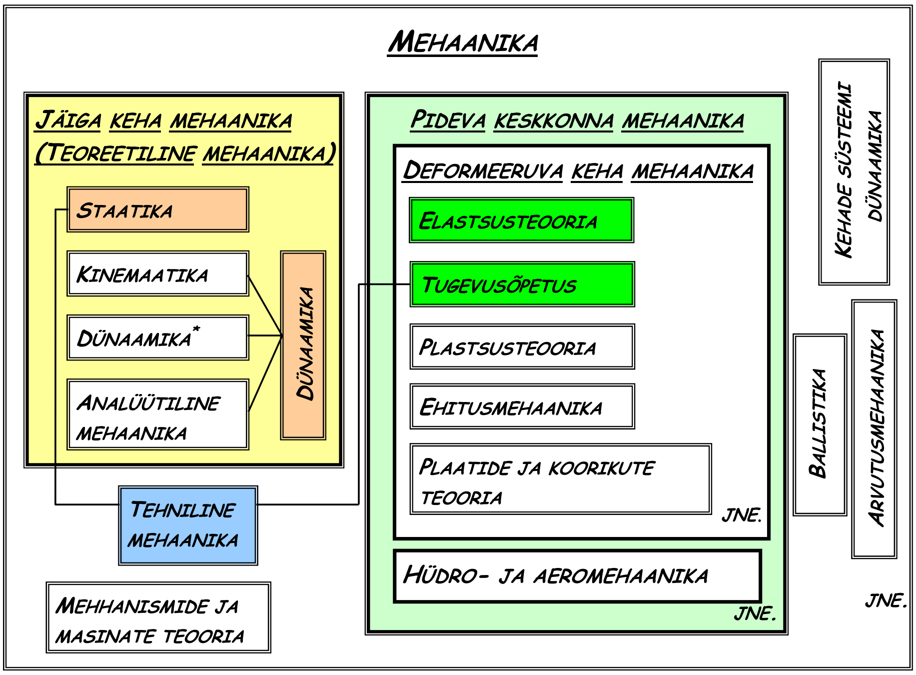
Peatükk 1

Sissejuhatus – ülevaade staatika, dünaamika ja tugevusõpetuse põhimõistetest, hüpoteesidest ja võrranditest

Märkus: Alates 2010/11 õppeaastast õpetatakse tehnilise füüsika eriala üliõpilastele tugevusõpetuse asemel õppeainet „Elastsusteooria alused”. Ülevaade sellest kursusest on 2012. a. sügisel eraldi failis (vt. `http://cens.ioc.ee/~salupere/loko.html`).

1.1 Mehaanika harud

Mehaanika on teadus, mis uurib tahkete kehade, vedelike ja gaaside liikumist, selle liikumise põhjusi ja tagajärgi.



Joonis 1.1: Mehaanika harud

1.1.1 Jäiga keha mehaanika

Teoreetiline mehaanika ehk jäiga keha mehaanika uurib absoluutselt jäikade kehade liikumist ja paigalseisu neile rakendatud jõudude toimel.

Absoluutselt jäiga keha mistahes kahe punkti vaheline kaugus on konstantne.

Laias laastus võib teoreetilise mehaanika jagada *staatikaks*, *kinemaatikaks* ja *dünaamikaks*.

- *Staatika* uurib:
  1. kehade tasakaalu (täpsemalt öeldes kehadele rakendatud jõusüsteemide tasakaalu) ja
  2. jõusüsteemide lihtsustamist ehk taandamist.
- *Kinemaatika* uurib liikumise geomeetrilisi seaduspärasusi.
- *Klassikaline dünaamika* uurib punktmasside ja jäikade kehade liikumist neile mõjuvate jõudude toimel.

Liikumisena ehk mehaanikalise liikumisena mõistetakse vaadeldava keha asendi muutust teiste kehade suhtes. Selleks valitakse tavaliselt üks keha, mille suhtes uuritakse liikumist ja seotakse sellega jäigalt koordinaatsüsteem. Tulemust nimetatakse *taustsüsteemiks*.

Punktmassiks nimetatakse materiaalset keha, mille mõõtmeid tema liikumise uurimisel ei arvestata.

Aeg loetakse universaalseks, st., ühtviisi kulgevaks kõigis taustsüsteemides.

1.1.2 Pideva keskkonna mehaanika

Pideva keskkonna mehaanika (PKM) uurib tahkiste (deformeeruvate tahkete kehade), gaaside ja vedelike liikumist välismõjude toimel.

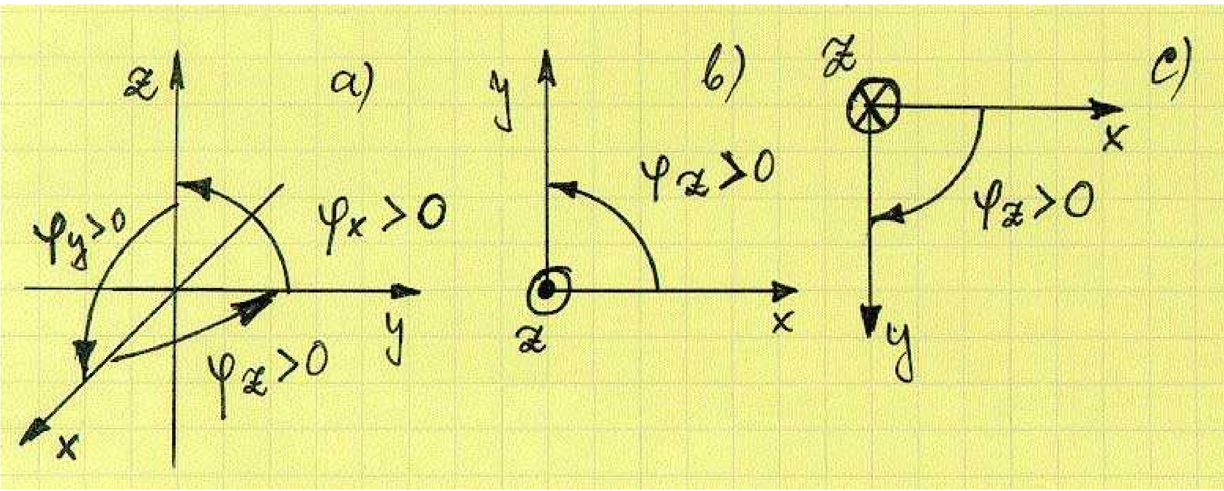
Palju harusid

- tahkise (deformeeruva keha) mehaanika
  - tugevusõpetus
  - elastsusteooria
  - plastsusteooria
  - jne.
- hüdro- ja aeromehaanika
  - hüdrostaatika
  - hüdrodünaamika
  - jne.

1.2 Staatika

- Jäik keha
- Jõud
  - Kehade vastastikuse mõju mõõt
- Jõusüsteem
  - koonduv JS, paralleeljõudude süsteem, jne.
- Jõu moment, jõupaar
  - $\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
- Jõu ja momendi projektsioonid ning komponendid
  - $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_x + \mathbf{Q}_y + \mathbf{Q}_z = Q_x\mathbf{i} + Q_y\mathbf{j} + Q_z\mathbf{k}$

Koordinaadid ja koordinaatteljed



- Descartes'i ristkoordinaadid (DRK)
- *Koordinaatteljed peavad moodustama parema käe kolmiku*
- Ümber telje toimuva *pöörde positiivne suund* määratakse kruvireegliga

Vabaks kehaks nimetatakse keha, mille liikumist ei piira mitte ükski tingimus. Vaba keha saab antud asendist üle viia mistahes uude asendisse.

Side on keha liikumist kitsendav tingimus. Tavaliselt moodustab sideme mingi teine keha.

Sidemereaktsioon ehk reaktsioonjõud on jõud, millega sidet moodustav keha mõjub vaadeldavale kehale.

Inseneriülesannete puhul nimetatakse sidemeid tihti ka *tugedeks* ja vastavaid reaktsioonjõudusid *toereaktsioonideks*.

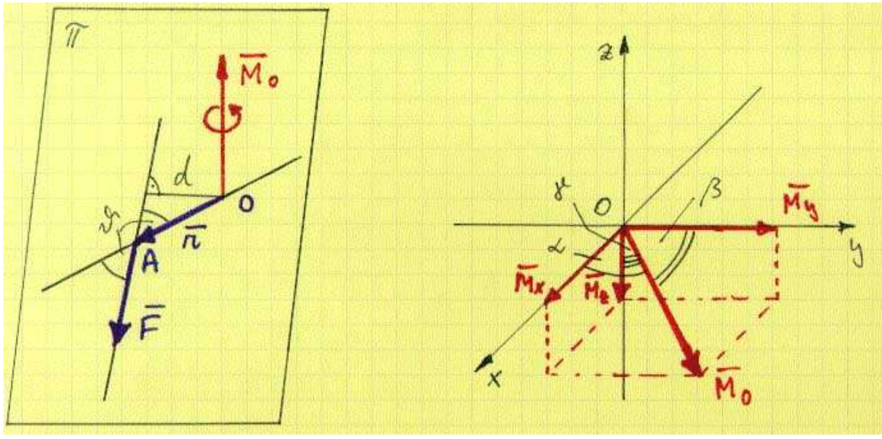
Sidemetest vabastatavuse printsiip: Iga seotud keha võib vaadelda vaba kehana kui asendada sidemed sidemereaktsioonidega.

Sidemete tüübid: sile pind, kare pind, liikumatu liigend(tugi), liikuv liigend(tugi), kerge varras, painduv ühendus jne.

Jõu momendiks punkti suhtes nimetatakse vektorit, mis võrdub jõu rakenduspunkti A kohavektori $\mathbf{r}$ ja jõuvektori $\mathbf{F}$ vektorkorrutisega.

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}, \quad M_O \equiv |\mathbf{M}_O| = Fr \sin\vartheta = Fd. \tag{1.1}$$

Jõu moment iseloomustab jõu pööravat toimet.



Joonis 1.2: Jõu moment punkti suhtes.

Momentvektori $\mathbf{M}_O$ suurus (ehk moodul) ja suund sõltub punkti O valikust kuid ei sõltu punkti A valikust jõu mõjusirgel.

Momentvektori $\mathbf{M}_O$ mõjusirge määrab telje, mille ümber jõud $\mathbf{F}$ püüab tekitada pöörlemist.

