

Struktuursed binaarsed otsustusdiagrammid

Jaan Raik

TTÜ Arvutitehnika instituut

- Boole'i funktsioonide esitamine BDD-na
- ROBDD: Omadused ja rakendus.
- Struktuurselt sünteesitud BDD-d (SSBDD)
- SSBDD omadused
- ROBDD ja SSBDD võrdlus

Ülevaade BDD ajaloost

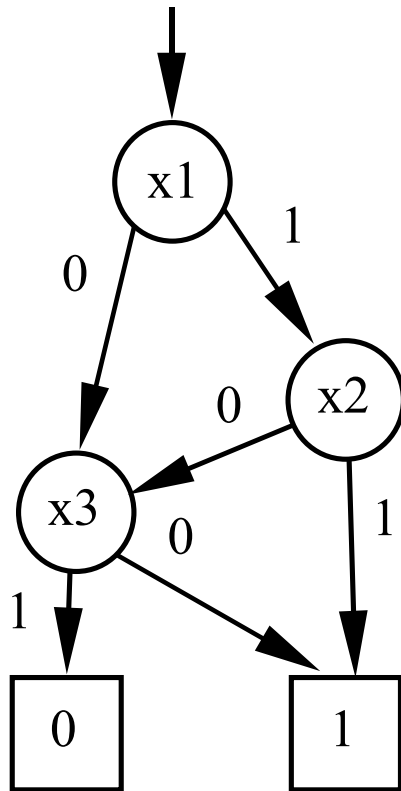
- 1959 Lee, BDD esmakasutamine
- 1976 Ubar, *alternatiivsed graafid*
- 1978 Akers, BDD populariseerija
- 1985 Bryant, ROBDD !!!
- ... Suur BDD buum

Küsimus: "Bryant pakkus ROBDD, milleks vajame Ubari alternatiivseid graafe?"

Binaarsed otsustusdiagrammid

- BDD on suunatud atsükliline graaf, millel on üks algtip (e. *juurtipp*) ja kaks terminaaltippu: *0-tipp* ja *1-tipp*
- Iga graafi sisetipp on märgitud Boole'i funktsiooni muutujaga
- Igast sisetipust väljub kaks kaart, mis vastavad muutuja väärtusele 0 ja 1

Binaarsed otsustusdiagrammid



BDD Boole'i funktsioonile
 $(x1 \cdot x2) \vee x3$

Kompaktne BDD saadakse
Shannon'i arenduse teel:

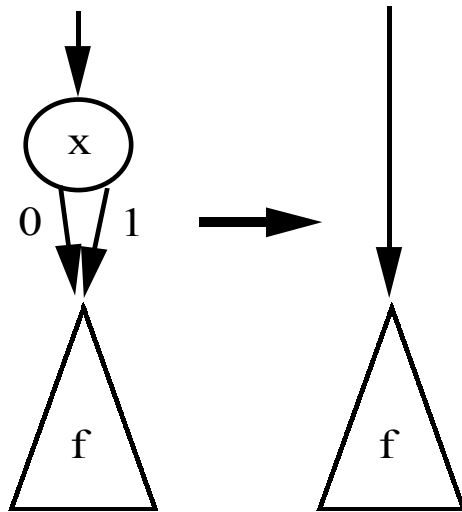
$$f = (\overline{x_i} \cdot f_0) \vee (x_i \cdot f_1)$$

Järjestatud BDD (OBDD)

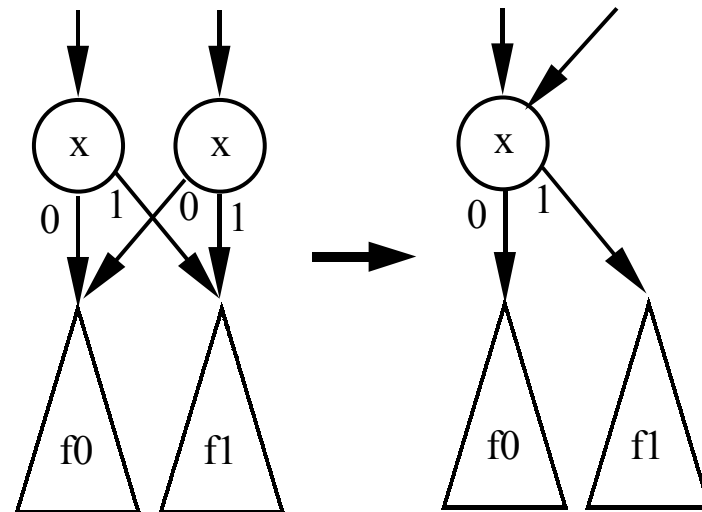
- Boole'i muutujad esinevad graafi teedel kindlas järjekorras
- Ühelgi teel ei leidu ühte muutujat rohkem kui üks kord

