

3. Kui kaks peapinget on võrdsed ja kolmas neist erinev, siis saame määrata sellele kolmandale peapingele vastava peasuuna, mis omakorda määrab peapinna. Ülejäänud kaheks peasuunaks sobib mistahes ristuvate suunade paar, mis on omakorda risti kolmanda peasuunaga.

Kasutades peapingeid saame pinge invariandid kujul

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \\ I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3, \\ I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3. \end{cases} \quad (2.22)$$

- Pinge invariandid on sõltumatud koordinaatide  $xyz$  valikust.
- Kuna invariandid on sõltumatud koordinaatide valikust, tuleb neid vaadelda kui põhilisi suurusi, mis iseloomustavad pinget vaadeldavas punktis — kõik pingekomponendid on määratavad läbi invariantide.

## 2.5 Pingetensor

Vaatleme keha meelevaldset punkti. Seda punkti läbib kolm koordinaatissandit, millel mõjuvad kolm normaalpinget  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  ja kuus nihkepinget  $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{xz} = \tau_{zx}$  moodustavad *pingetensori*

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Pingetensor on *teist järku tensor* ja teda saab esitada  $3 \times 3$  (tasandülesannete korral  $2 \times 2$ ) tabelina nagu maatrikseid. Pingetensor iseloomustab täielikult pingust (pingeseisundit) antud punktis ning tema abil saab määrata pingvektori suvalisel seda punkti läbival pinnal (vt. valemid (2.14)).

Käesolevas kursuses vaatleme kolme liiki füüsikalisi suurusi — skalaare, vektoreid ja (teist järku) tensoreid.

1. *Skalaar* pole seotud suunaga, teda iseloomustab vaid (arv)väärtus. Näited: mass, tihedus, temperatuur.

2. *Vektorit* iseloomustab lisaks moodulile (arvväärtusele) ka suund. Vektori iga komponent on samuti seotud ühe suunaga ja tema tähistamisel kasutatakse ühte indeksit. Näited: jõud, pinnanormaal, kiirus, siire.
  3. *Teist järku tensori* iga komponenti iseloomustab lisaks moodulile kaks suunda ja tema tähistamisel kasutatakse kahte indeksit. Näiteks pingetensori korral näitab esimene indeks pinnanormaali suunda ja teine indeks pingekomponendi suunda.
- Vektoreid võib nimetada esimest järku tensoreiks ja skalaare nullindat järku tensoreiks.

### Maatriksite ja tensorite omavaheline suhe

- Kui on fikseeritud kordinaatsüsteem, siis saab iga teist järku tensori esitada  $3 \times 3$  maatriksina ja iga vektori arvukolmikuna.
- Vastupidine aga ei kehti — iga  $3 \times 3$  maatriks ei osutu tensoriks.
- Koordinaatide teisendamisel teisenevad nii tensori kui vektori komponendid kindlate reeglite alusel.

- Pärast koordinaatteisendust peab tensor (vektor) esitama endiselt täpselt sama füüsikalist suurust, mida enne teisendust.
  - \* Kui see nii on, siis ongi tegu tensoriga (vektoriga), vastupidisel juhul mitte.
  - \* Vastupidine olukord on füüsikaliselt vastuvõtmatu. Pole võimalik, et pinge keha punktis või punkti siire või kiirus sõltuks kordinaatsüsteemi valikust.
  - \* Näide. Vektor ning kaks kordinaatsüsteemi  $xy$  ja  $x'y'$ , mille vaheline nurk on  $\theta$ .
- Kui tensor (vektor) on määratud igas vaadeldava keha punktis, siis on meil tegu tensorväljaga (vektorväljaga). Näiteks on pingetensori korral tegu tensorväljaga, sest ta on määratud igas vaadeldava keha punktis.