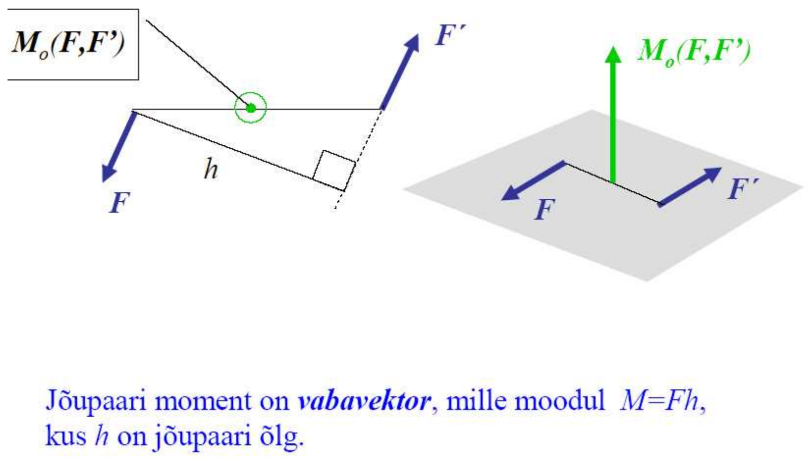
Pöörde suund määratakse *kruvireegliga* — kui (parema käe) kruvi teljesihilise liikumise suund ühtib momentvektori suunaga, siis keha pöörlemise suund ühtib kruvi pöörlemise suunaga. Ja vastupidi, kui kruvi pöörata keha pöörlemise suunas, siis tema teljesihilise liikumise suund ühtib momentvektori suunaga.

Jõu moment telje suhtes võrdub selle telje mistahes punkti suhtes leitud momentvektori projektsiooniga vaadeldaval teljel.

- See on üldlevinud määratlus ja selle põhjal on tegu skalaariga. Tegelikult võib ka jõu momenti telje suhtes käsitleda vektorina.
- Praktikas leitakse moment valemist $M = \pm Fd$, s.t. jõud korda jõu õlg, ning märk määratakse kruvireegliga. √

Jõupaari moodustavad kaks võrdvastupidist jõudu **F** ja −**F** millel on erinev mõjusirge.

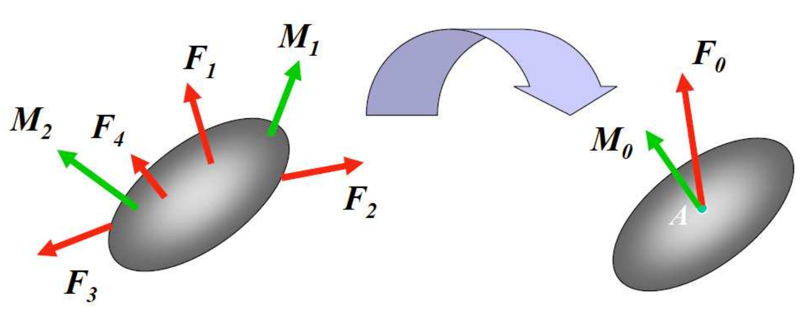
Jõupaari moment võrdub ühe jõupaari moodustava jõu momendiga teise rakenduspunkti suhtes. Jõupaari moment on *vabavektor*.



Joonis 1.3: Jõupaar ja jõupaari moment
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Lemma jõu paraleellükkest. Jäiga keha mistahes punktis A rakendatud jõu võib paralleelselt tema mõjusirgega üle kanda uude rakenduspunkti B kui lisada punktis A rakendatud jõu moment punkti B suhtes.

Staatika põhiteoreem (Poinsot' teoreem): Iga jäigale kehale rakendatud jõusüsteemi saab asendada taandamistsentrisse rakendatud jõusüsteemi peavektoriga ja jõusüsteemi peamomendiga taandamistsentri suhtes.



Joonis 1.4: Jõusüsteemi peavektor ja peamoment.
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Jõusüsteemi peavektor: $\mathbf{F}_O = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$

Jõusüsteemi peamoment: $\mathbf{M}_O = \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_O(\mathbf{F}_i)$, kus punkti O nimetatakse *taandamistsentriks*. (Joonisel on kahjuks O asemel A.)

Jõusüsteem on tasakaalus parajasti siis kui peavektor $\mathbf{F}_O$ ja mingi punkti O suhtes leitud peamoment $\mathbf{M}_O$ on võrdsed nulliga:

$$\mathbf{F}_O = \sum_i \mathbf{F}_i = 0, \quad \mathbf{M}_O = \sum_i \mathbf{M}_O(\mathbf{F}_i) = 0. \tag{1.2}$$

Skalaarsed tasakaalu tingimused:

$$\begin{cases} \sum_i F_{ix} = 0, \quad \sum_i F_{iy} = 0, \quad \sum_i F_{iz} = 0, \\ \sum_i M_x(\mathbf{F}_i) = 0, \quad \sum_i M_y(\mathbf{F}_i) = 0, \quad \sum_i M_z(\mathbf{F}_i) = 0. \end{cases} \tag{1.3}$$

1.3 Kinemaatika

- *Kinemaatika* uurib liikumise geomeetrilisi seaduspärasusi.
- *Liikumisena* ehk mehaanikalise liikumisena mõistetakse vaadeldava keha asendi muutust teiste kehade suhtes.
  - Selleks valitakse tavaliselt üks keha, mille suhtes uuritakse liikumist ja seotakse sellega jäigalt koordinaatsüsteem.
  - Tulemust nimetatakse *taustsüsteemiks*.
- *Punktmassiks* nimetatakse materiaalset keha, mille mõõtmeid tema liikumise uurimisel ei arvestata.
  - Materiaalne punkt
- Liikumise kirjeldamiseks peab olema kokkulepe kuidas mõõdetakse aega
  - *Aeg* loetakse universaalseks, st., ühtviisi kulgevaks kõigis taustsüsteemides

- Punkti *trajektooriks* nimetatakse pidevat joont, mille joonistab liikuv punkt taustsüsteemi suhtes
- *Punkti liikumisseaduseks* nimetatakse eeskirja, mis määrab punkti asukoha igal ajahetkel.
  - *Vektoriaalne viis.*

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$$

  - *Koordinaatviis.* — Descartes'i ristkoordinaadid (DRK)

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t). \end{cases}$$

  - seos

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

  - *Loomulik viis.* Punkti asukoht ruumis määratakse tema loomuliku koordinaadiga

$$s = s(t).$$

  - seos

$$s = \pm \int_0^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} dt.$$

- *Punkti kiiruseks* nimetatakse tema kohavektori esimest tuletist aja järgi

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$$

- DRK

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = \dot{x}\mathbf{i} + \dot{y}\mathbf{j} + \dot{z}\mathbf{k}$$

- *Kiirus on vektor*, mis
  - on suunatud piki trajektoori puutujat liikumise suunas;
  - iseloomustab nii kohavektori pikkuse kui suuna muutumist.

- *Punkti kiirenduseks* nimetatakse kiirusvektori esimest tuletist aja järgi ehk tema kohavektori teist tuletist aja järgi.

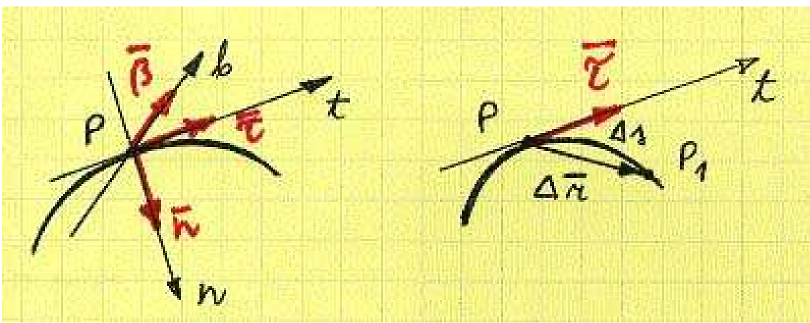
$$\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}}$$

- DRK

$$\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}} = \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k}.$$

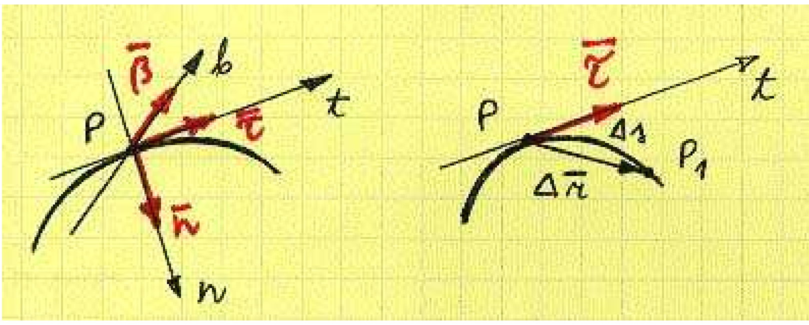
- *Kiirendus on vektor*, mis
  - on suunatud trajektoori sisse
    (v.a. sirgjooneline liikumine);
  - iseloomustab kiiruse muutumist
    (nii kiirusvektori pikkuse kui suuna muutumist).

- *Loomulik teljestik:* parema käe teljestik $t-n-b$, mis liigub koos vaadeldava punktiga.



- telg t on puutuja, n peanormaali ja b binormaali sihis
- Vastavaid ühikvektoreid tähistame $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\nu}$ ja $\boldsymbol{\beta}$.

- *Koordinaattasandid:*



- $t - n$ — kooldumistasand,
- $t - b$ — sirgestumistasand,
- $b - n$ — normaaltasand.
- *Kiirus*

$$\mathbf{v} = \dot{s}\boldsymbol{\tau}$$

- *Kiirendus*

$$\mathbf{a} = \ddot{s}\boldsymbol{\tau} + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\boldsymbol{\nu} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n$$

  - $\mathbf{a}_t$ — *puutekiirendus ehk tangentsiaalkiirendus*
  - $\mathbf{a}_n$ — *normaalkiirendus*
  - Vastavad projektsioonid

$$a_t = \ddot{s} = \dot{v}_t \text{ ja } a_n = \frac{\dot{s}^2}{\rho} = \frac{v^2}{\rho}$$

  - $a_b = 0$!!!