Redutseeritud OBDD (ROBDD)

Redutseerimise reeglid:



a) tipu kustutamine



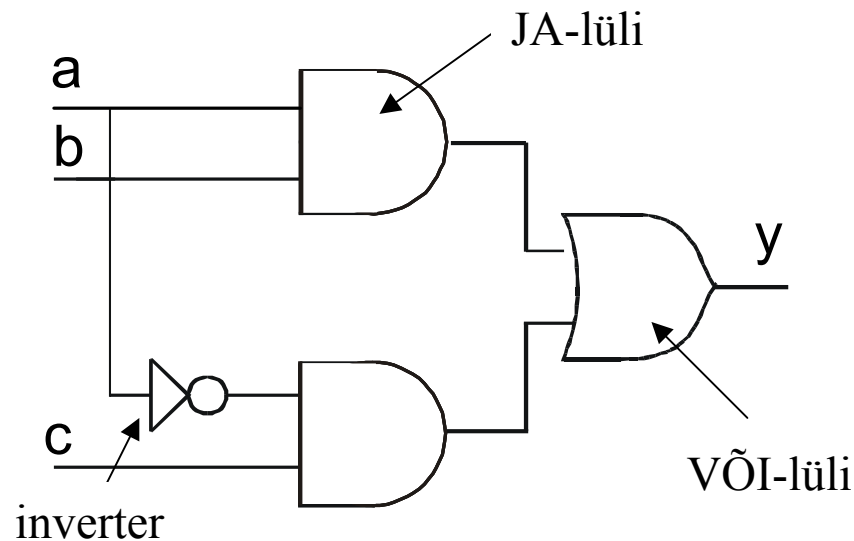
b) tipu jagamine

ROBDD omadused

- + ROBDD on Boole'i funktsiooni kanooniline esitusviis
 - Boole'i funktsioonide ekvivalentsust saab kontrollida nende BDD isomorfsuse alusel
- ROBDD poolt kulutatav mälu maht on halvimal juhul eksponentsiaalne
 - Ei ole rakendatav real praktilistel juhtudel

Loogikaskemi mõiste

- Boole'i funktsioonile $y = ab \vee \neg ac$ vastav loogikaskem:



Struktuursed BDD-d (Ubar'76)

- Definiatsioon sarnane traditsioonilise BDD omale
- SSBDD genereeritakse rekursiivselt, loogikalülide elementaar-BBDD-de superpositsiooni teel

Struktuursed BDD-d (Ubar'76)

- ROBDD genereeritakse praktikas igale loogikaskeemi väljundile
- SSBDD genereeritakse igale puukujulisele (hargnemisteta) alamskeemile
⇒ nõutav mälu maht on *lineaarne* !

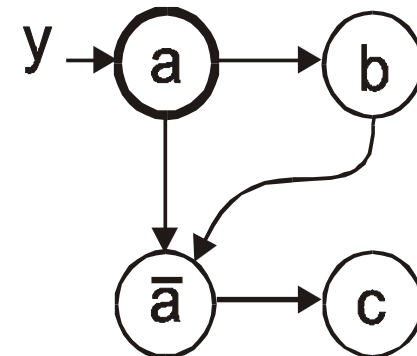
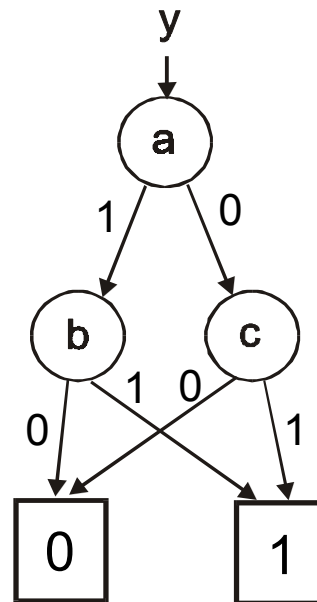
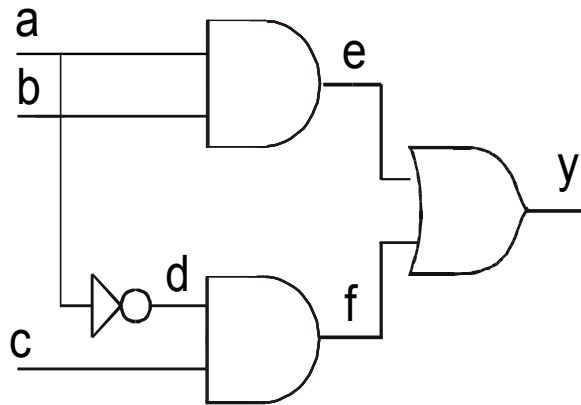
SSBDD omadused

