

# Peatükk 9

## Kokkuvõtvad märkused

### 9.1 Jäiga keha mehaanika ja elastsusteooria

#### Sarnasused:

- Alamharud: staatika, kinemaatika, dünaamika.
- Mõlemal juhul on rakendatavad analüütilise mehaanika meetodid
- Jõudu ja jõu momenti käsitletakse kui vektoreid!
- Mõlemad, st. nii jäik keha kui deformeeruv keskkond, koosnevad punkt-massidest ja nad moodustavad seega punktmasside (mehaanikalise) süsteemi
  - Sageli öeldakse deformeeruva keskkonna korral punktmassi asemel materiaalne punkt
  - Punktmasside süsteemile mõjuvad jõud saab jaotada sise- ja välisjõududeks

- Jõusüsteemi peavektori ja peamomendi kontseptsiooni rakendatakse mõlemal juhul, kuid deformeeruva keha korral esineb mõningaid spetsiifilisi erisusi
  - Sisejõud: keha lõikes mõjuvate pingete peavektor ja peamoment
  - Tavaliselt taandatakse pinged lõike pinnakeskmesse
  - Talade korral on tala ristlõikes mõjuvate sisejõudude projektsioonidel spetsiifilised nimed: pikijõud, põikjõud, väändemoment, paindemoment
    - \* Tavaliselt kasutatakse siinjuures Descartes'i ristkoordinaate
- Tasakaalutingimused: Jõusüsteemi peavektor ja peamoment peavad võrduma nulliga.
- Liikumishulk ja kineetiline moment ning vastavad teoreemid
- Kogu teooria baseerub mõlemal juhul Newtoni seadustel

**Erinevused:**

- Uurimisobjekt: jäik keha *vrs.* deformeeruv keskkond
  - Deformeeruv keskkond: deformeeruv tahkis (tahke keha), gaas, vedelik
- Jäiga keha mehaanikas saab jõudu vaadelda kui libisevat vektorit, kuid deformeeruva keskkonna korral ei saa.
- Jäiga keha mehaanikas saab lauskoormuse asendada üksikjõuga, kuid deformeeruva keskkonna korral ei saa.

## 9.2 Lineaarne ja mittelineaarne elastsusteooria

### Lineaarne elastsusteooria

- Lineaarne elastsusteooria = klassikaline elastsusteooria
- Siirete ja deformatsioonide vahelised seosed on lineaarsed — geomeetiline lineaarsus
  - Deformatsioonitensor on defineeritud Cauchy seoste kaudu
  - Deformatsiooni mõõduks on tavaliselt suhteline pikenemine ja algse täisnurga muut ehk nihkenurk
- Siirded on väikesed võrreldes uuritavate kehade joonmõõtmetega
- Deformatsioonid (suhtelised pikenemised ja algse täisnurga muutused) on väikesed võrreldes ühega, neid saab käsitleda lõpmata väikeste suurustena ja kasutatakse terminit (lõpmata) väikesed deformatsioonid (inglise keeles *infinitesimal strains*)

- Olekuvõrrandid, st. pingete ja deformatsioonide vahelised seosed, on lineaarsed — füüsikaline lineaarsus
  - (Üldistatud) Hooke'i seadus
    - \* Analooigiks on nn. ideaalne vedru
- Kehtib superpositsiooni printsiip
  - Tihti nimetatakse seda ka jõudude mõju sõltumatuse printsiibiks
    - \* Erinevate lahendite summa on alati lahend
- Ideaalselt elastne keha
- Alati rakendatakse Saint Venant'i printsiipi
- Tavaliselt rakendatakse Bernoulli hüpoteesi (ristlõigete tasandilisuse hüpoteesi)