- Puutekiirendus $\mathbf{a}_t$ iseloomustab kiirusvektori mooduli muutumist
- Normaalkiirendus $\mathbf{a}_n$ iseloomustab kiirusvektori suuna muutumist
- Kuna kiirenduse projektsioon b-teljel (binormaalil) on null, siis kiirenduse moodul

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n, \qquad a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Jäiga keha liikumise tüübid

- *Rööpliikumiseks* nimetatakse jäiga keha sellist liikumist, mille puhul iga kehaga muutumatult seotud sirge jääb kogu liikumise kestel oma algsihiga paralleelseks
- *Pöörlemiseks* nimetatakse jäiga keha sellist liikumist, mille puhul kaks kehaga muutumatult seotud punkti jäävad kogu liikumise kestel paigale
  - *Keha pöörlemisseaduseks* nimetatakse pöördenurga muutumise eeskirja $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(t)$
    * Kui pöörlemine toimub ümber z telje, siis võib pöörlemisseaduse esitada kujul

$$\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(t) = \varphi_z(t)\mathbf{k}$$

  - *Nurkkiiruseks* nimetatakse pöördenurga vektori esimest tuletist aja järgi:

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\boldsymbol{\varphi}}.$$

- Nurkkiirus(vektor) $\boldsymbol{\omega}$ määrab
  * pöörlemise suuna (läbi kruvireegli)
  * pöörlemise kiiruse (rad/s ehk 1/s)
- *Nurkkiirenduseks* nimetatakse nurkkiiruse vektori esimest tuletist aja järgi ehk pöördenurga vektori teist tuletist aja järgi:

$$\boldsymbol{\alpha} = \dot{\boldsymbol{\omega}} = \ddot{\boldsymbol{\varphi}}.$$

- Pöörleva keha punkti kiirus

$$\mathbf{v} = \omega_z h \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r},$$

- kiiruse projektsioon loomulikul teljel t

$$v_t = \omega_z h = \dot{\varphi}_z h,$$

- kiiruse moodul

$$v = \omega h = |\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}|.$$

- Pöörleva keha punkti kiirendus, puutekiirendus ja normaalkiirendus

$$\begin{cases} \mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}, \\ \mathbf{a}_t = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}, \\ \mathbf{a}_n = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} \end{cases}$$

- Vastavad moodulid

$$\begin{cases} a = \sqrt{\alpha^2 + \omega^4 h}, \\ |a_t| = \alpha h, \\ a_n = \omega^2 h \end{cases}$$

- *Tasapinnaliseks liikumiseks* nimetatakse jäiga keha sellist liikumist, mille puhul kõik keha punktid liiguvad tasapindades, mis on paralleelsed ühe paigalseisva tasapinnaga.
  - Tasapinnalise liikumise võib lahutada
    * tasapinnaliseks rööpliikumiseks koos vabalt valitud poolusega ja
    * pöörlemiseks ümber selle pooluse (pöörlemiseks ümber seda poolust läbiva ja vaadeldava tasandiga ristuva telje).
    * Rööpliikumine sõltub pooluse valikust, pöörlemine aga mitte
  - $\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{BA}$, $\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{BA}$
  - Hetkeline kiiruste tsenter ja hetkeline kiirenduste tsenter

- *Liitliikumine* — vaadeldav keha liigub taustsüsteemis, mis omakorda liigub mingi teise (paigalseisva) taustsüsteemi suhtes
  - *Absoluutseks liikumiseks* nimetatakse punkti (keha) liikumist liikumatu taustsüsteemi suhtes
  - *Relatiivseks liikumiseks* nimetatakse punkti (keha) liikumist liikuva taustsüsteemi suhtes
  - *Kaasaliikumiseks* (ülekandeliikumiseks) nimetatakse liikuva taustsüsteemiga muutumatult seotud punktide liikumist liikumatu taustsüsteemi suhtes
- Absoluutne kiirus võrdub relatiivse kiiruse ja kaasaliikumise kiiruse geomeetrilise summaga $$\mathbf{v} = \mathbf{v}_r + \mathbf{v}_e.$$
- Absoluutne kiirendus võrdub relatiivse kiirenduse, kaasaliikumise kiirenduse ja Coriolise kiirenduse geomeetrilise summaga $$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_e + \mathbf{a}_C$$
- *Coriolise kiirendus* $$\mathbf{a}_C = 2\boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{v}_r$$

- *Sfääriliseks liikumiseks* nimetatakse jäiga keha sellist liikumist, mille puhul üks kehaga muutumatult seotud punkt jääb liikumatuks.
  - Seda liikumatut punkti nimetatakse *kinnispunktiks*[1]
  - Lõikuvate telgede ümber toimuvate pöörlemiste liitmine
- *Vaba jäiga keha liikumine*
  - Vaba jäiga keha liikumine on lahutatav rööpliikumiseks koos vabalt valitud poolusega ja pöördeks ümber poolust läbiva pöörlemistelje

[1] Jäiga keha liikumine kinnispunkti ümber

1.4 Dünaamika

- *Dünaamika (klassikalises mõttes)* uurib punktmasside ja jäikade kehade liikumist neile mõjuvate jõudude toimel
- Newtoni seadused
  - I — inertsiseadus
    - *Inerts*[2] on kehade võime püsida paigalseisus või ühtlases ja sirgjoonelises liikumises kuni mingi jõud seda olekut ei muuda.
      - * Keha inertsi mõõduks on tema *mass*
  - II — dünaamika põhiseadus: $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
  - III — mõju ja vastumõju seadus

[2] kr. *inertia* - tegevusetus, loidus

Märkused:

- Newtoni seadused pole matemaatiliselt tõestatavad vaid nad põhinevad katsetel.
  - See annabki aluse nimetada neid ka aksioomideks.
  - Neile seadustele on ülesehitatud kogu klassikaline mehaanika (vastandina relativistlik mehaanika).
- Praktikas loetakse paigalseisvaks taustsüsteemiks tavaliselt Maaga seotud taustsüsteemi. Kui sellest ei piisa, seotakse liikumatu taustsüsteem Päikesega.
- *Aeg* loetakse universaalseks, st., ühtviisi kulgevaks kõigis taustsüsteemides.
  - Newton: ”Seadused kehtivad absoluutses ajas, millel pole mitte midagi ühist mitte millegagi väljaspool teda ja mis kulgeb ühtlaselt.”
  - Praktikas lähtutakse aja mõõtmisel ikkagi mingist konkreetsest nähtusest (Maa pöörlemine, isotoobi ^{133}Cs kiirguse periood).

- Praktikas määratakse keha mass kaalumise teel:

$$m = \frac{P}{g}.$$

- Newtoni II seadus käsitleb juhtu, kus punktmassile mõjub vaid üks jõud.
  - *Jõudude mõju sõltumatuse printsiip:* Jõu mõju punktmassi liikumisele ei sõltu sellest, kas punktile on rakendatud peale tema veel teisi jõude või ei ole.

Punktmassi dünaamika kaks põhiülesannet

- Newtoni II seadus + jõudude mõju sõltumatuse printsiip

$$m\mathbf{a} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i$$

1. On antud punktmassi liikumisseadus. Leida millised punktmassile rakendatud jõud põhjustavad sellise liikumise!
   - diferentseerimine

2. On teada punktmassile mõjuvad jõud. Leida selle punktmassi liikumisseadus!
   - integreerimine

- *Punktmasside mehaanikaliseks süsteemiks* nimetatakse sellist üksteist mõjutavate punktmasside kogumit, kus iga punktmassi liikumine sõltub teiste punktmasside liikumisest ja asukohast.
  - päikesesüsteem, vedelikud, gaasid, tahked kehad jne.
  - Lühiduse mõttes jäetakse sõna mehaanikaline tihti ära ja piirdutakse vaid terminiga punktmasside süsteem.
- *Välisjõud* on jõud, millega sellesse süsteemi mittekuuluvad kehad mõjutavad vaadeldava süsteemi punkte.
- *Sisejõud* on jõud, millega vaadeldavasse süsteemi kuuluvad punktmassid mõjutavad üksteist.
- Punktmasside süsteemi kõigi sisejõudude summa on null.
- Punktmasside süsteemi kõigi sisejõudude momentide summa mistahes punkti suhtes on null.

- *Punktmasside süsteemi mass*

$$m = \sum_i m_i$$

- *Punktmasside süsteemi masskese*

$$\mathbf{r}_C = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{m},$$

$$x_C = \frac{\sum_i m_i x_i}{m}, \quad y_C = \frac{\sum_i m_i y_i}{m}, \quad z_C = \frac{\sum_i m_i z_i}{m}.$$

Masskeskme liikumise teoreem

- *Teoreem:* Punktmasside süsteemi masskese liigub nagu punktmass, mille mass võrdub süsteemi kogumassiga ja millele on rakendatud kõik sellele süsteemile mõjuvad välisjõud:

$$m\mathbf{a}_C = \sum_i \mathbf{F}_i$$

- DRK

$$m\ddot{x}_C = \sum_i F_{ix}, \quad m\ddot{y}_C = \sum_i F_{iy}, \quad m\ddot{z}_C = \sum_i F_{iz}$$

- $\sum_i \mathbf{F}_i = 0 \Rightarrow \mathbf{a}_C = 0$, $\sum_i F_{ix} = 0 \Rightarrow \ddot{x}_C = 0$ jne.

Liikumishulk

- *Punktmasside süsteemi liikumishulgaks*[3] nimetatakse süsteemi kõigi punktide liikumishulkade geomeetrilist summat —

$$\mathbf{K} = \sum_i m_i \mathbf{v}_i = m\mathbf{v}_C.$$

  – $m_i \mathbf{v}_i$ — i-nda punktmassi liikumishulk
  – $\mathbf{v}_C$ — masskeskme kiirus

- Eesti keeles on terminid impulss ja liikumishulk sünonüümid

Jõu impulss

- *Jõu* $\boldsymbol{F}$ *elementaarimpulsiks* nimetatakse korrutist $\boldsymbol{F}dt$, kus dt on elementaarajavahemik.
- *Jõu impulsiks lõplikus ajavahemikus* $[\boldsymbol{t_0}, \boldsymbol{t_1}]$ nimetatakse integraali

$$\mathbf{J} = \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{F} dt.$$

[3] I.k. (linear) momentum

Liikumishulga teoreemi diferentsiaalkuju

- Punktmasside süsteemi liikumishulga tuletis aja järgi võrdub süsteemile mõjuvate välisjõudude geomeetrilise summaga —

$$\dot{\mathbf{K}} = \sum_i \mathbf{F}_i.$$

- DRK

$$\dot{K}_x = \sum_i F_{ix}, \quad \dot{K}_y = \sum_i F_{iy}, \quad \dot{K}_z = \sum_i F_{iz}.$$

- *Järeldus (liikumishulga jäävuse seadus):* Välisjõududest vaba süsteem liigub muutumatu liikumishulgaga.