- Erinevalt ROBDD-st on SSBDD planaarne
- Tippe märgivad muutujad ning nende inversioonid; kehtib suuna mõiste

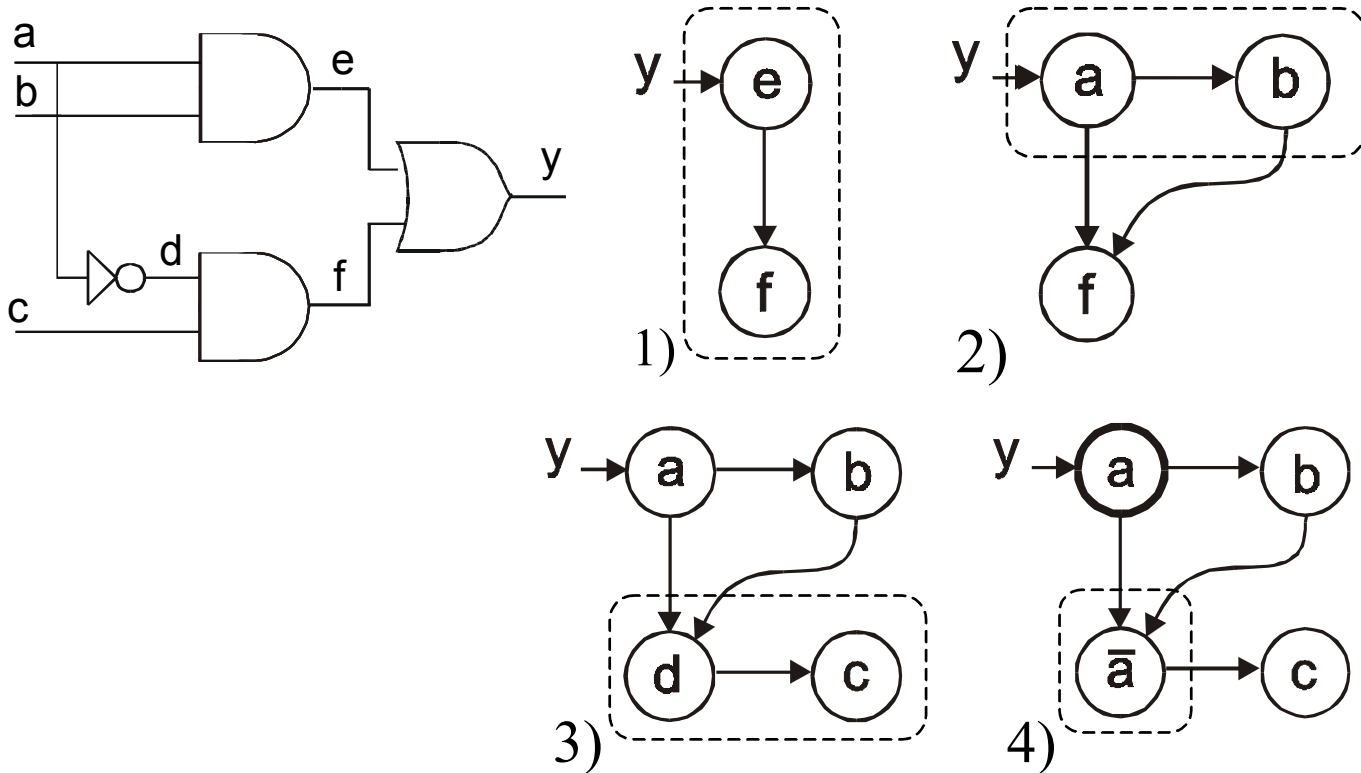
Alternatiivne kirjeldusviis

- Liikumine tipust paremale vastab tipu avaldise väärtusele 1 (liikumine alla väärtusele 0).
- Väljumine BDD-st paremale vastab graafi väärtusele 1 (väljumine alla väärtusele 0).
- Terminaaltippe pole!

