vedelik) ja mittelineaarsed (nn. mitte Newtoni vedelik, i.k. *non-Newtonian fluid*)
- Saab eristada tegelikku ja tinglikku pinget (ehk pseudopinget)
 - Lineaarses teoorias langevad need kaks praktiliselt kokku ja seetõttu neid tavaliselt ei eristata
 - Võrrelge malmi ja terase tõmbekatseid

9.3. Lineaarne elastsusteooria jaotamine elementaarteooriaks ja esimest järku teooriaks

9 - 10

- ## 9.3 Lineaarne elastsusteooria jaotamine elementaarteooriaks ja esimest järku teooriaks
- Elementaarteooria ehk nn. 0-järku teooria — sisaldab täiendavaid lihtsustusi
 - Nn. 1-järku teooria — klassikaline ehk lineaarne elastsusteooria ilma täiendavate lihtsustusteta
 - Tugevusõpetus — elementaarteooria + tugevusarvutused
 - Tugevusõpetus on mehaanika haru, mis uurib konstruktsioonielementide piisava tugevuse, jäikuse ja stabiilsuse saavutamist võimalikult ökonoomsel moel.
 - Tehniline mehaanika TTÜ-s — tugevusõpetus + jäiga keha staatika

Elementaarteooria

- Kehitavad kõik lineaarse elastsusteooria hüpoteesid, eeldused, printsiibid, lihtsustused jne.
- Lisaks tehakse veel täiendavaid lihtsustusi, mis 1. järku teooria korral võivad, kuid ei pruugi kehtida
 - Algmõõtmete printsiip
 - Bernoulli hüpotees ehk ristlõigete tasapinnalisuse hüpotees
 - Urimisobjektiks on peamiselt vardad ja talad
 - jne
- Peamiselt tuntakse huvi vaid varraste (talade) teljepunktide siirete vastu — teiste punktide siirete leidmine ei paku üldjuhul huvi
 - Vaadeldakse tala telge — elastse joone (i.k. *deflection curve*) diferentsiaalvõrrand — läbipainded
- Käesoleva loengukonsepti 2. peatükis on varraste ja talade pingete analüüs teostatud elementaarteooriast lähtudes

9.4. Olekvõrranditest

9 - 12

9.4 Olekvõrranditest

Olekvõrrandid esitavad tahkiste korral seoseid pingete ja deformatsioonide vahel, (viskoosete) vedelike korral aga pingete ja deformatsioonikiiruste vahel.

Elastse keha lineaarne olekvõrrand — Hooke'i seadus

- Ideaalselt elastne, homogeenne, isotroopne materjal
 - Kaks sõltumatut elastsuskonstanti
 - * Youngi moodul, Poissoni tegur, nihkeelastsusmoodul — valida kaks kolmest
 - * Lamé koefitsendid
 - * Ruumdeformatsioon — ruumpaisumismoodul
- Anisotroopne materjal — iga juht vajab individuaalset (eksperimentaalset) lähenemist
 - Tähtis on teada materjalide sümmeetriat, näiteks ortotroopne materjal

9.5 Deformatsioon ja pinged

- Deformatsioon iseloomustab keha (keskkonna) mõõtmete ja kuju muutuse intensiivsust vaadeldavas punktis
- Pinged iseloomustab sisejõudude intensiivsust vaadeldavat punkti läbivalpinnal
- Deformatsiooniseisund — iseloomustab deformatsioone vaadeldavas punktis — kirjeldatakse deformatsioonitensori abil
- Pingeseisund ehk pingus — iseloomustab pingeid vaadeldavas punktis — kirjeldatakse pingetensori abil
- Peapinged ja peadeformatsioonid
- Ruum-, tasand- ja joonpingus
- Ruum-, tasand- ja joondeformatsioon
- Tasandpingusele vastab ruumdeformatsioon ja vastupidi, tasanddeformatsioonile vastab ruumpingus

9.6. Tugevuskriteeriumid ja varutegur

9 - 14

9.6 Tugevuskriteeriumid ja varutegur

- Lubatav pinged — tähistused $[\sigma]$, $[\sigma^c]$, $[\sigma^t]$, $[\tau]$
- Varutegur — väärtus ≥ 1 , 25 sõltub konstruktsiooni vastutusrikkusest, materjali omaduste tähtsusest jms.
- Tugevuskriteeriumid (tugevusteooriad)
 - Lihttõõseisundid — $\sigma \leq [\sigma]$, $\sigma^c \leq [\sigma^c]$, $\sigma^t \leq [\sigma^t]$, $\tau \leq [\tau]$
 - Liitõõseisundid — ekvivalentspinged $\sigma_{ekv} \leq [\sigma]$
 - * Kujumuutuse energia kriteerium ehk von Misesi kriteerium (von Mises–Huber–Maxwell) — tänapäeval väga laialdaselt kasutusel

$$\cdot \sigma_{ekv}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3$$
 - * Suurima nihkepinge kriteerium ehk Tresca kriteerium

$$\cdot \sigma_{ekv} = \sigma_1 - \sigma_3$$
 - * Maksimaalse peadeformatsiooni kriteerium

$$\cdot \sigma_{ekv} = \sigma_1 - \nu\sigma_2 - \nu\sigma_3$$
 - * jne.
- Temperatuuri mõju — külmahaprus

9.7 Dünaamilised koormused

- Tsüklikiline koormamine — väsimus
 - Väsimuspragu ja väsimuspurunemine
- Lööök
 - Löögisitkus
- Võnkumine
 - Resonants
- Lained
 - Akustilised lained
 - Deformatsioonilained
 - Nihkelained
 - Survelained