Liikumishulga teoreemi integraalkuju

- Punktmasside süsteemi liikumishulga muutus teatud ajavahemikus Δt võrdub samas ajavahemikus süsteemile mõjuvate välisjõudude impulsside geomeetrilise summaga —

$$\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_0 = \sum_i \mathbf{J}_i,$$

- DRK

$$K_{1x} - K_{0x} = \sum_i J_{ix},$$
$$K_{1y} - K_{0y} = \sum_i J_{iy},$$
$$K_{1z} - K_{0z} = \sum_i J_{iz}.$$

Liikumishulga moment, kineetiline moment[4]

- *Punktmassi liikumishulga momendiks* punkti O suhtes nimetatakse vektorkorrutist

$$\mathbf{L}_O(m\mathbf{v}) = \mathbf{r} \times m\mathbf{v},$$

kus r on punktmassi kohavektor ja $m\mathbf{v}$ tema liikumishulk.

- *Punktmasside süsteemi kineetiline moment* on võrdne süsteemi kõigi punktide liikumishulkade momentide geomeetrilise summaga —

$$\mathbf{L}_O = \sum_i \mathbf{L}_O(m_i\mathbf{v}_i) = \sum_i \mathbf{r}_i \times m_i\mathbf{v}_i$$

(Loomulikult peavad kõik momendid olema leitud ühe ja sama punkti O suhtes.)

- Nii punktmassi liikumishulga momendi kui punktmasside süsteemi kineetilise momendi puhul kasutatakse eestikeelses kirjanduses ka termineid *impulsi moment* või *pöördeimpulss*. (I.k. angular momentum, moment of momentum)

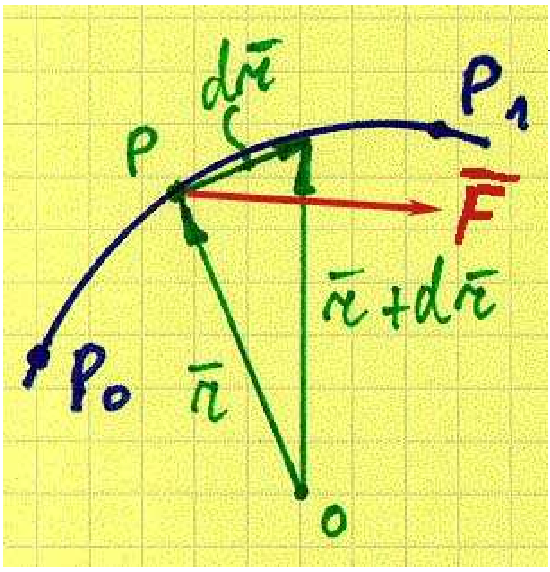
[4] I.k. *angular momentum, moment of momentum*

- Jõu momendi ja liikumishulga momendi definitsioonid on analoogsed ja analoogne on ka kogu teooria, mis meist räägib: komponendid, projektsioonid, peamoment jne

- Pöörleva keha puhul
$$L_z = I_z \omega_z,$$
kus $I_z = \int_m \rho^2 dm = \int_m (x^2 + y^2) dm$ on keha massiinertsimoment.

- *Kineetilise momendi teoreem:* punktmasside süsteemi kineetilise momendi tuletis aja järgi võrdub vaadeldavale süsteemile rakendatud välisjõudude peamomendiga —
$$\dot{\mathbf{L}}_O = \sum_i \mathbf{M}_O(\mathbf{F}_i).$$
  – Vaadeldav teoreem esitatakse diferentsiaalkujul. Võimalik on esitada teda ka integraalkujul.

- *Järeldus (kineetilise momendi jäävuse seadus):* Välisjõududest vaba süsteem liigub muutumatu kineetilise momendiga.
  – Seega, kui $\mathbf{L} = const.$ puhul muutub keha inertsimoment, siis peab vastavalt muutuma ka tema nurkkiirus



- *Jõu elementaartööks* nimetatakse jõu ja tema rakenduspunkti elementaarsiirde skalaarkorrutist:
$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

- *Jõu töö tema rakenduspunkti lõplikul siirdel* punktist P_0 punkti P_1 esitatakse joonintegraalina
$$W = \int_{P_0}^{P_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{P_0}^{P_1} (F_x dx + F_y dy + F_z dz)\,.$$

- *Jõupaari elementaartöö* (pöördel ümber z telje)
$$dW = M_z d\varphi_z$$

- *Jõupaari töö lõplikul pöördel* asendist φ_0 asendisse φ_1

$$W = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} M_z d\varphi_z.$$

- *Jõu võimsuseks* nimetatakse ajaühikus tehtavat tööd, st., töö muutmise kiirust —

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad \text{ehk} \quad P = F_x v_x + F_y v_y + F_z v_z.$$

- *Jõupaari võimsus*

$$P = M_z \omega_z.$$

Kineetilise energia teoreem[5]

- *Punktmassi kineetiline energia*

$$T = \frac{mv^2}{2}$$

- *Kineetilise energia teoreemi diferentsiaalkuju punktmassi jaoks:* Kineetilise energia tuletis aja järgi võrdub vaadeldavale punktmassile mõjuva jõu võimsusega

$$\dot{T} = P.$$

- *Kineetilise energia teoreemi integraalkuju:* kineetilise energia muutus punktmassi üleminekul asendist P_0 asendisse P_1 võrdub talle rakendatud jõu poolt tehtava tööga sellel liikumisel.

$$T_1 - T_0 = W$$

- Seega tööd saadakse selle arvelt, et kineetiline energia muutub, annab osa endast ära.

[5] Vaadeldavat teoreemi nimetatakse ka kineetilise energia muutumise teoreemiks või lihtsalt energiateoreemiks.

- *Punktmasside süsteemi kineetiline energia*

$$T = \sum_{k=1}^{n} T_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{m_k v_k^2}{2}.$$

- *Kineetilise energia teoreemi diferentsiaalkuju punktmasside süsteemi jaoks:*

Kineetilise energia tuletis aja järgi võrdub kõigile süsteemi punktidele rakendatud sise- ja välisjõudude võimsuste summaga —

$$\dot{T} = \sum_{k=1}^{n} P_k^i + \sum_{k=1}^{n} P_k^e.$$

- *Kineetilise energia teoreemi integraalkuju punktmasside süsteemi jaoks:*

Kineetilise energia muutus punktmasside süsteemi liikumisel ühest asendist teise võrdub süsteemi punktidele rakendatud sise- ja välisjõudude tööde summaga sellel liikumisel —

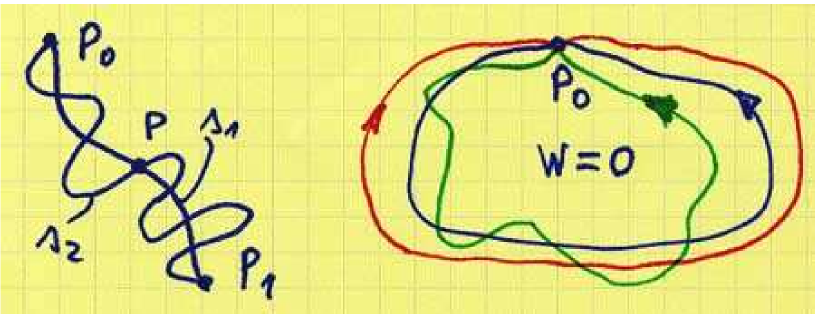
$$T_1 - T_0 = \sum_{k=1}^{n} W_k^i + \sum_{k=1}^{n} W_k^e.$$

- Nagu näha, tuleb kineetilise energia teoreemi puhul sisejõud arvesse võtta.
  - *Süsteemi nimetatakse muutumatuks* kui süsteemi liikumisel tema sisejõudude rakenduspunktide vahelised kaugused ei muutu.
  - Muutumatu süsteemi puhul on süsteemi sisejõudude töö null

- Kineetilise energia leidmine
  - rööpliikumine
$$T = \frac{mv_C^2}{2}$$
  - Pöörlemine ümber z telje
$$T = \frac{I_z\omega_z^2}{2}$$
  - Tasapinnaline liikumine
$$T = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_C\omega_z^2}{2}$$

    Viimase avaldise puhul leitakse inertsimoment I_C masskeset läbiva ja z teljega paralleelse telje suhtes.

Konservatiivsed jõud



- Kui jõu töö tema rakenduspunkti liikumisel asendist P_0 asendisse P_1 ei sõltu trajektoori kujust, siis nimetatakse sellist jõudu *konservatiivseks jõuks*
  - Näiteks gravitatsioonijõud ja elastsusjõud.
  - Kinnise trajektoori puhul on konservatiivse jõu töö null.
  - Mittekonservatiivseid jõude nimetatakse *dissipatiivseteks jõududeks*
    * Näiteks hõõrdejõud.

- Konservatiivse jõu **F** töö tema rakenduspunkti lõplikul siirdel punktist P_0 punkti P_1

$$W = \int_{P_0}^{P_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{P_0}^{P_1} (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

on sõltumatu integreerimisteest.

- Joonintegraal ei sõltu integreerimisteest siis ja ainult siis kui integraalialune avaldis on mingi funktsiooni täisdiferentsiaal. Seega võime sisse tuua funktsiooni $V(x, y, z)$ kujul

$$-dV(x, y, z) = F_x dx + F_y dy + F_z dz.$$

- Sellist täitvat funktsiooni V nimetatakse *potentsiaalseks energiaks*. Miinus märk on siin sisse toodud kokkuleppe tõttu.

- Potentsiaalse energia definitsiooni $-dV(x, y, z) = F_x dx + F_y dy + F_z dz$ põhjal

$$F_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad F_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad F_z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

- Konservatiivse jõu töö

$$W = -\int_{P_0}^{P_1} dV = -\left. V \right|_{P_0}^{P_1} = V_0 - V_1$$

kus V_0 on süsteemi algasendile ja V_1 süsteemi lõppasendile vastav potentsiaalne energia.