Loogikaskemi BDD ja SSBDD

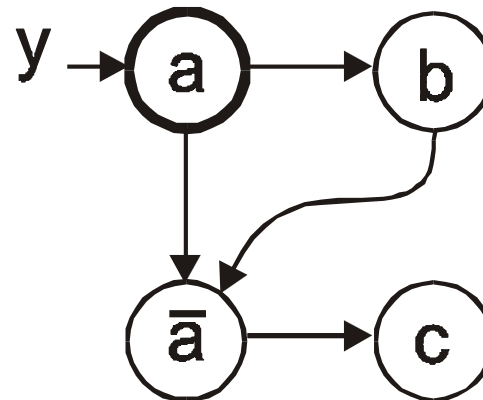
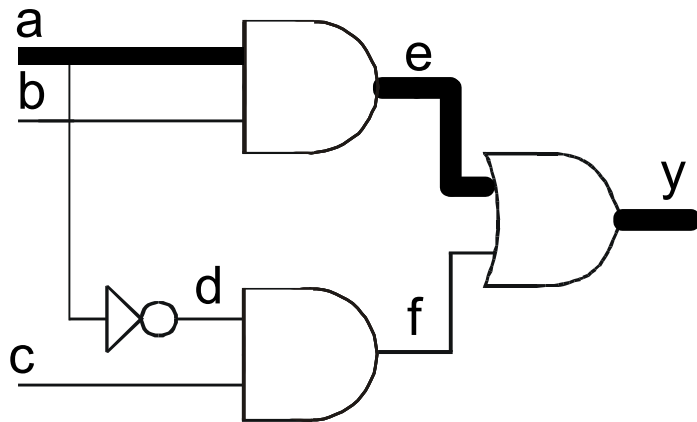


SSBDD genereerimine



Skeemi teed $\Leftrightarrow$ BDD tipud

- Üksühene vastavus SSBDD tippude ja teede vahel puukujulises loogikaskeemis



=> säilib info skeemi struktuuri kohta!

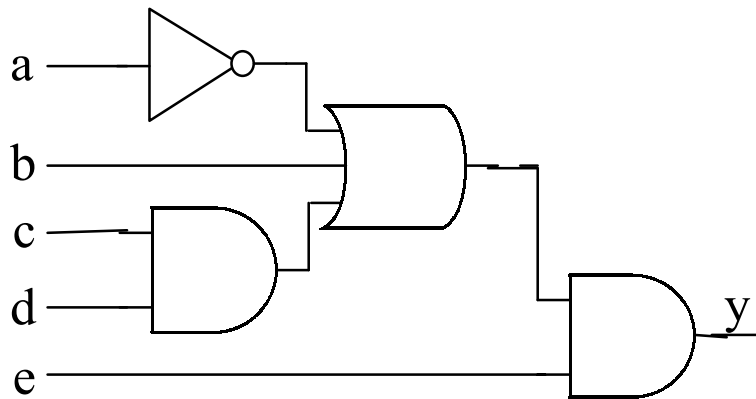
Veel olulisi omadusi

- Kui tipul 2 järglast, siis tipust väljuvad teed ristuvad mingis BDD tipus
- Sellest järeldeb nn. *suunareegel*

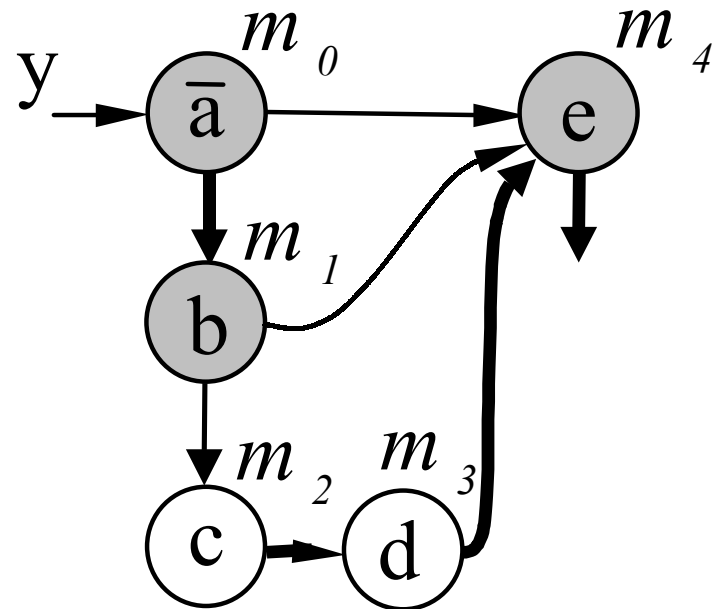
Suunareegel

- Kui SSBDD-s puudub antud muutuja-väärtuste $(0,1,X)$ korral tee juurtipust graafist välja paremale (alla), siis graafi väärtus on null (üks)

Suunareegli näide



a=1, b=X, c=1, d=1, e=0
 $\Rightarrow y=0$



ROBDD ja SSBDD võrdlus

	ROBDD	SSBDD
kanooniline esitus	+	-
struktuurne esitus	-	+
genereerimise kiirus	lineaarne	lineaarne
mälu maht	eksponentsiaalne	lineaarne

Kokkuvõte

- SSBDD mudelil on rida kasulikke omadusi loogikaskeemide modelleerimisel:
 - 1) Säilitavad skeemi struktuurse info
 - 2) Võimaldavad järeldusi simuleerimisel
 - 3) Sobilik mudel rikete simuleerimiseks
 - 4) Mudeli nõutav mälu maht kasvab lineaarselt skeemi kasvuga