## Mittelineaarne elastsusteooria

- Siirete ja deformatsioonide vahelised seosed on mittelineaarsed — geomeetiline mittelineaarsus
  - Kasutusel on erinevad deformatsioonitensorid ja deformatsiooni mõõdud
- Olekuvõrrandid on mittelineaarsed — füüsikaline mittelineaarsus
- Siirded pole väikesed (võrreldes keha mõõtmetega)
- Deformatsioonid pole väikesed võrreldes ühega
  - Deformatsioone ei saa käsitleda lõpmata väikeste suurustena
  - Öeldakse, et deformatsioonid omavad lõplike väärtusi ja kasutatakse terminit lõplikud deformatsioonid (inglise keeles *finite strains*)
- Superpositsiooni printsiip ei kehti!
- Saint Venant'i printsiip ja Bernoulli hüpotees pole tavaliselt rakendatavad

- Mittelineaarsele elastsusteooriale vastavaid võrrandeid ja seoseid käsitleme pideva keskkonna mehaanika kursuses.

Üldised hüpoteesid, eeldused, seaduspärasused jms., mis on rakendatavad nii lineaarse kui mittelineaarse teooria korral

- Pidevuse hüpotees kehtib alati
  - Pragude, tühimike jms. esinemise korral on vaja rakendada täiendavaid hüpoteese ja eeldusi
- Homogeensus ja mittehomoogeensus
- Isotroopsus ja anisotroopsus
- Defineeritakse nn. algolek — puuduvad pinged ja deformatsioonid
- Termilised efektid — termoelastsusteooria — nii lineaarne kui mittelineaarne käsitlus

- Viskoossed efektid — viskoelastsus
  - Viskoossus — vedeliku võime deformeerumisel vastu võtta nihke- ja tõmbepingeid
  - Mida väiksem on vedeliku viskoossus, seda voolavam ta on
  - Olekuvõrrandid esitavad seosed pingete ja deformatsioonikiiruste vahel
    - \* Lineaarsed (Newtoni vedelik) ja mittelineaarsed (nn. mitte Newtoni vedelik, i.k. *non-Newtonian fluid*)
- Saab eristada tegelikku ja tinglikku pinget (ehk pseudopinget)
  - Lineaarses teoorias langevad need kaks praktiliselt kokku ja seetõttu neid tavaliselt ei eristata
  - Võrrelge malmi ja terase tõmbekatseid

### 9.3 Lineaarse elastsusteooria jaotamine elementaarteooriaks ja esimest järku teooriaks

- Elementaarteooria ehk nn. 0-järku teooria — sisaldab täiendavaid lihtsustusi
- Nn. 1-järku teooria — klassikaline ehk lineaarne elastsusteooria ilma täiendavate lihtsustusteta
- Tugevusõpetus — elementaarteooria + tugevusarvutused
  - Tugevusõpetus on mehaanika haru, mis uurib konstruktsioonielementide piisava tugevuse, jäikuse ja stabiilsuse saavutamist võimalikult ökonoomsel moel.
- Tehniline mehaanika TTÜ-s — tugevusõpetus + jäiga keha staatika

#### Elementaarteooria

- Kehtivad kõik lineaarse elastsusteooria hüpoteesid, eeldused, printsiibid, lihtsustused jne.
- Lisaks tehakse veel täiendavaid lihtsustusi, mis 1. järku teooria korral võivad, kuid ei pruugi kehtida
  - Algmõõtmete printsiip
  - Bernoulli hüpotees ehk ristlõigete tasapinnalisuse hüpotees
  - Uurimisobjektiks on peamiselt vardad ja talad
  - jne
- Peamiselt tuntakse huvi vaid varraste (talade) teljepunktide siirete vastu — teiste punktide siirete leidmine ei paku üldjuhul huvi
  - Vaadeldakse tala telge — elastse joone (i.k. *deflection curve*) diferentsiaalvõrrand — läbipainded
- Käesoleva loengukonspekti 2. peatükis on varraste ja talade pingete analüüs teostatud elementaarteooriast lähtudes

## 9.4 Olekuvõrranditest

Olekuvõrrandid esitavad tahkiste korral seoseid pingete ja deformatsioonide vahel, (viskoosete) vedelike korral aga pingete ja deformatsiooniiruste vahel.