- Konservatiivse jõu töö $W = V_0 - V_1$ võrdub süsteemi alg- ja lõppasendile vastavate potentsiaalsete energiate (potentsiaalide) vahega.

- Potentsiaalne energia iseloomustab keha võimet teha tööd ja ta sõltub keha asendist (jõuväljas).
  - Kui keha potentsiaalne energia suureneb, siis $W < 0$ — keha potentsiaalse energia suurendamiseks on vaja teha tööd.
  - Kui keha potentsiaalne energia väheneb, siis $W > 0$ — potentsiaalse energia vähenemise arvelt võib "saada" tööd.

- Kui valemis definitsioonis poleks sisse toodud miinus märki, saaks töö avaldis kuju $W = V_1 - V_0$.

- Olgu kõik muutumatule mehaanikalisele süsteemile mõjuvad jõud konservatiivsed
  - Nende jõudude töö süsteemi liikumisel algasendist lõppasendisse: $W = V_0 - V_1$
  - Kineetilise energia teoreem: $T_1 - T_0 = V_0 - V_1$
- Viimasest saame

$$T_0 + V_0 = T_1 + V_1 \qquad \text{ehk} \qquad \underbrace{T + V}_{=E} = const.$$

- Kineetilise ja potentsiaalse energia summat nimetatakse *mehaanikaliseks energiaks* ja tähistatakse E.

Mehaanikalise energia jäävuse seadus

- Kui punktmasside süsteem liigub konservatiivsete jõudude mõjul siis jääb tema mehaanikaline energia konstantseks:

$$E = T + V = const.$$

- Punktmasside süsteeme, kus kehtib mehaanikalise energia jäävuse seadus nimetatakse *konservatiivseteks süsteemideks*.

1.5 Tugevusõpetus

Tugevusõpetus on mehaanika haru, mis uurib konstruktsioonielementide piisava tugevuse, jäikuse ja stabiilsuse saavutamist võimalikult ökonoomsel moel.

Tehniline mehaanika = staatika + tugevusõpetus. Sellise nimetusega õppeainet õpetatakse ehitusteaduskonnas.

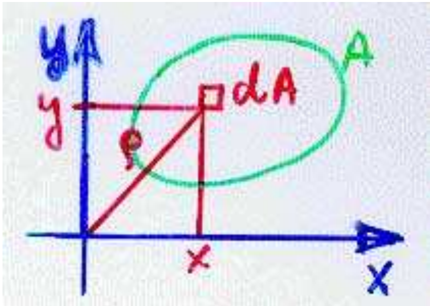
Alates 2011. a. sügisest käsitletake „Tehnilise füüsika" õppekavas tugevusõpetuse probleeme „Elastsusteooria aluste" kursuse osana. Ülevaade sellest kursusest on 2012. a. sügisel eraldi failis (vt. `http://cens.ioc.ee/~salupere/loko.html`). Tulevikus need kaks ülevaadet liidatakse kuid hetkel on järjepidevuse huvides jäetud käesolev alajaotus praktiliselt muutmata ning seetõttu esineb neis kahes ülevaates kattuvusi.

Pinnamomendid.

$n + m$ astme pinnamoment

$$\int_A x^m y^n dA \tag{1.4}$$

Nullastme pinnamoment — pindala:

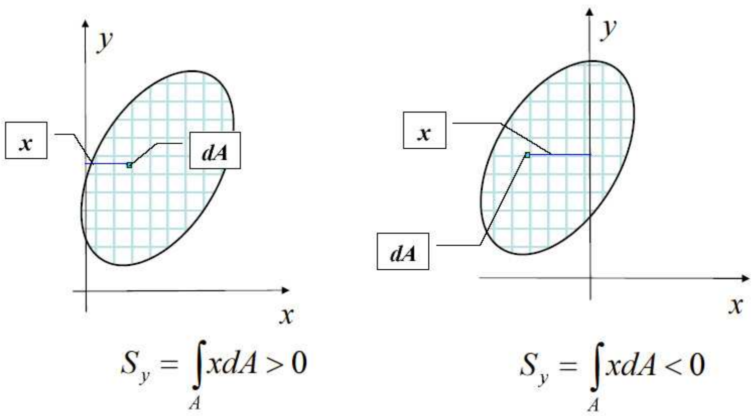


Joonis 1.5: Tasapinnalise kujundi pinnamomendid.

$$A = \int_A dA. \tag{1.5}$$

Esimese astme pinnamomendid — staatilised momendid:

$$S_x = \int_A y dA \qquad S_y = \int_A x dA. \tag{1.6}$$



Joonis 1.6: Staatiline moment.
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Teise astme pinnamomendid — inertsimomendid momendid:

telginertsimomendid

$$I_x = \int_A y^2 dA, \qquad I_y = \int_A x^2 dA; \tag{1.7}$$

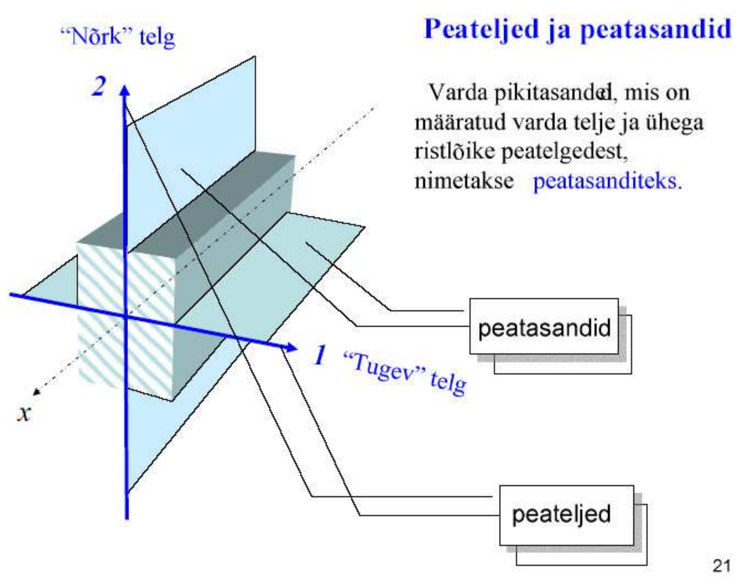
polaarinertsimoment

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA; \tag{1.8}$$

tsentrifugaalinertsimoment

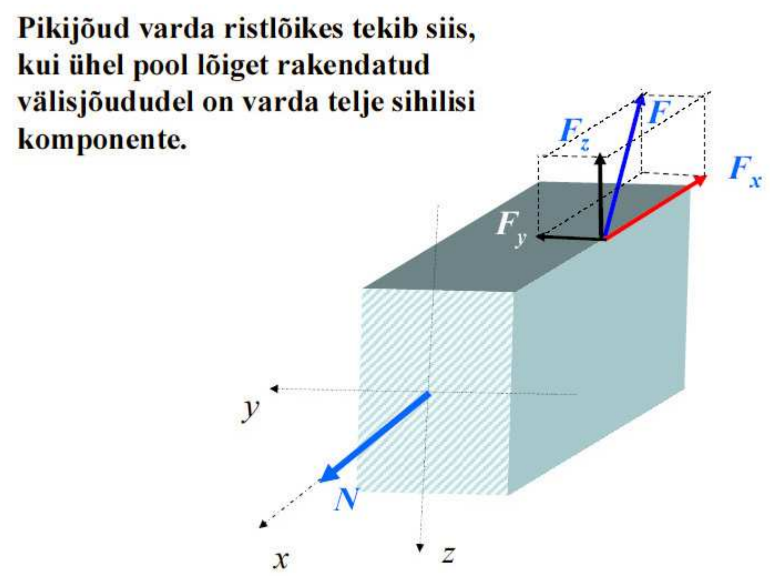
$$I_{xy} = \int_A xy dA. \tag{1.9}$$

Ristlõike keskteljed ja peateljed. Peainertsimomendid. Peatasandid.

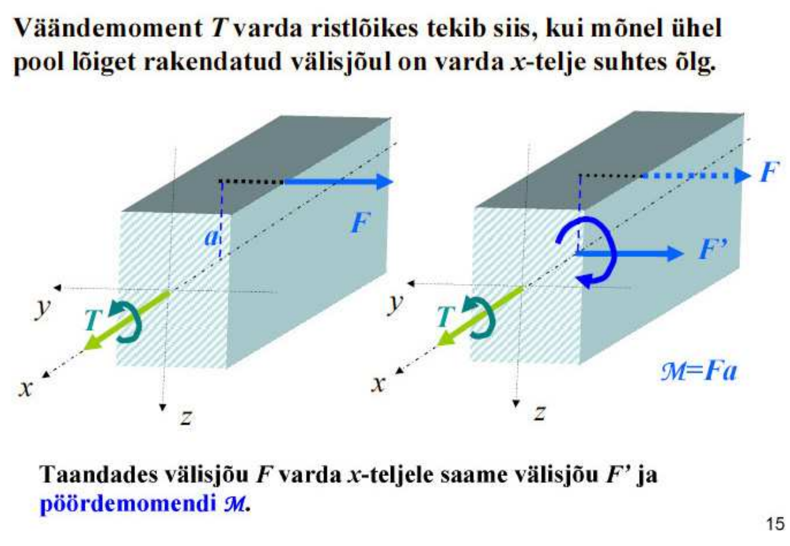


Joonis 1.7: Ristlõige.
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

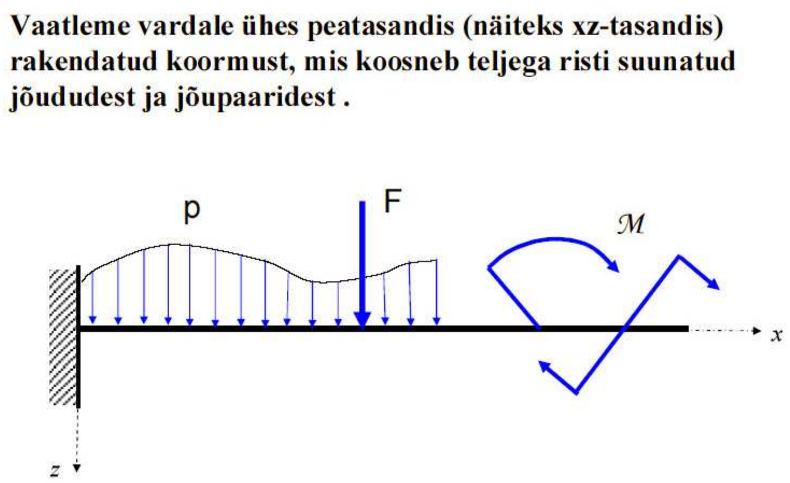
Sisejõud: pikijõud, väändemoment, põikjõud, paindemoment.



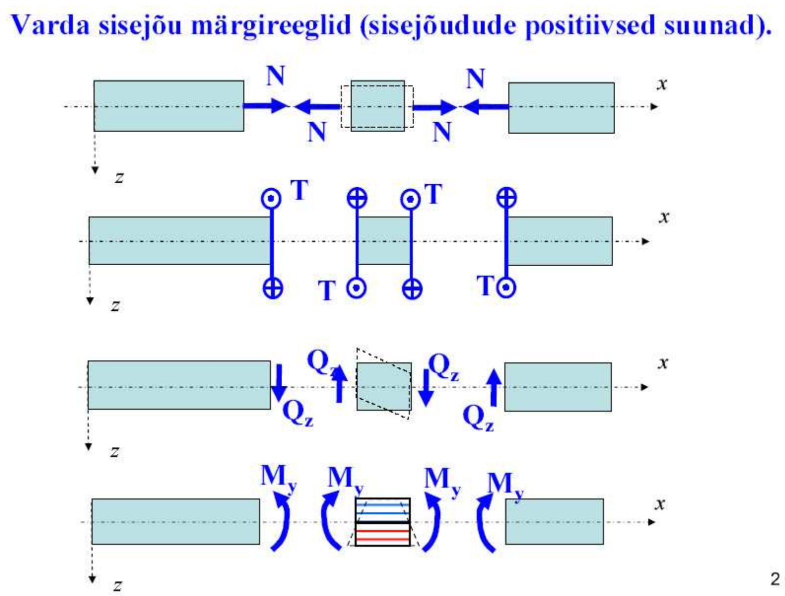
Joonis 1.8: Pikijõud
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)



Joonis 1.9: Väändemoment
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

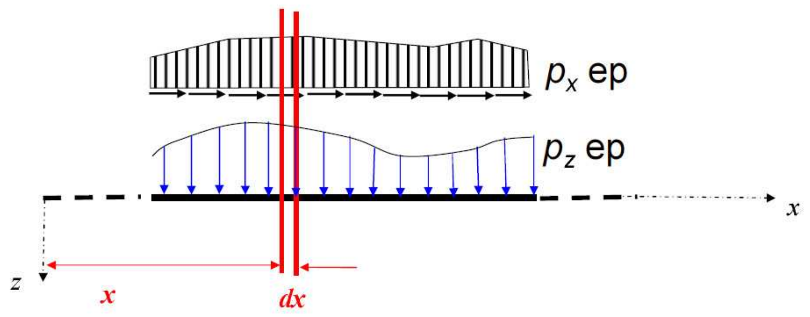


Joonis 1.10: Põikjõud ja paindemoment
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)



Joonis 1.11: Sisejõudude märgireeglid.
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Diferentsiaal- ja integraalseosed lauskoormuse intensiivsuse ja sisejõudude vahel



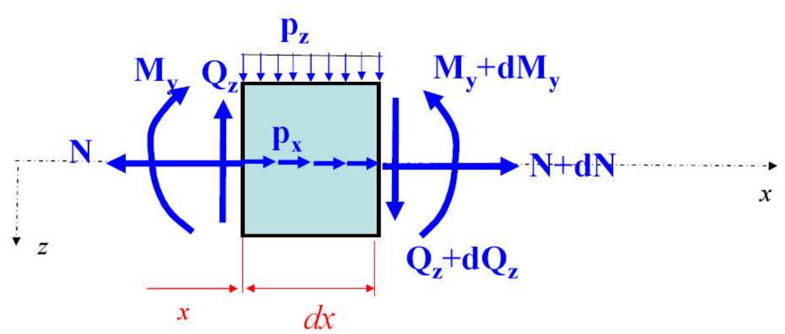
Joonis 1.12: Diferentsiaal- ja integraalseosed — lauskoormuse intensiivsus
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

$$\frac{dN}{dx} = N' = -p_x, \qquad N(x) = N(a) - \int_a^x p_x(x)dx, \tag{1.10}$$

√

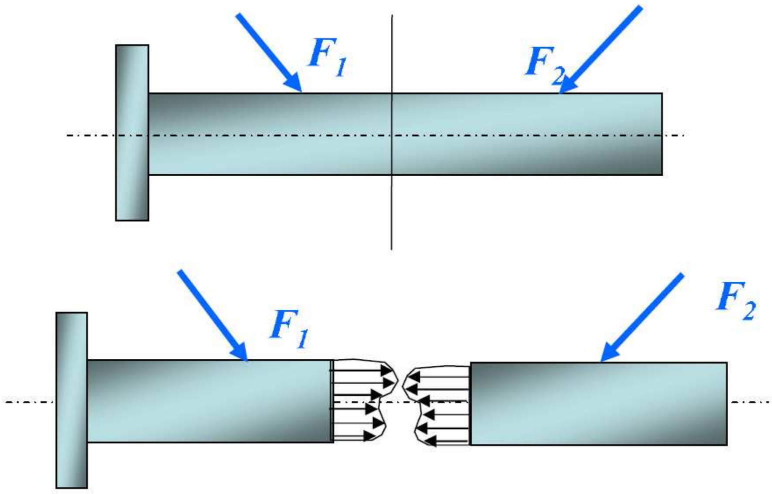
$$\frac{dQ_z}{dx} = Q_z' = -p_z, \qquad Q_z(x) = Q_z(a) - \int_a^x p_z(x)dx, \tag{1.11}$$

$$\frac{dM_y}{dx} = M_y' = Q_z, \qquad M_y(x) = M_y(a) - \int_a^x Q_z(x)dx. \tag{1.12}$$



Joonis 1.13: Diferentsiaal- ja integraalseosed — sisejõud
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

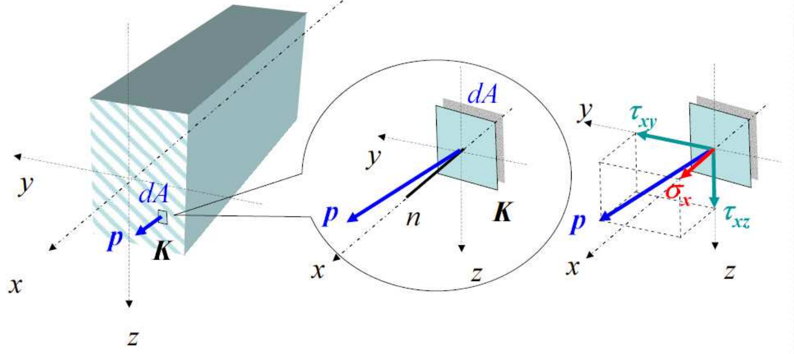
Lõikemeetod, pinged varda ristlõikes



Joonis 1.14: Lõikemeetod ja pinged varda ristlõikes
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Pinged varda punktis. Vaatleme varda punkti K, mida läbib pind normaaliga $\mathbf{n}$. Seal mõjub pingevektor $\mathbf{p}$. Viimane omab normalkomponenti $\boldsymbol{\sigma}_x$ ja tangentsiaalkomponente $\boldsymbol{\tau}_{xy}$ ja $\boldsymbol{\tau}_{xz}$.

- $\boldsymbol{\sigma}_x$ — normaalpinge — märgireegel analoogne pikijõuga
- $\boldsymbol{\tau}_{xy}$ ja $\boldsymbol{\tau}_{xz}$ — nihkepinge ehk tangentsiaalpinge — märgireegel analoogne põikjõuga



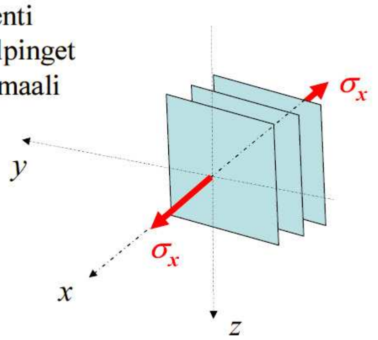
Joonis 1.15: Pinge varda punktis
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Normaalpinge σ

Sisepinna normaali sihilist komponenti nimetame normaalpingeks. Normaalpinget tähistame σ_x, kus x on sisepinna normaali siht.

Tõmbepinge +

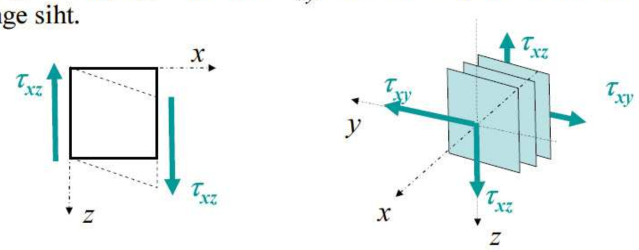
Survepinge -



Joonis 1.16: Normaalpinge
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Tangentsiaalpinge τ

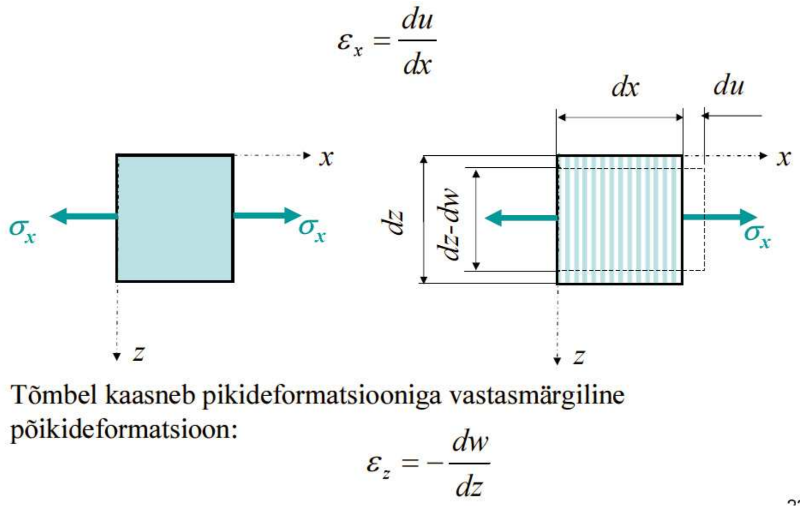
Sisepinna puutuja sihilisi komponente nimetame tangentsiaalpingeteks. Tangentsiaalpinget tähistame τ_{xy}, kus x on sisepinna normaali siht ja y – pinge siht.