### Elastse keha lineaarne olekuvõrrand — Hooke'i seadus

- Ideaalselt elastne, homogeenne, isotroopne materjal
  - Kaks sõltumatut elastsuskonstanti
    - \* Youngi moodul, Poissoni tegur, nihkeelastsusmoodul — valida kaks kolmest
    - \* Lamé koefitsendid
    - \* Ruumdeformatsioon — ruumpaisumismoodul
- Anisotroopne materjal — iga juht vajab individuaalset (eksperimentaalset) lähenemist
  - Tähtis on teada materjalide sümmeetriat, näiteks ortotroopne materjal

## 9.5 Deformatsioon ja pinge

- Deformatsioon iseloomustab keha (keskkonna) mõõtmete ja kuju muutuse intensiivsust vaadeldavas punktis
- Pinge iseloomustab sisejõudude intensiivsust vaadeldavat punkti läbival pinnal
- Deformatsiooniseisund — iseloomustab deformatsioone vaadeldavas punktis — kirjeldatakse deformatsioonitensori abil
- Pingeseisund ehk pingus — iseloomustab pingeid vaadeldavas punktis — kirjeldatakse pingetensori abil
- Peapinged ja peadeformatsioonid
- Ruum-, tasand- ja joonpingus
- Ruum-, tasand- ja joondeformatsioon
- Tasandpingusele vastab ruumdeformatsioon ja vastupidi, tasanddeformatsioonile vastab ruumpingus

## 9.6 Tugevuskriteeriumid ja varutegur

- Lubatav pinge — tähistused  $[\sigma]$ ,  $[\sigma^c]$ ,  $[\sigma^t]$ ,  $[\tau]$
- Varutegur — väärtus  $\geq 1$ , 25 sõltub konstruktsiooni vastutusrikkusest, materjali omaduste ühtlusest jms.
- Tugevuskriteeriumid (tugevusteooriad)
  - Lihttööseisundid —  $\sigma \leq [\sigma]$ ,  $\sigma^c \leq [\sigma^c]$ ,  $\sigma^t \leq [\sigma^t]$ ,  $\tau \leq [\tau]$
  - Liitööseisundid — ekvivalentpinged  $\sigma_{\text{ekv}} \leq [\sigma]$ 
    - \* Kujumuutuse energia kriteerium ehk von Misesi kriteerium (von Mises–Huber–Maxwell) — tänapäeval väga laialdaselt kasutusel
      - $\sigma_{\text{ekv}}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3$
    - \* Suurima nihkepinge kriteerium ehk Tresca kriteerium
      - $\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 - \sigma_3$
    - \* Maksimaalse peadeformatsiooni kriteerium
      - $\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 - \nu\sigma_2 - \nu\sigma_3$
    - \* jne.

- Temperatuuri mõju — külmahaprus



## 9.7 DÜnaamilised koormused

- Tsükliline koormamine — väsimus
  - Väsimuspragu ja väsimuspurunemine
- Löök
  - Löögisitkus
- Võnkumine
  - Resonants
- Lained
  - Akustilised lained
  - Deformatsioonilained
  - Nihkelained
  - Survelained

# Sisukord

<b>9</b>	<b>Kokkuvõtvad märkused</b>	<b>1</b>
9.1	Jäiga keha mehaanika ja elastsusteooria . . . . .	2
9.2	Lineaarne ja mittelineaarne elastsusteooria . . . . .	5
9.3	Lineaarse elastsusteooria jaotamine elementaarteooriaks ja esimest järku teooriaks . . . . .	11
9.4	Olekuvõrranditest . . . . .	13
9.5	Deformatsioon ja pinge . . . . .	14
9.6	Tugevuskriteeriumid ja varutegur . . . . .	15

---

9.7	Dünaamilised koormused . . . . .	17
-----	----------------------------------	----