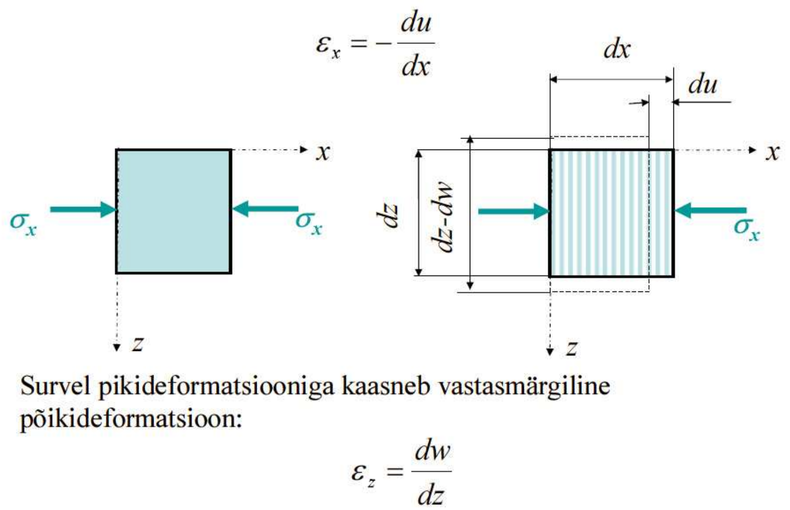
Tangentsiaalpinge (nihkepinge) iseloomustab jõudude intensiivsust, mis püüavad sisepinnaga paralleelseid materjalikihte omavahel nihutada. Positiivne nihkepinge mõjub positiivsel sisepinnal telgede positiivses suunas. Joonisel on toodud positiivsed nihkepinged.

Joonis 1.17: Nihkepinge
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Normaaldeformatsioon (normaalmoone)

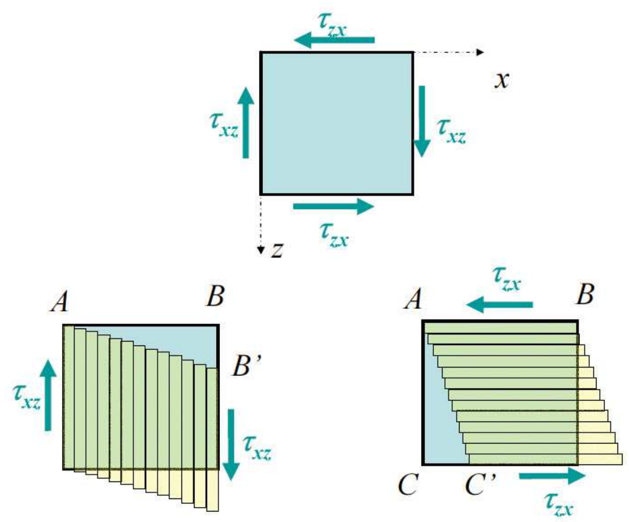


Joonis 1.18: Normaaldeformatsioon: $\sigma > 0$
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)



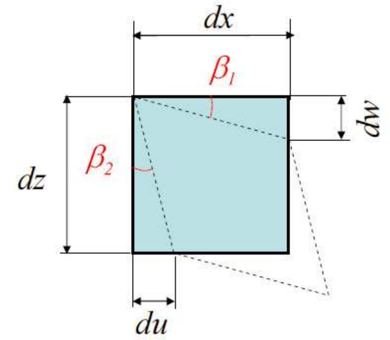
Joonis 1.19: Normaaldeformatsioon: $\sigma < 0$
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Nihkedeformatsioon ehk nihe ehk nihkemoone



Joonis 1.20: Nihkedeformatsioon
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Kuna tangentsiaalpinged τ_{xz} ja τ_{zx} mõjuvad ainult koos, siis kirjeldatakse elementaarristtahuka kogu deformatsiooni osanihete summana:



$$\gamma_{xz} = \gamma_{xz} = \omega_{xz} + \omega_{zx} = \tan\beta_1 + \tan\beta_2 = \frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz} \approx \beta_1 + \beta_2$$

See summa on suhteline nihkedeformatsioon ehk nihkemoone.

Joonis 1.21: Nihkedeformatsioon
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Elastsuskonstandid:

- E — Youngi moodul ehk (normaal)elastsusmoodul;
- G — nihkeelastsusmoodul;
- ν — Poissoni tegur;
- $$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{1.13}$$

Pingete ja deformatsioonide (moonete) vahelised seosed:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}, \qquad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \qquad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}, \dots, \qquad \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu\varepsilon_x \tag{1.14}$$

Deformatsioonienergia Vaatleme vedru, mille elastsusjõu moodul $F = kx$.

- Elastsusjõu elementaartöö $dW = Fdx = kxdx$
- Elastsusjõu töö lõplikul deformatsioonil ongi võrdne vedru deformatsioonil «tekkinud» potentsiaalse energiaga

$$U = W = \int_0^{x_1} dW = \int_0^{x_1} kxdx = \frac{kx_1^2}{2}. \tag{1.15}$$

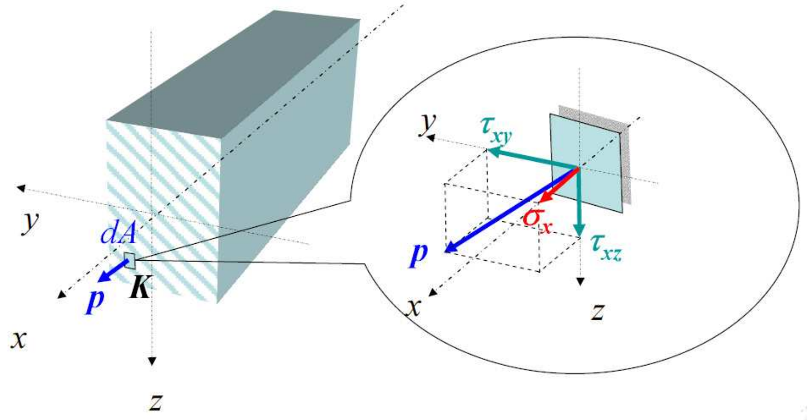
Analoogiliselt vedruga leitakse elastsel deformatsioonil akumuleeruvat energiat. Viimane esitatakse tavaliselt energia tihedusena. Näiteks

$$u_\sigma = \frac{dU}{dV} = E\frac{\varepsilon_x^2}{2} = \frac{\varepsilon_x\sigma_x}{2} = \frac{\sigma_x^2}{2E}, \qquad u_\tau = \frac{dU}{dV} = G\frac{\gamma_{xy}^2}{2} = \frac{\gamma_{xy}\tau_{xy}}{2} = \frac{\tau_{xy}^2}{2G} \tag{1.16}$$

ja summaarne deformatsioonienergia tihedus

$$u = u_\sigma + u_\tau. \tag{1.17}$$

Seos pingete ja sisejõudude vahel



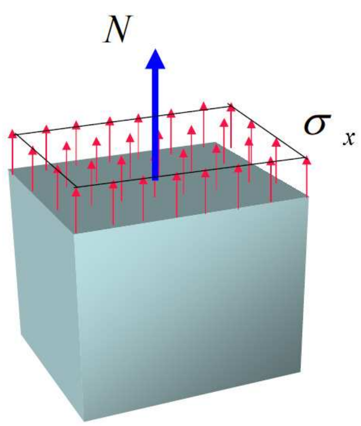
Joonis 1.22: Pinged varda ristlõike elementaarpinnal dA.
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

$$N = \int_A \sigma_x dA; \qquad Q_y = \int_A \tau_{xy} dA; \qquad Q_z = \int_A \tau_{xz} dA; \tag{1.18}$$

$$M_y = \int_A z\sigma_x dA; \qquad M_z = \int_A y\sigma_x dA; \qquad T = \int_A (y\tau_{xz} - z\tau_{xy}) dA. \tag{1.19}$$

Pikkepinge

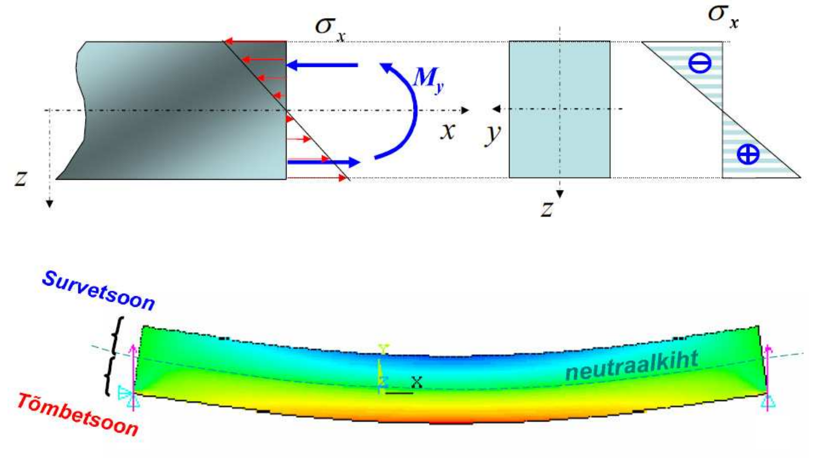
$$\sigma_x = \frac{N}{A} \tag{1.20}$$



Joonis 1.23: Pikkepinge
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Paindepinge

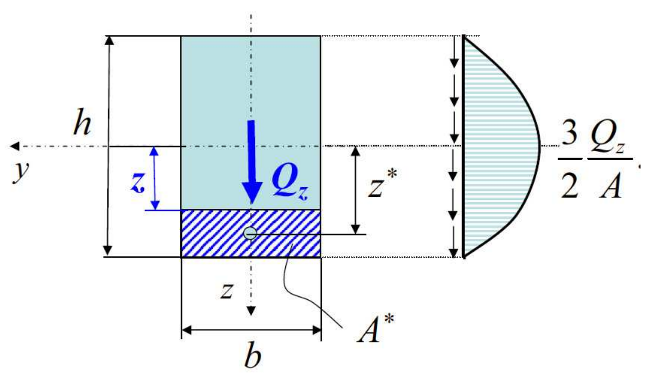
$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z \tag{1.21}$$



Joonis 1.24: Paindepinge
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

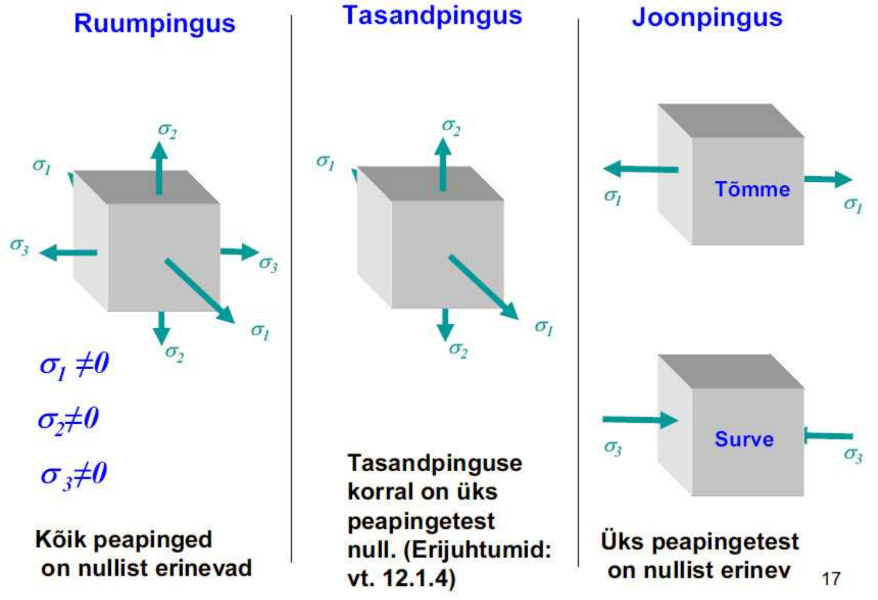
Nihkepinge ehk lõikepinge

$$\max \tau_{xz} = \frac{3}{2}\frac{Q_z}{A} \tag{1.22}$$



Joonis 1.25: Lõikepinge
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

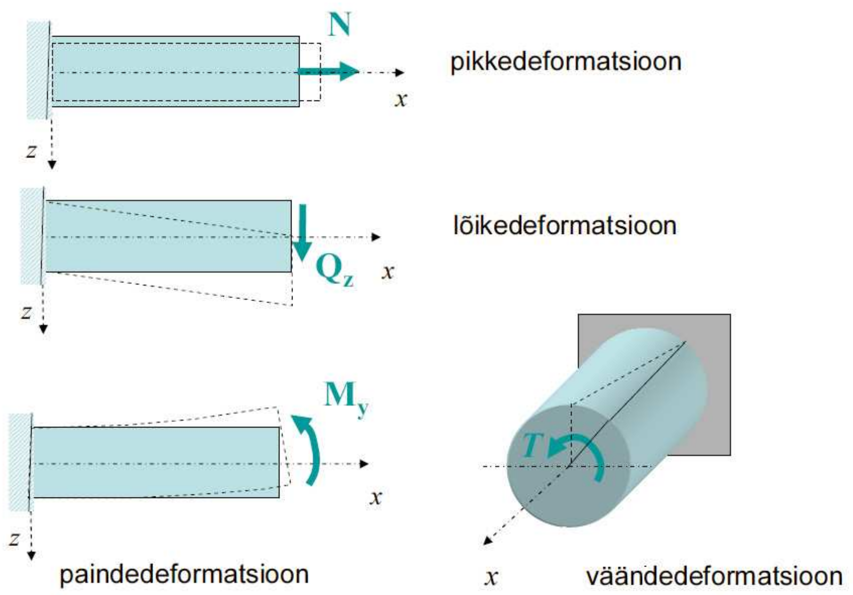
Pinguste liigid



Joonis 1.26: Pinguste liigid
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

Varda põhideformatsioonid.

Erinevad sisejõud põhjustavad vardas erinevaid deformatsioone, siirdeid ja pöördeid.



Joonis 1.27: Varda põhideformatsioonid
(Joonis on pärit prof. A. Klausoni *Tehnilise mehaanika* loengukonspektist.)

1.6 Klassikalise elastsusteooria põhieeldused ja põhihüpoteesid

Klassikalise elastsusteooria = lineaarne elastsusteooria

Uurimisobjekt: ideaalselt (täielikult) elastne keha.

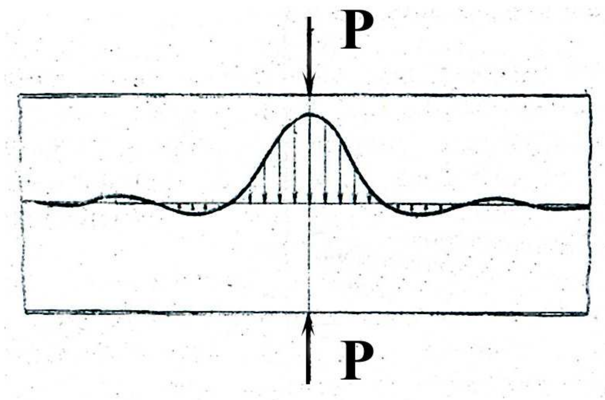
- *Ideaalselt elastne keha* taastab täielikult oma algse kuju ja mahu pärast välisjõudude mõju kõrvaldamist.
  - Defineeritakse nn. *algolek*: välisjõudude puudumisel puuduvad kehas pinged ja deformatsioonid.

Hüpoteesid ja eeldused

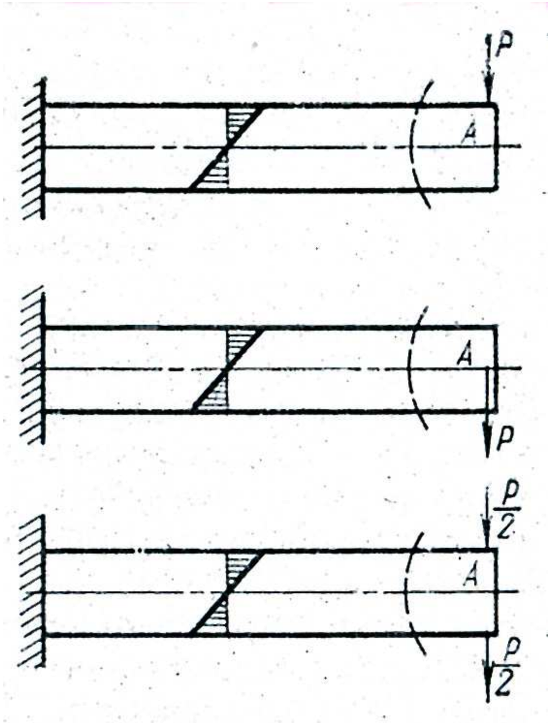
- *Pidevuse hüpotees:* eeldame, et uuritavad tahked kehad koosnevad ainest, mis täidab ruumi pidevalt
  - Keha mistahes mahus puuduvad tühimikud või katkevused.
- Eeldatakse, et ideaalselt elastne keha on *homogeenne*.
  - Pinge–deformatsiooni seosed on kõigis keha punktides samad.

- Eeldatakse, et ideaalselt elastne keha on *isotroopne*.
  - Keha elastsed omadused on samad kõigis suundades.
- *Superpositsiooni printsiip* ehk *jõudude mõju sõltumatuse printsiip.*
  - Lineaarne teooria: lineaarsed seosed ja väikesed deformatsioonid
    - Selle asemel, et uurida jõusüsteemi tervikmõju kehale võib uurida iga üksikjõu mõju eraldi ja tulemused liita. Teisisõnu, lineaarses elastsusteoorias loetakse erinevate lahendite summa alati lahendiks.
- *Saint Venant'i printsiip.* Kaks sõnastust:
  1. Tasakaalus olevate jõudude rakendamine mingil väikesel keha osal kutsub esile vaid lokaalseid pingeid rakenduskoha lähiümbruses (Joon. 1.28).
  2. Koormuse rakenduspunktist piisavalt kaugel ei sõltu pinged oluliselt koormuse rakendusviisist, st. jaotusest keha pinnal .

a)



b)



Joonis 1.28: Saint Venant'i printsiip: a) kahe taskaalus olava jõu poolt põhjustatud normaalpingete epüür; b) kolm erineval jaotunud koormust, millel on sama peavektor.

- *Elastsusteooria põhiülesandeks* on elastses kehas välismõjude toimel tekkivate pingete ja deformatsioonide määramine.
- Elastsusteooria meetodid
  - võimaldavad lahendada ülesandeid, mida pole tugevusõpetuse meetoditega võimalik lahendada;
  - võimaldavad hinnata tugevusõpetuses saadud lahendite täpsust.
- Kui pole tarvis arvestada termilisi efekte, siis vaadeldakse välismõjudena vaid välisjõudusid.
- Klassikalises elastsusteoorias on
  - pingete ja deformatsioonide vahelised seosed lineaarsed, √
  - siirded (ehk paigutised) väikesed võrreldes kehade joonmõõtmetega,
  - suhtelised deformatsioonid (suhtelised pikenemised ja nihkenurgad) väikesed võrreldes ühega.

Tugevusõpetus *vrs* lineaarne elastsusteooria.

- Kuna tugevusõpetus põhineb lineaarsel elastsusteoorial, siis on neil kahel ainel väga palju ühist — materjalid on lineaarselt elastsed, homogeensed, isotroopsed; kehtib Saint Venant'i printsiip[6], jne.
- Teisest küljest on tugevusõpetuse puhul tegu maksimaalselt lihtsustatud teooriaga — seega leiavad paljud probleemid lineaarses elastsusteoorias käsitlemist vähem lihtsustatud kujul.
  - Näiteks talade paine.
  - *Bernoulli hüpotees ehk ristlõigete tasandilisuse hüpotees*[7] ei kehti lineaarses elastsusteoorias alati.
- Mitmed lineaarse elastsusteooria uuritavad probleemid pole aga üldse tugevusõpetuse uurimisobjektiks, näiteks plaatide paine.

[6] Koormuse rakenduskohast piisavalt kaugel ei sõltu pinge koormuse iseloomust (rakendusviisist).
[7] Ristlõiked, mis olid enne deformatsiooni tasapinnalised, jäävad ka peale deformatsiooni tasapinnaliseks.